

# gogoa

Euskal Herriko Unibertsitateko  
Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio  
eta Ekintzari buruzko Aldizkaria

9 (1) 2009ko apirila

ITZULPENA: *Matematikari baten apologia (10-18 atalak)*, **G. H. Hardy** (Itzulpena: Enetz Ezenarro) • ZABAL-ZEHATZ BEGIRATUZ: *Logika eta logikak. Begirada bat logika ez-klasikoei*, **Xabier Arrazola** • ARTIKULUAK: *Elebakarren eta elebidunen euskararen jabekuntzaren erritmoaren inguruan*, **Andoni Barreña, Iñaki Garcia eta Mari Jose Ezeizabarrena** • *Etika merkataritza kredituan: bertuteak eta ekimenak*, **Leire San-Jose eta Christopher Cowton** • OHAR KRITIKOAK: *Arrazonamendu analogikoa fisika modernoan: inbariantzia eta simetria*, **Alain Ulazia** • *Kategoriak analogia matematikorako*, **Enetz Ezenarro** • LIBURUEN KRITIKAK: *Everyday aesthetics (Yuriko Saito)*, **Aitor Izagirre** • *La mente moral. Cómo la naturaleza ha desarrollado nuestro sentido del bien y del mal (Marc D. Hauser)*, **Pello Huizi** • AURKEZPEN LABURRAK

eman ta zabal zazu



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

# gogoa

Euskal Herriko Unibertsitateko  
Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio  
eta Ekintzari buruzko Aldizkaria

9 (1) 2009ko apirila

## **GOGOA. Euskal Herriko Unibertsitateko Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio eta Ekintzari buruzko aldizkaria**

GOGOA Euskal Herriko Unibertsitateko Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio eta Ekintzari buruzko aldizkaria da, euskaraz, urtean bitan argitaratzen dena. GOGOAK diziplina arteko izaera du: Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio eta Ekintzari buruzko ikerkuntza bultzatzen du, bereziki logika, matematika, hizkuntzalaritza, psikologia, filosofia, informatika eta adimen artifizialetik datozen teoria eta metodoak bat ekartzen saiatuz. GOGOAK, beraz, filosofo, logikari, hizkuntzalari, psikologo, matematikari, adimen artifizialeko aditu eta ezagutzari buruzko teoriagile sozialen lanak jasoko ditu. Ez dago beste modurik diziplina anitzetako adituen elkarlana baizik Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazioa eta Ekintza behar bezala aztertzeko.

### **Zuzendaria:**

Jesus M. Larrazabal

### **Idazkari teknikoa:**

Larraitz Zubeldia

### **Erredakzio batzordea:**

Itziar Aduriz (2006-2010), Eneka Albizu (2007-2011), Mixel Aurnague (2006-2010), Itziar Etxebarria (2005-2009), Beatriz Fernandez (2005-2009), Kepa Fernandez de Larrinoa (2005-2009), Joana Garmendia (2008-2013), Xabier Insausti (2007-2011), Xabier Itzaina (2005-2009), Kepa Korta (Zuzendari ohia), Mikel Olazaran (2006-2010), Elixabete Perez Gaztelu (2006-2010).

### **Aholku batzordea:**

Xabier Arrazola (2006-2010), Begoña Asua (2005-2009), Jean Baptiste Coyos (2006-2010), Arantza Diaz de Ilarraza (2007-2011), Mikel Haranburu (2005-2009), Bittor Hidalgo (2005-2009), Pello Huizi (2005-2009), Luis M. Larringan (2006-2010), Txomin Peillen (2008-2013), Ana Toledo (2005-2009), Sagarrio Yarnoz (2008-2013), Koldo Zuazo (2007-2011).

# gogoa

Euskal Herriko Unibertsitateko  
Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio  
eta Ekintzari buruzko Aldizkaria

**9 (1) 2009ko apirila**

emari ta zabal zazu



Universidad Euskal Herriko  
del País Vasco Unibertsitatea

ARGITALPEN  
ZERBITZUA  
SERVICIO EDITORIAL

9. bolumena, 1. zenbakia. 2009ko apirila

*The Philosopher's Index* izeneko indizeak GOGOArek edukien berri jasotzen du

© Euskal Herriko Unibertsitateko Argitalpen Zerbitzua

ISSN: 1577-9424

Lege Gordailua: BI-1402-01

Fotokonposizioa: Rali, S.A.

Particular de Costa, 12-14 - 48010 Bilbao

## AURKIBIDEA

### Itzulpena

Matematikari baten apologia (10-18 atalak) <i>G. H. Hardy</i> (Itzulpena: Enetz Ezenarro) . . . . .	1
---	---

### Zabal-zehatz begiratu

Logika eta logikak. Begirada bat logika ez-klasikoei <i>Xabier Arrazola</i> . . . . .	15
--	----

### Artikuluak

Elebakarren eta elebidunen euskararen jabekuntzaren erritmoaren inguruan <i>Andoni Barreña, Iñaki Garcia eta Mari Jose Ezeizabarrena</i> . . . . .	63
Etika merkataritza kredituan: bertuteak eta ekimenak <i>Leire San-Jose eta Christopher Cowton</i> . . . . .	93

### Ohar kritikoak

Arrazonamendu analogikoa fisika modernoan: inbariantzia eta simetria <i>Alain Ulazia</i> . . . . .	111
Kategoriak analogia matematikorako <i>Enetz Ezenarro</i> . . . . .	119

### Liburuen kritikak

Everyday aesthetics (Yuriko Saito) <i>Aitor Izagirre</i> . . . . .	123
La mente moral. Cómo la naturaleza ha desarrollado nuestro sentido del bien y del mal (Marc D. Hauser) <i>Pello Huizi</i> . . . . .	131

<b>Aurkezpen laburrak</b> . . . . .	139
-------------------------------------	-----



**Matematikari baten apologia [10-18 atalak]\***

G. H. HARDY

A MATHEMATICIAN'S APOLOGY.  
CAMBRIDGE: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1940**(A Mathematician's Apology [Sections 10-18])**

10

Matematikari batek, margolari edo poeta batek bezala, ereduak egiten ditu. Bere ereduak besteenak baino iraunkorragoak badira, *ideiekin* eginda daudelako da. Margolari batek forma eta koloreekin egiten ditu ereduak, poeta batek hitzekin. Margo batek «ideia» bat adieraz dezake, baina normalean ideia hori arrunta eta garrantzirik gabea izan ohi da. Askoz gehiago dira ideiak poesian; baina Housman-ek azpimarratu zuen bezala, ideiek poesian duten garrantzia puztu egin ohi da: «Ideia poetiko bezalako gauzak badirela pentsatzeak ez nau konbentzitzen... Poesia ez da esandako hori, hori esateko modua baizik.»

*Not all the water in the rough rude sea  
Can wash the balm from an anointed King.*

Izan al litezke lerroak hobeak, eta izan al litezke aldi berean ideiak arruntagoak eta faltsuagoak? Ideien pobretasunak nekez izan dezake eraginik hitzezko ereduaren edertasunarengan. Matematikariak bestalde, ez dauka ideiak ez beste materialik lanerako, eta beraz litekeena da bere ereduak gehiago irautea, ideiak hitzak baino gutxiago higatzen baitira denborarekin.

Matematikariaren ereduak, margolari edo poetarenak bezalaxe *ederrak* izan behar dute; ideiek, koloreek eta hitzek bezalaxe, modu harmoniatsuan bat etorri behar dute. Edertasuna da lehen proba: ez da leku iraunkorrik munduan matematika itsusiarentzat. Eta honaino iritsita oraindik oso hedatua dagoen (nahiz eta ziurrenik duela hogeit hamar urte baino askoz gutxiago izan) gaizki ulertze batez arduratu behar dut,

---

\* Itzulpen hau Enez Ezenarrok egin du, *A Mathematician's Apology* liburuaren 1967ko ediziotik. Eskerrak eman nahi dizkio Jesus Mari Larrazabali lan hau egiteko emandako laguntza eta aholkuengatik.

