

El modelo de Markowitz en la gestión de carteras¹

ALAITZ MENDIZÁBAL ZUBELDIA

LUIS M.^a MIERA ZABALZA

MARIAN ZUBIA ZUBIAURRE

Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea

Resumen:

Desde su aparición, el modelo de Markowitz ha sido un referente teórico fundamental en la selección de carteras de valores, dando lugar a múltiples desarrollos y derivaciones. Sin embargo, su utilización en la práctica entre gestores de carteras y analistas de inversiones no ha sido tan amplia como podría esperarse de su éxito teórico. Con este trabajo pretendemos demostrar que el modelo de Markowitz puede ser de gran utilidad en la práctica. A través de un estudio empírico queremos verificar si el modelo de Markowitz es capaz de proporcionar carteras que nos ofrezcan una mayor rentabilidad y un menor riesgo que la cartera representada por los índices IBEX-35 e IGBM. Así mismo, pretendemos comprobar la supuesta eficiencia de estos índices como representantes de la cartera de mercado teórica.

Palabras clave:

Markowitz, selección de carteras, gestión de carteras, «performance» de carteras.

Abstract:

Since its first appearance, The Markowitz model for portfolio selection has been a basic theoretical reference, opening several new development options. However, practically it has not been used among portfolio managers and investment analysts in spite of its success in the theoretical field. With our paper we would like to show how The Markowitz model may be of great help in real stock markets. Through an empirical study we want to verify the capability of Markowitz's model to present portfolios with higher profitability and lower risk than the portfolio represented by IBEX-35 and IGBM indexes. Furthermore, we want to test suggested efficiency of these indexes as representatives of market theoretical-portfolio.

Key words:

Markowitz, portfolio selection, portfolio management, portfolio performance.

¹ Una versión anterior de este trabajo se presentó en el XVI Congreso Nacional y XII Hispano Francés de AEDEM, en Alicante en junio de 2002 con el título «Una aplicación del Modelo de Markowitz de Selección de Carteras de Valores en el mercado español».

1. PLANTEAMIENTO

En el campo de la teoría de selección de carteras, ocupa un lugar destacado Harry Markowitz, que en 1952 publicó en la revista *Journal of Finance* un artículo basado en su tesis doctoral y titulado «Portfolio Selection». En dicho artículo planteaba un modelo de conducta racional del decisor para la selección de carteras de títulos-valores con liquidez inmediata². Posteriormente, en 1959, publicó su libro *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*, en el que expone y desarrolla con mayor detalle su teoría.

Desde su aparición, el modelo de Markowitz ha conseguido un gran éxito a nivel teórico, dando lugar a múltiples desarrollos y derivaciones, e incluso sentando las bases de diversas teorías de equilibrio en el mercado de activos financieros. Sin embargo, su utilización en la práctica entre gestores de carteras y analistas de inversiones no ha sido tan extensa como podría suponerse de su éxito teórico.

Inicialmente, una de las principales causas de este hecho contradictorio radicaba en la complejidad matemática del método. Por una parte, al ser un programa cuadrático paramétrico, el algoritmo de resolución era complejo; por otra, el número de estimaciones de rentabilidades esperadas, varianzas y covarianzas a realizar es muy elevado³. De ahí que William F. Sharpe (1964, 1978) planteara poco tiempo después una simplificación consistente en suponer la existencia de una relación lineal entre el rendimiento del título y el de la cartera de mercado. Significa que podemos definir el riesgo de la cartera sin utilizar las covarianzas, suponiendo una gran simplificación en el cálculo. Así, se ha venido utilizando durante un tiempo en sustitución del modelo de Markowitz, sobre todo por la mayor sencillez de sus cálculos. Sin embargo, hoy en día, se dispone del *software* y *hardware* necesarios para resolver este tipo de problemas, lo que convierte en innecesario el modelo de Sharpe⁴.

Por lo tanto, las razones de su escasa utilización son otras. Entre ellas, podríamos citar algunas hipótesis restrictivas que el modelo de Markowitz contiene: no tiene en cuenta los costes de transacción ni los impuestos, considera la perfecta divisibilidad de los títulos-valores seleccionados y además, no proporciona ninguna herramienta para que el inversor valore su actitud ante el riesgo y deduzca su función de utilidad, necesaria para la elección de su cartera óptima⁵.

La mayoría de estos inconvenientes pueden solucionarse con la introducción en el modelo de nuevas restricciones. Por ejemplo: introducir los costes de transacción en el modelo asignándoles un límite; considerar los rendimientos después de impuestos para un determinado inversor; añadir una nueva restricción que garantice un mínimo de liquidez para los activos. En nuestro caso, como veremos más adelante, al considerar sólo títulos que forman parte del IBEX-35 la liquidez no sería un problema importante.

² En su modelo, la liquidez del título es inmediata al final del periodo de referencia.

³ El número total de estimaciones a realizar en el método de Markowitz se obtiene de la expresión $(N^2+3N)/2$, siendo N el número de títulos de la muestra considerada. La incorporación de un nuevo título a la cartera supone realizar $N+2$ estimaciones adicionales. Por ejemplo, para una muestra de 500 títulos serían necesarias 125.750 estimaciones.

⁴ Otros autores han propuesto simplificaciones al modelo de Markowitz, como Elton, Gruber y Padberg (1976, 1978) o Konno y Yamazaki (1992), pero también se ha demostrado que cualquiera de ellos conduce a estrategias sub-óptimas. Pueden consultarse al respecto, Burgess y Bey (1988), Roll (1992) y Simaan (1997).

⁵ Sobre los problemas de la aplicación práctica del modelo de Markowitz pueden consultarse, entre otros, a Michaud (1989) y Frankfurter y Phillips (1995).

Normalmente, la inclusión de cualquier restricción adicional en el modelo genera una frontera de carteras eficientes que es dominada por la que resulta cuando no se tienen en cuenta las restricciones mencionadas. Es decir, dichas carteras no son tan eficientes como debieran (Haugen, 1993 y Fisher y Statman, 1997).

También puede influir el hecho de que la mayor parte de los gestores de carteras tienden a fundamentar sus decisiones en valoraciones subjetivas y no en el empleo de técnicas de selección de inversión de tipo cuantitativo. Algunos de ellos piensan que con el empleo de este tipo de técnicas su labor dejaría de ser fundamental y podrían incluso llegar a perder su puesto de trabajo (Focardi y Jonas, 1997).

No obstante, ninguna de estas causas es definitiva. Iglesias (1998) hace un repaso de los argumentos a favor y en contra de la utilización del modelo de Markowitz y concluye que ninguno de estos últimos puede considerarse un obstáculo insalvable, señalando que «las hipótesis restrictivas en las que se basa admiten hasta cierto punto su relajación introduciendo nuevas restricciones en el planteamiento. Además, no es tan importante el que se asiente en hipótesis limitadas como que funcione bien en la práctica».

Michaud (1989) señala una serie de ventajas que tiene la utilización de una técnica de optimización como el modelo de Markowitz: satisfacción de los objetivos y restricciones de los inversores, control de la exposición de la cartera al riesgo, establecimiento de un estilo de inversión, uso eficiente de la información, etc.

En el artículo, explicamos brevemente los objetivos del presente trabajo y el planteamiento básico del modelo de Markowitz. Seguidamente exponemos los resultados de la aplicación realizada sobre un conjunto de títulos cotizados en el mercado español, así como la metodología empleada. A continuación, se muestran las conclusiones y finalmente se indican las referencias bibliográficas.

2. OBJETIVOS

En la gestión de carteras nos encontramos dos tendencias diferenciadas en cuanto a la estrategia o política más adecuada para conseguir los objetivos del inversor. Por un lado, la estrategia activa que se basa en el incumplimiento de la hipótesis de eficiencia del mercado y en consecuencia supone que los precios de cotización de los títulos no reflejan toda la información disponible. En estas circunstancias, los gestores piensan que pueden batir al mercado anticipándose a sus movimientos sobre la base de las malformaciones de precios que estiman pueden existir en el mercado. Esta estrategia se fundamenta en la posibilidad de identificar valores infravalorados o sobrevalorados cuya compraventa pueda generar rentabilidad suficiente para cubrir los costes de transacción y el riesgo asumido.

Y por otro, la estrategia pasiva que supone el cumplimiento de la hipótesis de eficiencia del mercado, desarrollada a finales de los sesenta. Es decir, el precio de cotización de un título refleja toda la información existente en el mercado sobre su comportamiento. Por lo tanto, existe información perfecta y ningún inversor puede superar al mercado. En estas condiciones, la gestión pasiva se plantea seguir a una cartera de referencia que refleje los movimientos del mercado (Mendizábal y Tamayo, 2000).

Con este trabajo pretendemos mostrar que el modelo de Markowitz puede ser de gran utilidad en la práctica.

Queremos verificar si el modelo de Markowitz es capaz de proporcionar carteras que nos ofrezcan una mayor rentabilidad y un menor riesgo que la cartera representada por los índices IBEX-35 e IGBM. Y de forma simultánea, comprobar la supuesta eficiencia de estos índices como representantes de la cartera de mercado teórica.

3. EL MODELO DE MARKOWITZ

Markowitz desarrolla su modelo sobre la base del comportamiento racional del inversor. Es decir, el inversor desea la rentabilidad y rechaza el riesgo. Por lo tanto, para él una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad. El conjunto de carteras eficientes puede calcularse resolviendo el siguiente programa cuadrático paramétrico:

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij}$$

sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

donde x_i es la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i e incógnita del programa, $\sigma^2(R_p)$, la varianza de la cartera p , y σ_{ij} , la covarianza entre los rendimientos de los valores i y j . $E(R_p)$, es la rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera p , de tal forma que al variar el parámetro V^* obtendremos en cada caso, al resolver el programa, el conjunto de proporciones x_i que minimizan el riesgo de la cartera, así como su valor correspondiente. El conjunto de pares $[E(R_p), \sigma^2(R_p)]$ o combinaciones rentabilidad-riesgo de todas las carteras eficientes es denominado «frontera eficiente». Una vez conocida ésta, el inversor, de acuerdo con sus preferencias, elegirá su cartera óptima.