Whiteheadek «superstizio literario» deitu zuenaz, hain zuzen ere. Honen arabera matematikarekiko maitasuna eta honen balorazio estetikoa «belau-naldi bakoitzean eszentriko gutxi batzuei mugatutako monomania» bat da.

Zaila izango litzateke gaur egun, matematikaren erakrpen estetikoaren aurrean erabat entzungor litzatekeen gizon jantzirik aurkitzea. Oso zaila izango da agian edertasun matematikoa *definitzea*, baina berdin gertatzen da edozein modutako edertasunarekin —ez dakigu zehazki zer ulertzen dugun poema eder bezala, baina horrek ez digu eragozten poema eder bat antzematea irakurtzen dugunean—. Hogben profesorea bera ere, matematikan osagai estetikoaren garrantzia edozein preziotan minimizatzearen aldekoa dena, ez da ausartzen bere errealitatea ukatzera. «Badira matematikak erakrpen hotz inpersonal bat eragiten dien zenbait gizabanako... Matematikaren erakrpen estetikoa oso erreala izan daiteke aukeratu gutxi batzuentzat.» Baina «gutxi» direla gogoratzen digu, eta eragindako erakrpena «hotza» dela (eta benetan jende zentzugabea dela, unibertitate hiri txiki eta zozoetan, espazio zabal eta irekietako haize freskotik babestuta bizi dena). Honetan Whiteheaden «superstizio literarioa» errepikatu besterik ez du egiten.

Kontuak kontu, gutxi dira matematika baino «maitatuagoak» diren gaiak. Jende gehienak estimuan dauka matematika, doinu atsegin batez goza dezakeen modu berean; eta seguru asko jende gehiago egongo da benetan matematikan interesatua dagoena, musikan interesatua dagoena baino. Itxura batean aurkakoa dirudien arren bada honentzat azalpen errazik. Musika jendearen emozioa suspertzeko erabil daiteke eta matematika aldiz ez; musikarako ezintasuna ez da hain lotsagarritzat hartzen, eta bestalde jende gehienak matematikaren izenari dion beldurrak, gaiaren inguruan duen ezjakintasuna zintzotasunez puztera darama.

Hausnarketa txiki bat nahikoa da, «superstizio literarioaren» zentzugabe-keria agerian uzteko. Xake jokalaria asko dago edozein herri zibilizatutan —Errusian ia populazio eskolatu osoa; eta xake jokalaria orok antzeman eta prezia dezake joko edo problema «eder» bat—. Haatik xake problema bat matematika hutsezko ariketa bat *baino ez da* (partida bat ez da guztiz hala, psikologiak ere zeresan handia baitu), eta problema bat «ederra» dela esaten duen edonork, edertasun matematikoa txalotzen du, nahiz eta alderatuz gero maila apaleko edertasuna den. Xake problemak matematikaren ereserki-doinuak dira.

Ikasgai berbera ikas dezakegu, maila apalagoan baina jende gehiagorentzako, bridge jokoarekin, edota oraindik gehiago jaitsiz, egunkarietako buruhausteen atalekin. Joko hauen ospe ikaragarria oinarritzko matematikaren erakrpen indarrari eginiko omenaldia da, eta Dudeney edo «Caliban» bezalako buruhauste sortzailerik onenek, ezer gutxi erabiltzen dute matematikaz gain. Beren lana ezagutzen dute; jendeak nahi duena «kolpe» intelektual txiki bat baino ez da, eta beste ezerk ez du matematikak eskainitako «kolpe» hori eskaintzen.



Benetako teorema matematiko bat aurkitzea edo berraurkitzea baino atsegin handiagorik ez dela gehitu nezake; ez eta gizon ospetsuenentzat ere (hauen artean matematikarentzako erdeinuzko hitzak izan dituztenak). Herbert Spencerek bere autobiografian hogeitau urte zituenean frogatu zuen zirkuluen inguruko teorema bat berrargitaratu zuen (Platonek bi mila urte lehenago frogatua zuela jakin gabe). Berriagoa eta interesgarriagoa da Soddy profesorearen kasua (baina kasu honetan, bere teorema berea da benetan)<sup>2</sup>.

## 11

Xake problema bat benetako matematika da, baina esan genezake matematika «xumea» dela. Nahi bezain burutsua eta korapilatsua delarik ere, nahi bezain mugimendu original eta harrigarriak eginda ere, bada falta duen oinarriko zerbait. Xake problemak garrantzirik gabekoak dira. Matematikaririk onena serioa da ederra izateaz gain —«garrantzitsua» nahi izan ezker, baina hitz hau oso anbigua da, eta «serio» hitzak askoz hobeto azaltzen du esan nahi dudana—.

Ez naiz matematikaren ondorio «praktikoekin» pentsatzen ari. Itzuliko naiz puntu honetara beranduago: oraingoz, xake problema bat zentzu gordinean «alferrikakoa» dela onartzen badugu, gauza bera esan genezake matematikaririk onenaren inguruan; matematikaren oso zati txikia da erabilgarria praktikan, eta zati txiki hori matematika aspergarria da hortik kanpo geratzen denarekin alderatuta. Teorema matematiko baten «seriotasuna» ez datza bere ondorio praktikoetan, normalean hutsalak direnak, baizik eta teorema honek uztartzen dituen ideia matematikoen *esanahian*. Zakar esanda, ideia matematiko bat «esanguratsua» dela esan dezakegu, modu natural eta argigarri batean, beste ideia matematiko batzuen multzo handi batekin uztartu daitekeen. Horrela bada, teorema matematiko serio batek, hau da, ideia esanguratsuak lotzen dituen teorema batek, bai matematika eta baita beste zientzia batzuk ere aurrerapen garrantzitsuetara gida ditzake. Xake problema batek ez du sekula pentsamendu zientifikoaren garapen orokorrean eraginik izan; Pitagoras, Newton, nahiz Einstein-ek ordea, bere garaian zientziaren norabidea guztiz aldatu zuten. Teorema baten seriotasuna ez datza, noski, bere ondorioetan; hauek bere seriotasuna berresteko frogak baino ez dira. Shakespearek ikaragarritzko eragina izan zuen ingeles hizkuntzaren garapenean, Otwayk bestalde hutsaren hurrena, baina ez da hau Shakespeare poeta hobia izateko arrazoia. Askoz poesia hobia idatzi zuelako da poeta hobia. Xake problemaren apaltasuna, Otwayren poesiarena bezala, ez datza bere ondorioetan bere mamian baizik.

---

<sup>2</sup> Ikus «Hexlet»aren inguruko bere gutunak, *Nature* aldizkarian 137-9 liburukiak (1936-7).

Bada beste puntu bat oso labur baztertuko dudana, ez interesgarria ez delako, zaila delako eta estetikaren inguruko eztabaida serio baterako gaitasunik ez dudalako baizik. Teorema matematiko baten edertasuna neurri handi batean bere seriotasunaren *araberakoa* da, poesian bertan ere bertso baten edertasuna, neurri batean, gordetzen dituen ideien esanahiaren araberakoa den bezalaxe. Shakespeareren bi bertso aipatu ditut arestian, hitzezko eredu baten zentzugabeko edertasunaren adibide gisa; hala ere

*After life's fitful fever he sleeps well*

bertsoak oraindik ederragoa dirudi. Ereduari dagokionean lehen bezain ederra da, eta kasu honetan ideiek zentzua daukate eta tesia sakona da, horregatik hunkitzen gaitu askoz modu sakonagoan. Ideiak ereduarentzat garrantzitsuak dira, baita poesian ere, eta askoz gehiago, noski, matematikan; baina ez dut auzi hau serioski argudiatuko.