4. ESTUDIO EMPÍRICO

4.1. Base de datos

Para este estudio hemos utilizado los precios de cotización diarios de cierre correspondientes a los años 2000 y 2001, de 30 valores que han formado parte del IBEX-35 durante ese periodo⁶. En los gráficos del anexo 1 podemos apreciar la evolución del

⁶ Para los otros cinco títulos del IBEX-35 no disponíamos de la serie completa de datos en el período considerado. Debido a ello, somos conscientes de la posibilidad de existencia de un sesgo de supervivencia. Se puede ver la relación de los 30 títulos considerados en el anexo 3.

IBEX-35 y del Índice General de la Bolsa de Madrid (IGBM). Además, hemos calculado la rentabilidad y varianza de los índices IBEX-35 e IGBM:

	Rentabilidad semanal media (%)	Varianza
IBEX-35	-0,272817	10,1455
IGBM	-0,208096	8,2578

Hemos considerado el IGBM por ser el índice que de forma más completa representa al mercado español y que se viene utilizando como *benchmark* o índice de referencia en multitud de estudios empíricos⁷. Además, nos parece oportuno y necesario considerar el IBEX-35 ya que al estar compuesto por los 35 títulos más líquidos que cotizan en el mercado continuo es suficientemente representativo del comportamiento del mercado. Además, como señala Lucas (1998, p. 42), «porque la eficacia y competitividad de los gestores se mide por el IBEX-35 en lugar de por el Índice General de la Bolsa de Madrid, IGBM».

4.2. Metodología

En primer lugar, definimos el rendimiento del título *i*-ésimo en el periodo *t* (R_{it}) como:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1} + d_{it}}{P_{it-1}}$$

Siendo:

P_{it} : Precio de cotización del título al final del periodo *t*.

P_{it-1} : Precio de cotización al comienzo del periodo.

d_{it} : Ganancias que ha obtenido el título a lo largo del periodo, como dividendos, cupones por derecho de suscripción preferente, etc.

R_{it} , una vez transcurrido el periodo, «ex-post», resulta una magnitud conocida con certeza. Pero la decisión de invertir se toma al comienzo del periodo, «ex-ante». En tal caso, ni d_{it} ni P_{it} son conocidos con certeza, son variables aleatorias, y en consecuencia R_{it} también.

En general, se ha comprobado que si el título cotiza en un mercado bursátil amplio y desarrollado, la distribución de probabilidades de R_{it} sigue la distribución Normal⁸, se-

⁷ Por ejemplo, Ferruz y Sarto (1997), Acosta y González (1999) o Jara y Martínez (2000).

⁸ Si consideramos que los rendimientos de los títulos serialmente no son independientes y que tampoco tienen varianzas constantes, deberíamos emplear modelos econométricos con varianzas condicionales cambiantes, por ejemplo modelos ARCH y GARCH. En cualquier caso, para este trabajo vamos a considerar un contexto clásico en el que las variables aleatorias (rendimientos) son serialmente independientes entre sí y no presentan heterocedasticidad. Una aplicación de selección de carteras con riesgo condicionado puede verse en Acosta y González (1999).

gún el Teorema Central del Límite. De tal forma, que el valor esperado, $E(R_{it})$, como rentabilidad del título, y su varianza, $\sigma^2(R_{it})$, como medida del riesgo asociado al título, son suficientes para describir la distribución del rendimiento futuro de la cartera⁹.

De otro modo, este argumento también sería válido cuando la función de utilidad del inversor con respecto a la riqueza fuera cuadrática¹⁰.

En el estudio que hemos realizado, se ha supuesto que el rendimiento esperado de los títulos en el siguiente periodo coincide con el rendimiento medio obtenido en el pasado, esto es, $E(R_t) = \bar{R}_t$. También hemos supuesto que las varianzas y covarianzas históricas de los títulos se mantendrán en el futuro¹¹.

Otra posible alternativa en cuanto a la estimación de los rendimientos futuros hubiera sido establecer escenarios posibles y asignarles probabilidades de ocurrencia mediante el análisis de comportamiento histórico o de forma subjetiva por «expertos» del mercado¹².

Por otro lado, el cálculo de los rendimientos, R_{it} , nos obliga a definir el marco temporal de las observaciones. En nuestro caso, hemos considerado la semana, de lunes a viernes, como el horizonte temporal de la inversión. De esta forma, por un lado obtenemos información suficiente y, por otro, en ese tiempo se producen movimientos significativos en los precios. Como señalan Grande y Rodríguez (1987, p. 56), «la dimensión semanal de las observaciones de precios y magnitud del índice garantiza una reducida pérdida de información, se anulan los efectos de la contratación poco frecuente y se minimiza la varianza de las distribuciones normales de rendimientos».

En cuanto al programa cuadrático paramétrico utilizado, hay que destacar que en las restricciones hemos incluido la condición de no negatividad. Esto supone que no hemos admitido las ventas a crédito o *short sales*. Esta restricción complica los cálculos de optimización necesarios para determinar las carteras eficientes pero se justifica por las importantes limitaciones que tiene su empleo en la mayor parte de los mercados. En el mercado español las ventas a crédito están reguladas y su utilización en la práctica no es significativa. En este sentido, este trabajo se diferencia del realizado por Iglesias (1998), que no incluyó esta restricción en la aplicación que realizó del modelo de Markowitz.

Finalmente, en cuanto a la rentabilidad del activo sin riesgo, necesaria para la aplicación de la medida de *performance*, hemos utilizado el equivalente semanal de la rentabilidad media anual de la tasa repo a un mes de las Letras del Tesoro de los años 2000 y 2001, que es del 0,0732%.

⁹ La hipótesis de normalidad de las distribuciones de probabilidad de la rentabilidad de los títulos ha sido objeto de ciertas críticas. En los casos en los que se considere importante la asimetría y el apuntamiento de la distribución de probabilidades, se deberían recoger de forma explícita en el modelo los momentos de tercer y cuarto orden.

¹⁰ Se considera que la función de utilidad cuadrática puede ser una buena aproximación de otras funciones de utilidad de grado superior.

¹¹ En general, se acepta la utilización de datos históricos como estimadores de los parámetros esperados en el futuro (ver por ejemplo, Rubinstein, 1973, Araujo y Rodríguez, 1988).

¹² Villalba (1998), en un caso aplicado al mercado español, plantea un modelo de selección de carteras con escenarios previstos en función de los posibles resultados de las elecciones generales de 1996 y la previsión de los beneficios empresariales.

4.3. Medida de performance

La medición de la *performance*, o del resultado o rendimiento, nos permite obtener una medida de la calidad de gestión de las carteras formadas por títulos financieros en base a la rentabilidad y al riesgo. Además, nos facilita la comparación entre ellas mediante medidas homogéneas.

La medida de performance que nos hemos planteado inicialmente es el índice de Sharpe (1966), cuya expresión es la siguiente¹³:

$$S_p = \frac{E_p - R_f}{\sigma_p}$$

Donde:

E_p : rentabilidad periodal media de cada cartera.

R_f : rentabilidad periodal media del activo sin riesgo.

σ_p : desviación típica de la rentabilidad periodal media de la cartera.

Este índice es un ratio prima-riesgo. El numerador es el exceso de rendimiento definido por la diferencia entre el rendimiento de la cartera y el tipo de rendimiento sin riesgo en el mismo periodo de valoración. El riesgo de la cartera se mide por la desviación estándar de ésta. Es decir, indica la prima de rentabilidad que ofrece una cartera de valores por unidad de riesgo total de la misma. Se deduce que cuanto mayor sea el ratio prima-riesgo, es mayor el éxito de la gestión del fondo.

Sin embargo, el índice de Sharpe acusa la falta de coherencia cuando $E_p < R_f$, es decir cuando la rentabilidad media de la cartera no supera la rentabilidad media del activo financiero sin riesgo. En esta situación, se obtiene que la derivada parcial del índice respecto al riesgo es positiva,

$$\frac{\partial S_p}{\partial \sigma_p} > 0 \quad \left(\frac{\partial S_p}{\partial \sigma_p} = -\frac{E_p - R_f}{\sigma_p^2} \right)$$

Que no tiene sentido al indicar que ante incrementos del riesgo se producen variaciones en el índice en el mismo sentido.

Finalmente, hemos utilizado un índice alternativo con el objeto de evitar clasificaciones incorrectas de performance de las carteras. En consecuencia, hemos empleado la alternativa de coherencia absoluta al índice de Sharpe (Ferruz y Sarto, 1997):

$$S_p^* = \frac{E_p / R_f}{\sigma_p}$$

¹³ Los índices de Treynor (1965) y Jensen (1968) requieren la aplicación del modelo CAPM y hemos preferido no utilizarlos en este trabajo.

Donde su derivada parcial respecto al riesgo es ahora:

$$\frac{\partial S_p^*}{\partial \sigma_p} = \frac{E_p / R_f}{\sigma_p^2} < 0$$

Que sólo acusaría falta de coherencia en el caso de que la rentabilidad media de la cartera fuera negativa en el periodo analizado.

4.4. Resultados

En el Gráfico 1 se representa la frontera de carteras eficientes que nos ha proporcionado el modelo de Markowitz al resolver el programa cuadrático paramétrico expuesto anteriormente para distintos niveles de rentabilidad. En el siguiente gráfico hemos ampliado la zona donde se representan las carteras eficientes con una varianza menor de 100 para poder observar con mayor detalle la posición que ocupan las representaciones de rentabilidad-riesgo del IBEX-35 e IGBM. Como vemos, los índices se encuentran alejados de la frontera eficiente, por lo que para esos niveles de riesgo se pueden obtener rentabilidades más elevadas con carteras formadas según los criterios propuestos por el modelo de Markowitz. Por tanto, la ineficiencia de los índices IBEX-35 e IGBM resulta evidente. Iglesias (1998) llega, en su trabajo, a una conclusión similar.