## 12

Garbi dago honez gero aurrera egiteko aukerarik izango badugu, «benetako» teorema matematikoen adibideak jarri beharko ditudala, edozein matematikarik lehen mailakotzat onartuko dituen teoremen adibideak. Erronka handia da hau, lan hau idazteko ezarri ditudan murrizketak kontutan hartuta. Alde batetik nire adibideek oso sinpleak izan behar dute, eta jakintza matematiko espezializaturik gabeko irakurlearentzat ulergarriak; hasierako azalpen landurik behar ez dutenak izan behar dute; eta irakurleek frogak eta enuntziatuak jarraitzeko modukoak izan behar dute. Baldintza hauek, esaterako, zenbakien teoriako teoremarik ederrenetako asko baztertzen dituzte, hala nola, Fermaten «bi karratuen» teorema edo elkarrekikotasun koadratikoaren legea. Bestetik, nire adibideek matematika «onenetik» ateratakoak izan behar dute, hau da, matematikari profesionalen matematikatik; eta baldintza honek adibide asko kanpoan uzten ditu, ulergarriak egitea nahikoa erraza izan arren, logika edo filosofia matematikoaren esparruetan barneratzea eramango baikintuzke.

Greziarretara jotzea izango dut hoberena. Matematika greziararren bi teorema ezagun eman eta frogatuko ditut. Teoremak «sinpleak» dira, bai ideiarri dagokionean eta bai frogapena egiteko moduari dagokionean ere, baina ez dago dudarik mailarik altueneko teoremak direla. Biak ere aurkitu zirenean bezain esanguratsuak eta freskoak dira —bi mila urtek ez dute zimurrik marraztu ez batean eta ez bestean—. Azkenik, edozein irakurle bizkorrek, bai enuntziatuak eta bai frogapenak ere ordu bakarrean beregana ditzake, bere ekipamendu matematikoa nahi bezain ahula izanda ere.

1. Lehenengoa zenbaki lehenak infinitu izatearen Euklidesen froga da<sup>3</sup>.

*Zenbaki lehenak* edo *lehenak*

(A) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

zenbakiak dira, biderkagai txikiagoetan deskonposatu ezin direnak<sup>4</sup>. Horrela bada, 37 eta 317 lehenak dira. Zenbaki lehenak, beste edozein zenbaki oso biderkadura bidez eraikitzeko erabilitako materiala dira: horrela  $666 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37$ . Lehena ez den edozein zenbaki, gutxienez zenbaki lehen batez (normalean bat baino gehiagoz) zatigarria da. Infinitu zenbaki lehen dagoela frogatu behar dugu, hau da, (A) segida ez dela inoiz amaitzen.

Suposa dezagun segida hori amaitu egiten dela, eta

$$2, 3, 5, \dots, P$$

dela segida osoa (beraz  $P$  da zenbaki lehen handiena); eta hipotesi honen gainean ondoko formularen bidez definituriko  $Q$  zenbakia kontsidera dezagun

$$Q = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot P) + 1$$

Argi dago  $Q$  ez dela 2, 3, 5, ...,  $P$  zenbakiez zatigarria, 1 hondarra uzten duelako horietako edozeinez zatitzerakoan. Baina bera lehena ez bada ere, *lehenen batez* zatigarria da, eta beraz bada zenbaki lehen bat ( $Q$  bera izan daitekeena) aurrez zerrendatutakoak baino handiagoa dena. Baina hau gure hipotesiarekin kontraesanean dago, alegia,  $P$  baino zenbaki lehen handiagorik ez izatearenarekin; eta beraz gure hipotesia faltsua da.

*Absurdura Eramanez* egin dugu froga, eta *Absurdura Eramatea*, Euklidesek hain gogoko zuena, matematikariak duen tresnarik dotoreenetakoa da<sup>5</sup>. Xakeko edozein taktika baino dotoreagoa da: xake jokalaria batek peoi edo beste piezaren baten sakrifizioa eskainiko du agian, baina matematikariak *jokoa* eskaintzen du.

## 13

2. Nire bigarren adibidea Pitagorasek<sup>6</sup> emandako  $\sqrt{2}$ ren «irrazionaltasunaren» froga da.

«Zenbaki arrazional» bat  $a/b$  zatiki bat da, non  $a$  eta  $b$  osoak diren;  $a$ -k eta  $b$ -k zatitzaile komunik ez dutela suposa dezakegu, izango balute ezabatu egin

<sup>3</sup> *Elementuak IX 20*. *Elementuakeko* frogapen askoren benetako jatorria oso iluna da, baina ez dirudi arrazoi berezirik dagoenik, honako hau Euklidesena ez dela uste izateko.

<sup>4</sup> Arrazoi teknikoak daude 1 zenbakia lehena ez kontsideratzeko.

<sup>5</sup> Metodo hau saihesteko moduan antola daiteke froga, eta zenbait eskolatako logikariek nahia-ngo izango lukete hala eginez gero.

<sup>6</sup> Frogapen hau Pitagorasena dela uste izan da tradizionalki, edo behintzat bere eskolaren emaitza. Teorema hau, askoz forma orokorragoan agertzen da Euklidesen (*Elementuak X 9*).

ahal izango genuke eta. « $\sqrt{2}$  irrazionala dela» esatea, 2 zenbakia  $(a/b)^2$  moduan adierazi ezin dugula esateko beste modu bat da, eta hau esatea

$$(B) \quad a^2 = 2b^2$$

ekuazioa betetzen duten eta biderkagai komunik ez duten  $a$  eta  $b$  osorik ez dela esatearen berdina da. Aritmetika hutsezko teorema bat da hau, eta ez du «zenbaki irrazionalen» inongo ezagupenik eskatzen, edo eta hauen izaerari buruzko ezein teoriarenganako menpekotasunik erakusten.

*Absurdura Eramanez* argudiatuko dugu berriz ere. Demagun (B) egia dela,  $a$  eta  $b$  faktore komunik gabeko zenbaki osoak izanik. (B)-tik ondorioztatzen da  $a^2$  bikoitia dela ( $2b^2$  2az zatigarria izateagatik), eta beraz  $a$  ere bikoitia dela (zenbaki bakoiti baten karratua bakoitia denez gero).  $a$  bikoitia bada,

$$(C) \quad a = 2c$$

beteko da  $c$  zenbaki osoren batentzat, eta beraz

$$2b^2 = a^2 = (2c)^2 = 4c^2$$

edo

$$(D) \quad b^2 = 2c^2$$

Horrela bada  $b^2$  bikoitia da, eta beraz (aurreko arrazoi beragatik)  $b$  bikoitia izango da. Hau da,  $a$  eta  $b$  biak dira bikoitiak, eta 2 zatitzaile komuna dute hortaz. Hau gure hasierako hipotesiarekin kontraesanean dago eta hortik hipotesi faltsua dela ondorioztatzen da.

Pitagorasen teorematik ondorioztatzen da karratu baten diagonalaren honen aldearen bidez neurtu ezina dela (bien arteko zatiketa ez dela zenbaki irrazionala, ez dagoela biak multiplotzat dituen unitaterik). Izan ere, karratuaren aldea gure luzera unitatetzat hartzen badugu eta  $d$  bada diagonalaren luzera, orduan, Pitagorasi atxikitutako oso teorema ezagun baten bidez<sup>7</sup>,

$$d^2 = 1^2 + 1^2 = 2,$$

eta beraz  $d$  ezin da izan zenbaki irrazional bat.

Zenbakien teoriako nahi adina teorema eder aipa ditzaket, esanahia edozeinek ulertzeko modukoak. Adibide bezala, «aritmetikaren oinarriko teorema» deitutakoa dago, edozein zenbaki oso, zenbaki lehenen biderkadura bezala *modu bakarrean* deskonposa daitekeela dioena. Horrela bada  $666 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37$  eta ez dago beste deskonposaketarik; ezinezkoa da  $666 = 2 \cdot 11 \cdot 29$  edo  $13 \cdot 89 = 17 \cdot 73$  izatea (eta biderkadurak kalkulatu gabe ikus dezakegu). Teorema hau bere izenak inplikitzen duen moduan, goi mailako aritmetikaren oinarria da;

<sup>7</sup> Euklides, *Elementuak* I 47.

baina bere froga «zaila» ez izanda ere, sarrera bat eskatzen du eta matematika-rekin ohitu gabeko irakurlearentzat aspergarria suerta daiteke.