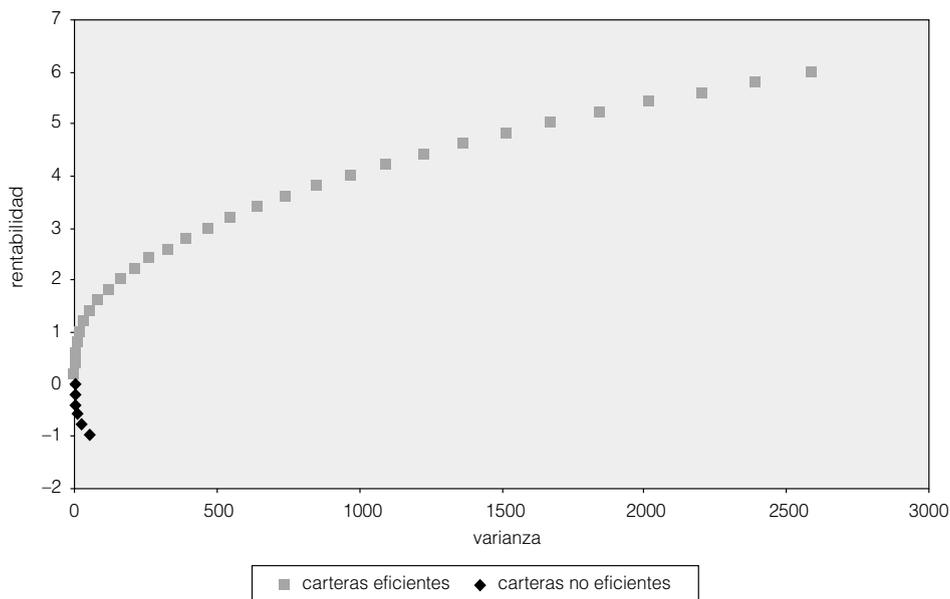


Gráfico 1

Frontera eficiente de Markowitz

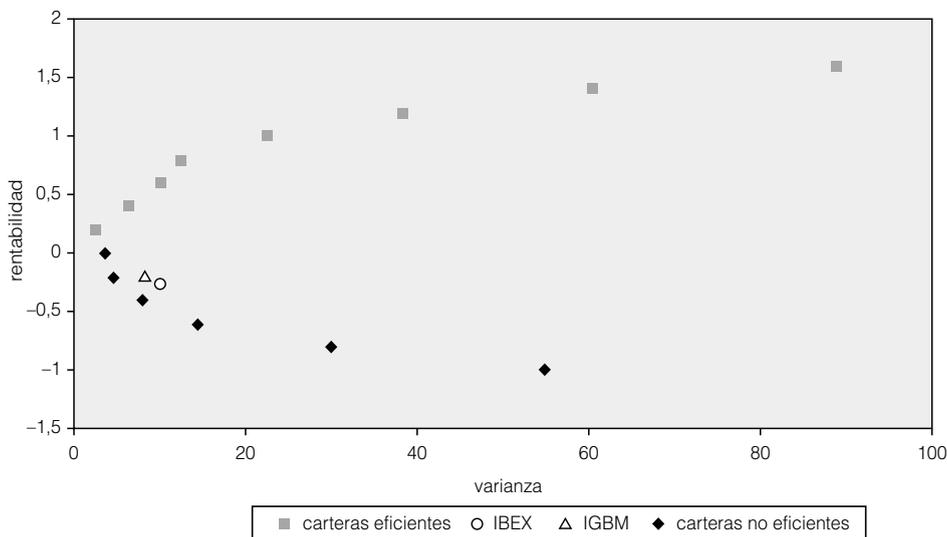


Gráfico 2

Frontera eficiente de Markowitz y representación del IBEX-35 e IGBM

En el anexo 2 hemos estimado el valor de índice de Sharpe corregido para las carteras eficientes. Según éste, la cartera que obtiene un mayor ratio prima-riesgo estaría formada por: Zeltia, 12,3%; R.E.E., 8,84%; FCC, 4,69%; Dragrados, 34,4%; Aceralia, 0,02%; Altadis, 35,4% y ACS, 4,35%.

5. CONSIDERACIONES FINALES

El modelo de Markowitz, referente teórico en el campo de la teoría de selección de carteras, puede resultar de gran utilidad en la práctica. Los analistas de inversiones, los gestores de carteras e incluso los inversores particulares pueden utilizarlo de forma sencilla, al disponer del *software* y *hardware* necesarios para su aplicación.

No obstante, no debemos olvidar que el empleo de esta técnica requiere una estimación correcta de los rendimientos esperados de los títulos y de sus covarianzas. Además, las estimaciones realizadas en función de datos históricos no aseguran el comportamiento posterior del mercado bursátil.

En este sentido, Michaud (1989) considera que el empleo de parámetros históricos como estimadores de los parámetros esperados introduce sesgos importantes, que hace que las carteras eficientes proporcionadas por el modelo se formen fundamentalmente con activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos. Esto proporciona carteras concentradas en pocos títulos y que resultan poco atractivas para los inversores. No obstante, este inconveniente puede solucionarse introduciendo restricciones que limiten el porcentaje máximo del presupuesto que puede destinarse a cada título (Michaud, 1989 y Haugen, 1993).

En el estudio empírico realizado, se observa, por un lado, que el modelo de Markowitz es capaz de proporcionar carteras que baten a las carteras de mercado de referencia (IBEX-35 e IGBM), obteniendo mayores rentabilidades con un menor riesgo. Y por otro, tanto el IBEX-35 como el IGBM no son carteras eficientes, no reflejando el comportamiento de la cartera de mercado teórica. Por lo tanto, el modelo de Markowitz, como herramienta de selección de carteras, ha sido capaz de proporcionarnos carteras con mejor performance que los índices de referencia del mercado. Además, debemos tener en cuenta que las carteras negociadas en España no suelen batirlos de forma sistemática¹⁴.

No obstante, estos resultados están sujetos a las consideraciones anteriormente expuestas sobre las limitaciones de las estimaciones realizadas según datos históricos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

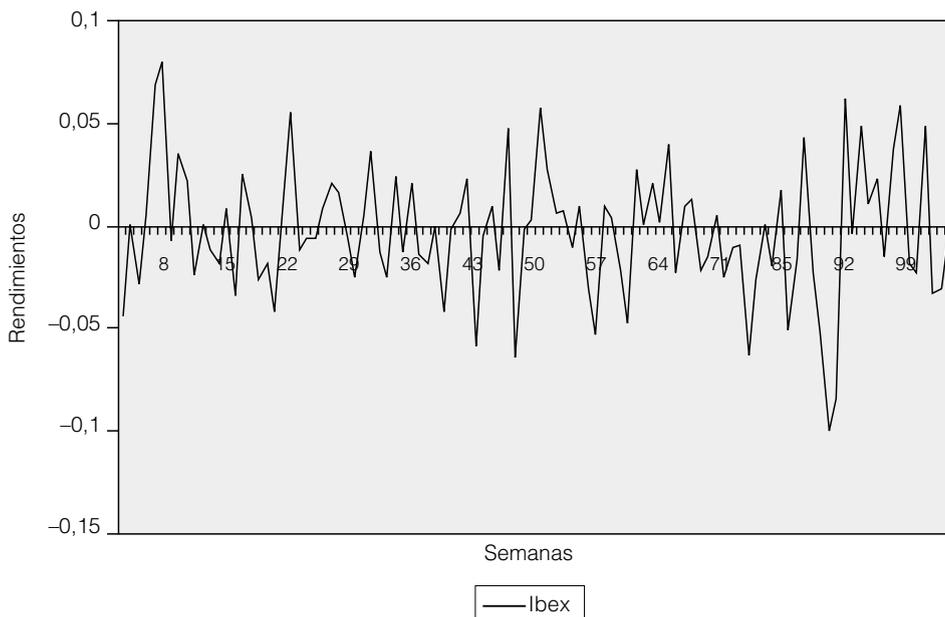
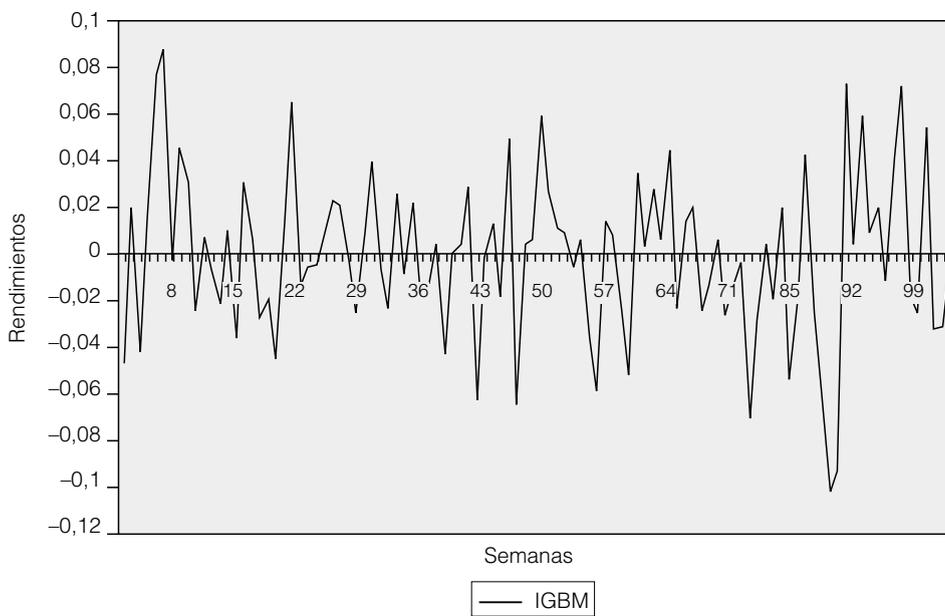
- ACOSTA, E. y GONZÁLEZ, B. (1999): «Formación de carteras con riesgo condicionado. Una aplicación empírica al mercado de valores español». *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, Vol. XXVIII, n.º 102, pp. 937-966.
- ARAUJO, A. y RODRIGUEZ, A. (1988): «Un método simplificado para la selección de carteras de valores: Aplicación a la Bolsa de Bilbao». *Boletín de Información Financiera de la Bolsa de Bilbao* n.º 26, pp. 44-63.
- BURGESS, R. C. y BEY, R. P. (1988): «Optimal portfolios: Markowitz full covariance versus simple selection rules». *The Journal of Financial Research*, XI, pp. 153-163.
- CRUZ, S.; TRINIDAD, J. E.; GARCÍA J. y SÁNCHEZ, M. A. (1999): «Un análisis comparativo de las teorías clásicas para la formación de carteras de inversión». *Actualidad Financiera*, n.º 6, junio, pp. 41-49.
- ELTON, E. J., GRUBER, M. J. y PADBERG, M. W. (1976): «Simple criteria for optimal portfolio selection». *The Journal of Finance*, n.º 31, pp. 1341-1357.
- ELTON, E. J., GRUBER, M. J. y PADBERG, M. W. (1978): «Simple criteria for optimal portfolio selection: tracing out the efficient frontier». *The Journal of Finance*, n.º 33, pp. 296-302.
- FERRUZ, L. y SARTO, J. L. (1997): «Revisión crítica de las medidas clásicas de performance de carteras y propuesta de índices alternativos. Aplicación a fondos de inversión españoles (1990-1995)». *Boletín de Estudios Económicos*, n.º 162, pp. 549-573.
- FISHER, K. L. y STATMAN, M. (1997): «Investment advice from mutual fund companies». *The Journal of Portfolio Management*, n.º 24, pp. 9-25.
- FOCARDI, S. y JONAS, C. (1997): *Modelling the market: new theories and techniques*. Frank J. Fabozzi Associates, New Hope, Pennsylvania.
- FRANKFURTER, G. M. y PHILLIPS, H. E. (1995): *Forty years of normative portfolio theory: Issues, controversies and misconceptions*. JAI Press.
- GÓMEZ-BEZARES, F.; MADARIAGA, J. A. y SANTIBÁÑEZ, J. (1996): «Modelos de valoración y eficiencia: ¿Bate el CAPM al mercado?». *Análisis Financiero*, n.º 68, pp. 72-97.
- GRANDE, I. (1986): «Estimación de volatilidades en mercados estrechos». *Boletín de Información Financiera de la Bolsa de Bilbao*, n.º 18, pp. 15-24.
- GRANDE, I. y RODRÍGUEZ, A. (1987): «El modelo de mercado en la selección de carteras de valores: una aplicación al caso de la Bolsa bilbaina». *Boletín de Información Financiera de la Bolsa de Bilbao*, n.º 22, pp. 47-61.