Beste teorema ezagun eta dotore bat Fermaten «bi karratuen» teorema da. Zenbaki lehenak bi klasetan sailka daitezke (2 zenbaki lehen berezia baztertuz gero)

$$5, 13, 17, 29, 37, 41, \dots$$

4arekin zatitzean 1 hondarra uzten duten zenbaki lehenak, eta

$$3, 7, 11, 19, 23, 31, \dots$$

3 hondarra uzten dutenak. Lehenbiziko klaseko zenbaki lehen guztiak, bi oso-ren karratuen batura moduan idatz daitezke, eta ezinezkoa da hau bigarren klasekoentzat: honela

$$\begin{aligned} 5 &= 1^2 + 2^2, & 13 &= 2^2 + 3^2, \\ 17 &= 1^2 + 4^2, & 29 &= 2^2 + 5^2; \end{aligned}$$

baina 3, 7, 11 eta 19 ezin dira modu honetan adierazi (irakurleak aprobak eginenez egiazta dezakeen moduan). Hau da Fermaten teorema, zuzentasun osoz aritmetikako teoremarik ederrenetako bat bezala hartua dena. Tamalez frogapena ez da edonork ulertzeko modukoa, matematikari trebeentzako baizik.

Badira «multzoen teorian» (Mengenlehre) ere teorema ederrak, Cantorren continuumaren «zenbagarritasun ezaren» teorema kasu. Hemen daukagun zailtasuna justu aurkakoa da. Frogapena aski erraza da behin hizkuntza menderatzera iritsitakoan, baina teoremaren *esanahia* argitu bitartean azalpen asko eman behar izaten da. Horrela beraz, ez naiz adibide gehiago ematen saiaturko. Emandako adibideek neurgailu bezala balio dute, eta hauek preziatzeko gai ez den irakurleak nekez preziaturko du ezer matematikan.

Matematikaria ideiaz osatutako ereduen egilea dela esana dut arestian, eta edertasuna eta seriotasuna direla eredu horiek epaitzeko irizpideak. Zaila egiten zait, bi teorema ulertu dituen inork, teorema hauek jarritako proba gainditu izana ezbaian jar dezakeela siniste. Dudeneyren buruhausterik burutsuenekin, edo xake maisu handiek aurkeztutako problemarik dotoreenarekin alderatuz, gure bi teoremen nagusitasuna nabaria da bi alderditatik: bada erratu ezinezko maila diferentzia bat. Teorema askoz serioagoak dira, eta baita askoz ederra-goak ere; defini al dezakegu pixka bat zehatzago nagusitasun hori non datzan?

Lehenbiziko lekuan teorema matematikoei *seriotasunari* dagokionean duten nagusitasuna bistakoa eta eztabaida ezina da. Xake problema ideia multzo burutsu baina mugatu batetik eratorritakoa da, sakonean bata bestetik asko

ezberdintzen ez diren ideiak, eta kanpo eraginik batere ez dutenak hain zuzen ere. Guk berdintsu pentsatuko genuke xakea inoiz asmatua izan ez balitz, eta aldiz, Euklides eta Pitagorasen teoremek gure pentsamenduan eragin sakona izan dute, baita matematikatik kanpora ere.

Horrela Euklidesen teorema funtsezkoa da aritmetikaren estruktura osoarentzat. Zenbaki lehenak aritmetika eraikitzeke ditugun lehengaiak dira eta Euklidesen teorema lan hori egiteko nahiko material badugula esaten digu. Baina Pitagorasen teorema aplikazio zabalagoak ditu eta adibide hobea eskaintzen digu.

Lehenbizi Pitagorasen argumentuak asko zabaltzeko aukerak ematen dituela konturatu behar ginatke; eta printzipio aldaketa txikiekin, oso «irrazional» klase zabaletara aplika daitekeela. Oso modu antzekoan (dirudienez Teodorok egin zuen bezala)

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \sqrt{17}$$

irrazionalak direla frogatu dezakegu edo (Teodorotik haratago joanaz)  $\sqrt[3]{2}$  eta  $\sqrt[3]{17}$  irrazionalak direla<sup>8</sup>.

Euklidesen teorema, osoen aritmetika koherente bat eraikitzeke materialez ondo hornituta gaudela esaten digu. Pitagorasen teorema eta honen hedapenak, behin aritmetika hori eraikita, gure beharretarako nahikoa ez direla erakusten digute, izan badirelako hainbat magnitude gure arreta bereganatzen dutenak, eta osoen aritmetikarekin neurtu ezinezkoak direnak; karratuaren diagonalak adibiderik begi bistakoena baino ez da. Matematikari greziarrak berehala konturatu ziren aurkikuntza honen garrantzia handiaz. Mota bereko magnitude guztiak neurgarriak direla onartuz hasi ziren (nik uste, «sen onaren» agindu «naturalak» jarraituz); edozein bi luzera adibidez, unitate komunen baten anizkoitzak direla; eta horretan oinarrituta proportzioaren teoria bat eraiki zuten. Pitagorasen aurkikuntzak agerian jarri zuen oinarritze onen solidotasun eza, eta *Elementuetako* bosgarren liburuan azaldua datorren, Eudoxoren askoz teoria sakonagoa bideratu zuen, matematikari moderno askoren iritzian matematika greziarraren lorpenik handiena dena.

Teoria honek oso izpiritu moderno du (\*), eta zenbaki irrazionalen teoria modernoaren hastapen puntutzat jo dezakegu, analisi matematikoa irauli eta azken urteotako filosofian eragin handia izan zuena gainera.

Ez dago beraz dudarik bi teorema hauen «seriotasunaz». Azpimarragarria da bestalde, ez bata eta ez besteak ez duela garrantzia «praktikorik» txikiena

---

<sup>8</sup> Ikus Hardy eta Wrighten *Introduction to Theory of Number*seko IV. kap., Pitagorasen argumentuaren orokorpen ezberdinen gaineko eztabaidak eta Teodororen inguruko enigma historiko bat ikusteko.

ere. Aplikazio praktikoetarako konparatiboki txikiak diren zenbakiak interesatzen zaizkigu; izaretako astronomia eta fisika atomikoa baino ez dira zenbaki «handiez» arduratzen, eta hauek duten garrantzia praktikoa, oraingoz ez da matematika huts abstraktuenak duena baino askoz handiagoa. Ez dakit zein den ingeniari batek inoiz erabili duen zehaztasun mailarik handiena —oso eskuzabal jokatuko dugu, hamar zifra esangarri esaten badugu—. Horrela bada

$$3,14159265$$

(pi-ren balioa 8 hamartarrekin emanda)

$$314159265/100000000$$

hamar digituko bi zenbakik osatutako zatikia da. 50847478 dira 100000000 baino txikiagoak diren zenbaki lehenak: ingeniari batek ez du gehiago behar eta gustura egon daiteke gainontzekorik gabe. Hau guztia Euklidesen teorema-ri dagokionez; eta Pitagorasenari dagokionean, bistakoa da zenbaki irrazionalak ez direla interesgarriak ingeniariarentzat, hurbilketek baino ez baitituzte kezkatzen, eta hurbilketa guztiak arrazionalak dira.

## 15

Teorema «serioa» ideia «esanguratsuak» dituen teorema da, eta ideia matematiko bat esanguratsu egiten duten ezaugarriak zehatzago aztertzen saiatu beharko nukeela pentsatzen dut. Oso zaila da hau, eta ez dirudi nik egin dezakedan ezein azterketa oso baliagarria izango denik. Ideia «esanguratsu» bat ikusteaz bat ezagutu dezakegu, eman ditudan bi teoremen kasuan gertatu den bezalaxe; baina ezagupen ahalmen honek sofistikazio matematiko maila nahiko handia eta ideia hauen konpainian emandako urte luzeekin baino lortzen ez den hurbiltasuna eskatzen du. Dena delarik ere, azterketaren bat egiten saiatu behar dut; eta posible izan behar litzateke, nahiz eta ezegokia izan, ahal den neurrian sendoa eta ulergarria den azterketa bat egitea. Dena dela badira bi gauza funtsezkoak diruditenak, halako *orokortasun* bat eta halako *sakontasun* bat; baina ez bata eta ez bestea ez dira zehazki definitzen errazak.