¹⁴ Lucas (1998), analiza la performance de 36 FIM de renta variable durante el periodo de 1992 a 1996 y llega a la conclusión de que solamente tres de estos fondos baten de manera sistemática al mercado, y ninguno lo hace de forma muy significativa. Según esto, hubiera sido mejor hacer una gestión pasiva e indizarse al IBEX-35.

- HAUGEN, R. A. (1993): *Modern investment theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 3.^a ed.
- IGLESIAS, S. (1998): «La determinación de carteras óptimas: una revisión del modelo de Markowitz». Ponencias-AEDEM, pp. 1163-1173.
- JARA, J. R. y MARTINEZ, M. I. (2000): «Modelos de estructuras de correlación entre activos de renta variable: contraste empírico en el mercado español». *Actualidad Financiera*, julio, pp. 19-32.
- JENSEN, M. C. (1968): «The performance of mutual funds in the period 1945-1964». *Journal of Finance*, vol. 23, mayo, pp. 383-417.
- KONNO, H. y YAMAZAKI, H. (1992): «Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market». *Management Science* n.º 39, pp. 519-531.
- LUCAS, A. (1998): «Fondos de inversión en España: Análisis del performance». *Revista Bolsa de Madrid*, n.º 63, pp. 40-47.
- LLOR, A.; MARTINEZ, M. I. y YAGÜE, J. (1998): «Análisis empírico del efecto día de la semana en la Bolsa de Madrid». Ponencias-AEDEM, pp. 539- 546.
- MARKOWITZ, H. (1959): *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. John Wiley & Sons. New York.
- MARKOWITZ, H. (1952): «Portfolio selection». *Journal of Finance*, vol. 7, n.º 1, marzo, pp. 77-91.
- MENDIZABAL, A. y TAMAYO, U. (2000): «Gestión de carteras de renta variable: Importancia de los índices bursátiles», *Best Papers Proceedings*, AEDEM.
- MICHAUD, R. O. (1989): «The Markowitz optimization enigma: Is 'optimized' optimal?». *Financial Analyst Journal*, n.º 45, enero-febrero, pp. 31-42.
- ROLL, R. (1992): «A mean/variance analysis to tracking error». *The Journal of Portfolio Management*, n.º 18, pp. 13-23.
- RUBINSTEIN, M. E. (1973): «A mean-variance synthesis of corporate financial theory». *Journal of Finance*, vol. 28, marzo, pp. 167-181.
- RUIZ, F. J. y ESPITIA, M. (1996): «La formación de precios de las acciones alrededor del pago de dividendos en el mercado de capitales español». *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol. XXV, n.º 86, pp. 179-198.
- SIMAAN, Y. (1997): «Estimation risk in portfolio selection: the mean variance model versus the mean absolute deviation model». *Management Science*, n.º 43, pp. 1437-1446.
- SHARPE, W. F. (1966): «Mutual fund performance». *Journal of Business*, n.º 39, enero, pp. 119-138.
- SHARPE, W. F. (1964): «Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk». *Journal of Finance*, vol. XIX, n.º 3, septiembre, pp. 425-442. Teoría de Cartera y del Mercado de Capitales. Deusto, Bilbao, 1978.
- SHARPE, W. F. (1963): «A simplified model for portfolio analysis». *Management Science*, vol. 9, n.º 2, pp. 277-293.
- SOLDEVILLA, E. (1999): *Los fondos de inversión. Gestión y valoración*. Editorial Pirámide, Madrid.
- SOLDEVILLA, E. (1987): *Análisis económico de la demanda en la gestión empresarial*. Editorial El Ateneo, Barcelona.
- SOLDEVILLA, E. (1983): «El coeficiente beta en el análisis de cartera: su alcance y significación». *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, n.º 38 y 39, pp. 315-369.
- TREYNOR, J. L. (1965): «How to rate management of investment funds». *Harvard Business Review*, enero-febrero, pp. 63-75.
- VILLALBA, D. (1998): «Un modelo de selección de cartera con escenarios y función de riesgo asimétrica». *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol. XXVII, n.º 96, pp. 613-637.
- YAGÜE, J. (2001): «El efecto de las ampliaciones en el valor de las acciones». *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol. XXX, n.º 107, pp. 11-38.

Anexo 1

Evolución de los índices



Anexo 2**Rentabilidad, riesgo e índices de Sharpe corregidos de las carteras eficientes**

Carteras	Rentabilidad (%)	Varianzas(% ²)	Sharpe corregido (S _p *)
CARTERA 7	0,2	2,62	1,68
CARTERA 8	0,4	6,40	2,15
CARTERA 9	0,6	10,25	2,55
CARTERA 10	0,8	12,60	3,07
CARTERA 11	1	22,62	2,87
CARTERA 12	1,2	38,47	2,64
CARTERA 13	1,4	60,54	2,45
CARTERA 14	1,6	88,92	2,31
CARTERA 15	1,8	123,60	2,21
CARTERA 16	2	164,59	2,12
CARTERA 17	2,2	211,95	2,06
CARTERA 18	2,4	265,94	2,01
CARTERA 19	2,6	326,60	1,96
CARTERA 20	2,8	394,09	1,92
CARTERA 21	3	469,59	1,89
CARTERA 22	3,2	553,34	1,85
CARTERA 23	3,4	645,35	1,82
CARTERA 24	3,6	745,61	1,80
CARTERA 25	3,8	854,13	1,77
CARTERA 26	4	970,90	1,75
CARTERA 27	4,2	1.095,93	1,73
CARTERA 28	4,4	1.229,21	1,71
CARTERA 29	4,6	1.370,75	1,69
CARTERA 30	4,8	1.520,54	1,68
CARTERA 31	5	1.678,58	1,66
CARTERA 32	5,2	1.844,88	1,65
CARTERA 33	5,4	2.019,44	1,64
CARTERA 34	5,6	2.202,24	1,63
CARTERA 35	5,8	2.393,31	1,61
CARTERA 36	6	2.592,63	1,60

Anexo 3

Composición de las carteras eficientes proporcionadas por el modelo de Markowitz (cifras en %)

	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Zeltia	0	5,53	8,42	12,3	22,9	33,2	42,5	51,7	61	70,3	78,9	87,1	95,3	99,8	99,8	99,8	99,7	99,7	99,7	99,7	99,7	99,6	99,6	99,6	99,6	99,6	99,5	99,5	99,5	99,5
U. Fenosa	5,68	5,74	6,91	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TPI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Terra	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Telefónica	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tele Pizsa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sol Melia	0	4,89	5,54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sogetable	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Repsol YPF	3,59	0,09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R.E.E.	0	5,71	7,44	8,84	4,31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NH Hoteles	0	4,32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Indra A	9,02	4,52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Iberdrola	13	5,72	6,83	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ferrovial	0,2	5,01	5,51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Endesa	6,32	4,86	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FCC	3,23	5,64	6,82	4,69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dragados	3,11	6,25	8,32	34,4	38,2	37	34,4	31,8	29,2	26,6	20,9	12,7	4,53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cor Alba	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Carrefour	0	4,18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BSCH	0	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
BBVA	0	4,54	4,83	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bankinter	0	4,86	5,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ba. Popular	14,5	5,7	6,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Aceralia	0	0,01	0,02	0,02	0,04	0,05	0,07	0,09	0,1	0,12	0,14	0,15	0,17	0,19	0,21	0,23	0,25	0,27	0,29	0,31	0,34	0,36	0,38	0,4	0,42	0,44	0,46	0,48	0,5	0,52
Amadeus-A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Altadis	12,3	6,52	8,51	35,4	34,6	29,7	23	16,4	9,68	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ACS	0	5,68	7,2	4,35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Acesa	18,5	5,48	6,31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Acerinox	0	4,6	4,85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Acciona	10,6	0,11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0