Ideia matematiko esanguratsu bat, teorema matematiko serio bat, «orokorra» izan behar litzateke ondoko zentzuren batean. Ideia batek eraikuntza matematiko askotan parte hartzen duena izan behar luke, modu ezberdin askotako teoremen frogapenetan erabilia dena. Teorema batek hasiera batean (Pitagorasen teorema bezala) nahiko forma berezian emana badator ere, hedapen nabarmen bat izateko modukoa izan behar luke, eta mota bereko teorema multzo oso baten ordezkaria dena. Frogaren bidez agerian geratzen diren erlazioek ideia matematiko ezberdinak uztartzeko modukoak izan behar lukete. Oso lausoa da hau guztia, eta hainbat baldintzaren menpekkoa.

Baina oso erraza da teorema batek serioa izan daitekeenik ez dirudiela ikustea, ezaugarri hauen gabezia nabarmena duenean; aritmetikan hain usu aurki daitezkeen bitxikeria isolatuen adibideak hartzea besterik ez daukagu horretarako. Nik bi hartu ditut, ia-ia zoriz, Rouse Ballen *Mathematical Recreations*<sup>9</sup> liburutik.

(a) 8712 eta 9801 dira beren «alderantzutakoen» anizkoitz osoak diren lau zifratako zenbaki bakarrak.

$$8712 = 4 \cdot 2178, 9801 = 9 \cdot 1089,$$

eta ez dago 10000tik behera beste zenbakirik, propietate hau beteko duenik.

(b) Lau zenbaki baino ez daude (1 eta gero) beren digituen kuboena batura direnak, hauek dira:

$$\begin{aligned} 153 &= 1^3 + 5^3 + 3^3, & 370 &= 3^3 + 7^3 + 0^3, \\ 371 &= 3^3 + 7^3 + 1^3, & 407 &= 4^3 + 0^3 + 7^3. \end{aligned}$$

Bitxikeriak baino ez dira, buruhauste zutabeetarako oso egokiak, eta zaileak entretenitzeko balio lezaketanak, baina ez da berauetan ezer matematikari bati deigarri zaionik. Frogak ez dira ez zailak ez eta interesgarriak ere —pixka bat nekagarriak baino ez—. Teorema hauek ez dira serioak; eta argi dago horretarako arrazoi bat (nahiz eta agian garrantzitsuena ez izan) enuntziatu zein frogen gehiegizko berezitasuna dela, orokorpen esanguratsuetarako gauza ez direnak.

## 16

«Orokortasuna» hitz anbigua da eta baita pixka bat arriskutsua ere, eta kontuz ibili behar dugu gure eztabaidan pisu handiegirik har ez dezan. Bai matematikan eta bai matematikari buruzko idatzietan zentzu ezberdinetan erabilia da, eta bada bereziki hauetako bat logikariek modu egokian azpimarratu dutena, baina guretzat erabat garrantzirik gabea dena momentu honetan. Azken zentzu honetan, definitzeko nahiko erraza dena bestalde, teorema matematiko guztiak berdinki eta erabat «orokorrak» dira.

«Matematikaren ziurtasuna» dio Whiteheadek<sup>10</sup>, «bere erabateko orokortasun abstraktuan datza».  $2+3=5$  diogunean, hiru «gauza» talderen arteko erlazio bat baieztatzen dugu; eta «gauza» hauek ez dira sagarrak edo pennyak, edota klase honetako edo besteko gauza konkretuak, *besterik gabe* gauzak baidiz, «edozein gauza». Esaldiaren esanahia taldeetako elementuen berezitasunetatik guztiz independentea da. «Objektu», «entitate» edo «erlazio» mate-

<sup>9</sup> 11. edizioa, 1939 (H. S. M. Coexeterrek zuzendua).

<sup>10</sup> *Science and the Modern World*, 33 or.



matiko guztiak, «2», «3», «5», «+» edo «=» bezala, eta hauek agertzen diren proposizio matematiko guztiak erabat orokorrak dira guztiz abstraktuak diren heinean. Jakina, Whiteheaden hitzen artean bada bat beharrezkoa ez dena, zentzu honetan orokortasuna abstraktutasuna baita.

Garrantzitsua da hitzaren zentzu hau, eta zuzen dabilza logikariak azpimarratzen dutenean, jende askok hobeto jakin beharko lukeen arren ahazteko joera duen egia adierazten duelako. Nahiko ohikoa da adibidez, astronomo edo fisikari batek esatea, froga bat aurkitu duela unibertso fisikoa modu jakin batean portatu behar dela frogatzen duena. Era honetako aldarrikapen guztiak, hitzez hitz interpretatu ezkerro, hertsiki zentzugabeak dira. *Ezin du* posible izan bihar eklipse bat egongo dela matematikoki frogatzeak, eklipseak eta beste fenomeno fisikoak ez baitaude matematikaren mundu abstraktuan; eta hau, nik uste, astronomo guztiek onartuko lukete estutu ezkerro, nahi adina eklipse zuzen aurrean dituztelarik ere.

Begi bistakoa da ez gaudela «orokortasun» klase honekin arduratuta orain. Teorema matematiko batek eta beste batek «orokortasunari» dagokionean dituzten ezberdintasunen bila gabiltza, eta Whiteheaden zentzuan berdinak dira guztiak horretan. Halaxe, 15 §-ko (a) eta (b) teorema «xumeak» Euklides eta Pitagorasena bezain «abstraktuak» edo «orokorrak» dira, eta beste horrenbeste gertatzen da xake problemaren kasuan. Xake problema batean berdin dio piezak txuri eta beltzak edo gorri eta berdeak diren, edota «pieza» fisikorik baden edo ez; aditu batek buruan erraz asko daraman problema eta guk taularen laguntzaz nekez berreraiki behar duguna problema *berbera* da. Taula eta piezak gure irudimen motela bizkortzeko bitarteko hutsak dira, eta xake problemarentzat ez dira, arbela eta klariona matematika klase batetako teorementzat direna baino funtsezkoagoak.

Ez da teorema matematiko guztientzat komuna den orokortasun klase hau guk bilatzen diharduguna, 15 §-an zirriborratzen saiatu naizen orokortasun klase sotil eta harrapagaitza baizik. Eta kontuz ibili behar dugu orokortasun klase hau *gehiegi* azpimarratu gabe (Whitehead bezalako logikariek, nire ustetan, egin ohi duten bezala). Ez da soilik «sotiltasuna sotiltasunaren gainean pilotzea orokortasunari dagokionean», bestalde matematika modernoaren lorpen nabarmenena dena. Orokortasunak neurriren batean presente egon behar du goi-mailako edozein teorematan, baina *gehiegiak* zozoa bilakatzeko arriskua du. «Gauza guztiak direna dira eta ez beste zerbait», eta gauzen arteko ezberdintasunak, beraien arteko antzekotasunak bezain interesgarriak dira. Ez ditugu gure lagunak aukeratzen gizadiko ezaugarri atsegin guztiak dituztelako, direnak direlako baizik. Beste horrenbeste gertatzen da matematikan; objektu gehiegik komunean duten propietatea nekez suertatuko da oso zirraragarria, gainera ideia matematikoak lausoak izatera irits daitezke nahikoa indibidualtasunik izan ezean. Hemen dena dela, Whiteheaden hitzak aipa di-

tzaket neure alde: «Orokorpen zabala da, zorioneko berezitasun batek mugatua, kontzepzio emankorra osatzen duena».<sup>11</sup>

## 17

Idea esanguratsu bati eskatzen nion bigarren ezaugarria *sakontasuna* zen, eta hau are zailagoa da definitzen. Badu *zailtasunarekin zerikusiren bat*; ideia sakonak normalean harrapatzeko zailagoak dira: baina inola ere ez da gauza bera. Pitagorasen teoremaren eta honen orokorpenen azpian dauden ideiak nahiko sakonak dira, baina ez dago gaur zailak irudituko litzaizkiokeen matematikaririk. Bestalde gerta liteke teorema bat funtsean azalekoa izanik, frogatzeko nahiko zaila izatea (teorema «diofantiar» asko, hau da, zenbaki osoen gaineko ekuazioen soluzioak, diren bezala).

Badirudi ideia matematikoak nolabait estratuetan antolatuta daudela, estratu bakoitzeko ideiak erlazio-multzo baten bidez, beraien artean eta gaineko eta azpiko ideiekin erlazionatuta daudelarik. Estratuetan beheerantz goazen heinean sakonagoak (eta orokorrean zailagoak) dira ideia horiek. Horrela bada, «irrazionalaren» ideia osoarena baino sakonagoa da; eta arrazoi honengatik Pitagorasen teorema Euklidesena baino sakonagoa da.

Jar dezagun gure arreta zenbaki osoen, edota estratu berezi batetako beste objektu talderen baten arteko erlazioetan. Posible da erlazio hauetakoren bat guztiz ulergarria izatea, hau da, esaterako osoen propietateren bat antzeman eta frogatu ahal izatea, beheeragoko estratuen inolako ezagutzarik gabe. Hone-la, Euklidesen teorema soilik osoen propietateak kontsideratuz frogatu genuen. Badira ordea osoei buruzko hainbat teorema, sakonera jo eta han gertatzen dena kontutuan hartu ezean, modu egokian ezin uler ditzakegunak, eta are gutxiago frogatu.

Erraza da adibideak aurkitzea zenbaki lehenen teorian. Euklidesen teorema oso garrantzitsua da, baina ez da oso sakona: infinitu zenbaki lehen daudela frogatzeko, «zatigarritasuna» baino nozio sakonagoetara jo gabe. Baina aurreko galderaren erantzuna ezagutu orduko galdera berriak sortzen zaizkigu. Infinitu zenbaki lehen dago, baina nola dago banatua infinitu hau?  $N$  zenbaki handi bat emanda,  $10^{80}$  edo  $10^{1010}$  adibidez<sup>12</sup>, zenbat zenbaki lehen dago gutxi gora behera  $N$  baino txikiagoa dena?<sup>13</sup> Galdera *hauek* egiten ditugunean, ez gaude jadanik aurreko egoeran. Erantzun ditzakegu, eta zehaztasun harrigarritz gainera, baina askoz sakonago jotzen badugu bakarrik; zenbaki

<sup>11</sup> *Science and the Modern World*, 46. or.

<sup>12</sup> Unibertsoko protoi kopurua gutxi gorabehera  $10^{80}$  dela suposatzen da.  $10^{1010}$  zenbakiak luze-taka idatzi ezkerreko batzuek besteko neurriko 50000 liburuki beteko lituzke.

<sup>13</sup> 14 §-an esan bezala, 1000000000 baino txikiagoak diren 50847478 zenbaki lehen daude; baina hau gure ezagutza zehatza iristen den lekua baino ez da.

osoak aldi baterako gure gainean utzi eta funtzioen teoria modernoaren tresnarik indartsuenak erabiliz. Honela gure galderak erantzuten dituen teorema («Zenbaki Lehenaren Teorema» deitua) Euklides eta Pitagorasen teorema baino askoz teorema sakonagoa da.

Adibide gehiago jar nitzake, baina «sakontasunaren» ideia hau harrapagaitza da antzemateko gai den matematikari batentzat ere, eta ez dut uste honen inguruan beste irakurleei lagungarri gerta lekiekeen ezer gehiago esan nezakeenik hemen.

## 18

«Benetako matematika» eta xakearen arteko alderaketa hasi nuen 11 §-tik puntu bat geratzen da oraindik. Jakintzat har dezakegu orain funtsean, serio-tasunean eta esangarritasunean benetako matematikak duen nagusitasuna eztabaidaezina dela. Trebatutako intelijentzia batentzako ia hori bezain begi bistakoa da, matematikak edertasunean ere abantaila handia duela; baina abantaila hau definitzen edo zehazten askoz zailagoa da, izan ere, xake problemaren akats *nagusia* bere «xumetasuna» baita eta maila honetan bien artean dagoen kontrasteak, epai estetiko hutsena ere nahastu eta lardaskatu egiten baitu. Zer ezaugarri «estetiko huts» aurki ditzakegu Euklides eta Pitagorasena moduko teoremetan? Elkarrekin loturarik ez duten ohar gutxi batzuk ematera baino ez naiz ausartuko.

Bi teoremetan (eta teoremetan, noski, frogak ere sartzen ditut) bada *ustekabe* maila handi bat, *saihestezintasun* eta *ekonomiarekin* lotuta. Horrela bada, arrazonamenduek forma bitxi ea harrigarri hartzen dute; erabilitako tresnek oso sinpleak dirudite lortutako emaitzen errebantzia handiarekin alderatuz; baina ez dago ondorioei ihes egiterik. Ez dago konplikaziorik nabarduretan —lerro bateko eraso nahikoa da kasu bakoitzean—; eta hau egia da askoz teorema zailagoen kasuan ere, goi-mailako gaitasun tekniko eskatzen duten hainbat teoremaren kasuan ere. Teorema matematikoen frogetan ez dugu «aldakuntza» askorik nahi: «kasuz kasuko» froga, arrazonamendu matematikoak hartzen duen formarik ergelene-takoa da. Froga matematiko batek kons-telazio sinple eta argi baten itxura izan behar luke eta ez Esne Bidean barreia-tutako ingurune sakabanatu batena.

Xake problema batek ere badu ustekabe izaera eta nolabaiteko ekonomia; funtsezkoa da mugimenduak ustekabe-koak izatea, eta taulako pieza bakoitzak bere partea jokatzea. Baina eragin estetikoak metakorra da. Funtsezkoa da baita ere (problema interesgarria izateko sinpleegia izan ezean) giltzarri den mugimendua aldakuntza kopuru on batekin laguntzea, bakoitza dagokion erantzunarekin. «Baldin P-B5 orduan Kt-R6; baldin ... orduan ...; baldin ... orduan ...» —efektua alferrik galduko litzateke erantzun ezberdin kopuru on bat ez bale-

go—. Hau guztia benetako matematikatik hurbil dago eta bere meritua dauka; «kasuz kasuko froga» (azken batean, sakonean ezertan ezberdintzen ez diren kasuak)<sup>14</sup> hori da, hain zuzen ere, benetako matematikari batek arbuiatu ohi duena.

Xake-jokalarien beraien sentimenduek nire arrazonomendua berrindartzeko balioko luketen ustekoa naiz. Seguru asko xake maisu batek, joko eta partida handien jokalaria batek, azken finean gutxietsi egiten du problema ebazle baten matematikoa baino ez den artea. Arte horretatik asko du berak erreserban eta emergentzia une batean atera dezake: «berak halako eta halako mugimendua egin izan balu, nik halako eta halako mugimendu garailea nuen buruan». Baina xakean «joko nagusia» psikologikoa da batez ere, trebatutako bi adimenen arteko gatazka, eta ez teorema matematiko txikien bilduma soil bat.

---

<sup>14</sup> Gaur, tipo berdineko aldakuntza ezberdinak izatea *meritu* bezala kontsideratua dela pentsatzen dut.

# Logika eta logikak. Begirada bat logika ez-klasikoei

XABIER ARRAZOLA\*

ILCLI. UPV/EHU

(Logic and Logics. An overview of non-classical logics)

## Abstract

*In this paper we present an overview on some non-classical logics starting from the analysis of the fundamental theoretical bases of First Order Logic. We also discuss the fundamental debates from which the new logics arise. Finally we briefly explain the basic ideas of some non-classical logics such as: many-valued systems, modal logic, epistemic logic, intuitionistic logic, and non-monotonic logics.*

**Keywords:** *logic, non-classical logic, many-valued systems, modal logic, epistemic logic, intuitionistic logic, non-monotonic logics*

## 1 Sarrera

Egun ezagutzen ditugun logikak XIX. mendearen bukaera aldean edo XX. mendearen hasieran eraiki ziren logikak dira salbuespenik bada ere. Aurreko mendean garatu izan dira arrakasta handiagoz ala txikiagoz, baina gehienek izan dute bere ‘lekua’ eta zeregina. Logika ezberdinetatik batek hartu du ohorezko lekua, Lehen Ordenako Logika bezala ezagutzen duguna eta Fregeri (1879) eta Whiteheadi eta Russell (1903-10) zor dieguna, beste askoren artean noski. Logika Klasikoa ere deitzen zaio. Beste logikek beren izenak kalifikatu egin behar izan dute Klasikoarekiko bereizteko. Adibidez Logika Intuizionista dugu edo Balio Anitzeko Logikak ere. Logika ezberdinak daude beraz.

---

\*Lan honek UPV/EHUko laguntza (GIU 08/23) jaso du. Eskerrak eman nahi dizkiet GOGOAKo txontengile anonimoei.

Logika ezberdinak daudela nabaria da eta nahiz eta bakar batek ohorezko lekua hartua izan, badira leku hori lortzeko asmoarekin aurkeztu izan direnak. Logiken katalogoan badira logika batzuk Logika Klasikoaren alternatiba direnak, hau da, hura baztertu eta bere lekua hartu nahi izan dutenak. Beste batzuk aldiz Logika Klasikoa osatzeko asmoarekin eraiki dira, Lehen Mailako Logikak dituen mugak gainditzeko asmoz, hedatu egin dituzte honen baliabideak. Logika Klasikoaren hedapenak deitzen zaie hauei. Artikulu honen helburua Logika ez-klasiko batzuen aurkezpena egitea da.

## 2 Logika Klasikoa: Lehen Mailako Logika

Dakigunez Logikaren ardurua nagusien artean argudioa dago, bereziago, baliozko argudioen eta ez baliozkoen arteko bereizketaren azterketa sistematikoa. Horretarako ondoriotasun logikoaren erlazioa aztertu eta definitu ondoren baliozkoen eta ez baliozkoen bereizketarako beharrezkoak izango zaizkigun irizpide formalak eskainiko dizkigu. Hizkuntza Naturala dugu arrazoibidearen tresna edo baliabide naturala baina helburu zientifikoetarako ez da oso fidagarria.

Labur bada ere Logikaren hizkuntza eta baliabideak aurkeztuko ditugu. Logika hizkuntza da. Hizkuntza aztertzeke erabiltzen dugun tresna ere bada,<sup>1</sup> nahiz naturala nahiz matematikoa.

Hizkuntza oro bezala, logikak alfabeto bat du, hau da, sinbolo multzo bat du adierazpenak eraikitzeke, haien konbinaketaren bitartez. Sinbolo hauek kategoria ezberdinetakoak izango dira. Hizkuntza bat erabiltzen dugunean, zerbait esaten dugu, zerbaiti (edo norbaiti) buruz zerbait diogu normalean. Zeri buruz ari garena adierazteke sinbolo kategoria bat aukeratuko dugu; indibiduen kategoria izango dena. Indibiduo horietaz dioguna adierazteke beste sinbolo kategoria bat definituko dugu, predikatuen. Beraz, sinbolo indibidualak eta predikatu sinboloak. Demagun  $a$  sinbolo indibiduala dela eta  $P$  predikatu sinbolo bat. Orduan, indibiduo bati buruz predikatu bat asetzen duela,  $Pa$  bezala idatziko da gure hizkuntza logikoan. Indibiduo zehatz bati buruz hitz egiteaz gain, zehaztu gabeko bati buruz hitz egitea nahiko genuke edo predikatu bat asetzen duten indibiduo guztiez, edo ... Hau da, hizkuntza naturalean egiten dugun moduan, ondokoak esan: “*Jone alemaniarra da*”, “*Baten bat alemaniarra da*”, “*Alemaniarrek europarrak dira*”. Baina baita ere “*Baldin Jone alemaniarra bada orduan baten bat*

<sup>1</sup>Fregek (1879) berak Hizkuntza Naturalaren alternatiba moduan ikusi zuen logika, anbiguotasun eta zehaztasun gabeziak saihesteko bidea eskainiko ligu keelako logikaren erabilerak.

*alemaniarra da*” eta “*Jone alemaniarra da eta June italiarra*”. “Baldin ... orduan” eta ”eta” sinbolo bereziak dira. Sinbolo logikoak dira.

Hizkuntza formalak izanik, alfabeto bat aukeratu ondoren, honekin eraiki daitezken adierazpen ongi formatuen multzoa, formulen multzoa zehaztuko dugu.

Dakigunez, lehen mailako hizkuntzak asko dira eta ezberdinak. Hala ere, ezberdintasunak kontsideratzen dituzten sinbolo ez-logikoen funtzioan ematen dira. Guk aurkeztuko dugun sintaxia lehen mailako hizkuntzarik konplexuenak behar duena izango da eta horrela, aukera ezberdin guztiak kontsideratuta geratuko dira. Hau da, hizkuntza tipoaren arabera, hizkuntza batean aurkeztuko ditugun sinbolo batzuk ez dira existituko, eta ondorioz, sinbolo horietarako eskainitako definizioak ez dira aplikagarriak izango. Ez dira beraz kontuan izango eta kitto.

Hizkuntza formal guztiek bezala, lehen mailako hizkuntzek alfabeto bat izango dute eta alfabeto horren ganean, lehen mailako formulak eraikiko dira. Tipoaren arabera murriztuko da beraz aurkeztuko dugun alfabetoa. Ikus dezagun beraz zein alfabeto kontsideratzen den eta nola eraikitzen diren formulak edo adierazpen ongi formatuak.

## 2.1 Alfabetoa

Gure alfabetoan sinbolo logikoak eta sinbolo ez-logikoak ditugu. Sinbolo logikoak konektagailuak eta kuantifikatzaileak dira:  $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \exists, \forall\}$  eta sinbolo ez-logikoak, aldagai indibidualak, konstante indibidualak eta predikatu sinboloak:

$$\{x_1, x_2, x_3, \dots; a_1, a_2, a_3, \dots; F_1^1, F_2^1, F_3^1, \dots, F_1^2, F_2^2, F_3^2, \dots\} \quad (1)$$

Alfabeto honen bitartez ondokoak bezalakoak adieraz daitezke:

$$\begin{array}{ll} \textit{Jone alemaniarra da} & F_1^1 a_1 \\ \textit{Baten bat alemaniarra da} & \exists x_1 F_1^1 x_1 \\ \textit{Alemaniarrak europarrak dira} & \forall x_1 (F_1^1 a_1 \rightarrow F_2^1 x_1) \\ \textit{Jone alemaniarra da eta June italiarra} & F_1^1 a_1 \wedge F_3^1 a_2 \\ \textit{Baldin Jone alemaniarra bada (...)} & \\ \textit{(...) orduan baten bat alemaniarra da} & F_1^1 a_1 \rightarrow \exists x_1 F_1^1 x_1 \end{array}$$

Horrela, lehen mailako hizkuntza bat, lehen mailako aldagaiak soilik dituena da. Hizkuntza bat bigarren mailakoa da baldin lehen eta bigarren mailako aldagaiak baditu.

Lehen mailako hizkuntza guztiek osatzen dute *Lehen Mailako Logika* (Hodges 2001, 9 or.). Tradizionalki Logika argudiatzearen estudiotzat jo

izan da, argudio zuzenaren erregelen azterketa horrela nahi bada eta Lehen Mailako Hizkuntzak erabil daitezke azterketa honetan, eta hemendik datorrion *Lehen Mailako Logika* izena. Hizkuntza hauek beste zereginetarako ere erabil daitezke eta erabili izan dira. Russell eta Hilbert adibidez, azterketa eta definizio kontzeptualerako erabili zituzten horrelakoak eta egun, konputazio zientzietan erabiltzen dira ezagutzaren errepresentazioan edo sistemen portaeraren zehazketan.

Hodgesek (2001, 10 or.) dioen bezala, lehen mailako formulek ez dute esanahirik, ez dira esanahia izateko definitu. Benetako helburua *[the] conditions which things can satisfy or fail to satisfy* (2001, 10 or.) adierazteko pentsatuak daude. Eta hauxe bi urratsetan ematen da.

1. Lehen mailako hizkuntza bakoitzak *konstante ez-logikoak* deitzen diren sinbolo batzuk ditu. Lehen mailako formula bat eraikitzerakoan, formula horretan azaltzen diren konstante ez-logiko bakoitzari zerbait *asignatzen* zaio. Zerbait hori, pertsona bat, zenbaki bat, kolore bat, edozer izan daiteke. Konstantearen izaeraren arabera izango da asignatzen zaion objektua. Honi, *interpretazioa* deitzen zaio (Termino teknikoagoa erabiltzen da normalean, *egitura*).
2. Lehen mailako formula bat,  $\phi$ , eta Interpretazio bat emanik,  $I$ , *semantikak* zehaztuko du Interpretazioak formula egiazkoa egiten duen ala ez. Egiazkoa egiten badu,  $I \models \phi$  asetzen duela esango dugu edo  $I \models \phi$  en *eredua* dela, edo  $\phi \models I$  en *egiazkoa* dela  $I$  n.

Lehen mailako hizkuntzen arteko ezberdintasuna dituzten konstante ez-logikoen multzoan oinarritzen da, multzo honi *signatura* edo *similaritate tipoa* deitzen diogu, hizkuntza *tipoa* guretzat hemendik aurrera. Horrela,  $\tau$  hizkuntza tipo bat bada, hizkuntza tipo honi egokitutako interpretazioari,  $\tau$ -*interpretazioa* deituko diogu eta honek izango ditu zehazki  $\tau$  tipoko hizkuntza bateko  $\phi$  formula batek egiazkoa ala faltsua den erabakitzeko beharrezkoak diren asignazioak.

Lehen mailako hizkuntza ezberdinek halere badituzte elkarren arteko sinboloak, *konstante logikoak*. Hauek dira Logikaren (Logika bakoitzaren) mamia. Lehen Mailako Logikak hiru konstante logiko ditu: ukazioa ( $\neg$ ), baldintzatzailea ( $\rightarrow$ ) eta zenbatzaile unibertsala ( $\forall$ ). Sinbolo hauek beti dute esanahi berdina. Ez dute bere esanahia aldatzen Interpretazioa aldatzen bada ere. Multzo honek eta duten esanahiek dira eztabaidan jartzen direnak Logika ezberdin bat proposatzen denean.

Logikaren eremua definitzea ez da gauza erraza: aukeratzen dugun logikaren arabera izango dugu dagokion erantzuna. Hala eta guztiz ere logika



klasikoak —lehen aipatutako zentzuan, alegia, Lehen Mailako (Identitadedun) Logikaren zentzuan— badu zerbait klasikotzat hartzeko normalean horrela kontsideratzen baita. Azter ditzagun Lehen Mailako (Identitadedun) Logikaren ezaugarri nagusiak. Orokorrean, lau dira aipatzen diren ezaugarri primarioak edo funtsezkoenak:

1. Objektutzat hartzen dituen enuntziatuak apofantikoak dira, alegia, egia-balioa duten enuntziatuak. Aristoteles jarraituz, *De Interpretatione* liburuan dioen arabera, logika egiarekin zerikusirik duten esaldien logika da, esaldi apofantikoen logika beraz. Ondorioz, eskaerak, aginteak, galderak etab. adierazten duten enuntziatuak logikatik at geratzen dira.
2. Logika honetan bi egia-balio kontsideratzen dira: egia eta faltsua.
3. Ez dago enuntziatu baten egia mailakatzerik.
4. Enuntziatuen arteko konexioak egia-funtzioen terminoetan definitzen dira. Enuntziatu ximpleen egia-balioek determinatuko dute enuntziatu konplexu baten egia-balioa.

Honen arabera, logika klasikoak ondorengo ezaugarriak ditu:

**Apofantikoa da:** Objektutzat hartzen dituen enuntziatuak apofantikoak dira, alegia, egibalioa duten enuntziatuak. Aristoteles jarraituz, *De Interpretatione* liburuan dioen arabera, logika egiarekin zerikusirik duten perpausen logika da, perpausa apofantikoen logika beraz. Ondorioz, eskaerak, aginteak, galderak etab. adierazten duten enuntziatuak logikatik at geratzen dira.

**Bibaliioduna da:** Logika honetan kontsideratzen diren egia-balioak bi dira: egia eta faltsua.

**Asertorikoa da:** Ez dago enuntziatu baten egia mailakatzerik. Asertorikoa da.

**Estentsionala da:** Enuntziatuen arteko konexioak egia-funtzioen terminoetan definitzen dira. Enuntziatu ximpleen egia-balioek determinatuko dute enuntziatu konplexu baten egia-balioa. Estentsionala da.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>Adierazpen (izena, predikatu edo enuntziatu) batek estensioa edo hedapena du (hau da, izen baten hedapena indibiduo bat, predikatu batena multzo bat eta enuntziatu batena egia-balio bat) eta intentsioa edo edukiera (izen batena, adierazten duen “kontzeptu indibiduala”, predikatu batena adierazten duen ezaugarria eta, enuntziatu batena, adierazten duen proposamena). Banaketa hau onartzen badugu, logika klasikoa hedapenaren eremuan geratzen da.

### 3 Logika Klasikoa eta Logika Ez-Klasikoak

*The Encyclopaedia of Philosophy* begiraturaz adibidez, logika hitzaren sarrera ezberdinak ikusiko genituzke, bakoitzak kualifikazio berezi bat duelarik. Historia alde batera utzita, izenondo hauen bidez logika ezberdinak izendatzen dira: konbinatorioa, deontikoa, balioanitzekoa, modala, tradizionala eta modernoa. Badira gehiago ere beste testuetan aurki daitezkeenak, hala nola, intuizionista, errelebantea, epistemikoa, kuantikoa, intentsionala, eta abar. Zer esan nahi du honek? Nola ulertu behar dugu logiken aniztasun hau? Logika bakarra ez bada, hots, logika ezberdinak badaude, zer da logika? Zein da logikaren eremu edo zabalgunea? Zeintzuk dira logikaren helburuak? Zer gertatzen da logikatzat genuen ikasitako Lehen Mailako Logikarekin? Nolako estatusa du edo zergatik du estatus berezia? Galdera hauei erantzutea Logikaren Filosofiaren ardura dira. Zer da Logika, noraino doa eta zer nolako helburuak ditu. Haacken ustez (1978), Logikaren Filosofia Logikaren eremuaren arazoaz arduratzen da: zer da Logika; zein sistema formal dira sistema logikoak eta zer dute logikotzat hartzeko. Galdera hauei erantzutea ezinbestekoa da arazoa argitzeko. Haackek (1978) definizio intuitibo bat eskaintzen du bi kategoria kontsideraturaz:

1. Interpretatu gabeko sistema formalak - ikur edo seinaleen multzoak: ezin dira logika formal batekin identifikatu nahiz eta teoria matematiko edo fisiko baten formalizazioan izan daitezken.
2. Sistema formal interpretatuak - Interpretazio bat izanik, honen arabera kontsidera daiteke sistema hauek baliozko argudioaren “canon” ak (neurriak, irizpideak) ezarri nahi dituztela.

Adibide bezala, Haackek balioanitzeko logikak hartzen ditu zeinentzako, dituzten interpretazioen arabera, beraien balioak egia-balioak, aldagaiak esaldiak, konektagailuak ukazioa, konjuntzioa, etab., diren. Quinek (1970) aldiz, ez ditu guzti hauek logikatzat hartzen, ezta Bigarren Mailako Logika ere, azken hau arazo ontologikoengatik. Bere iritziz, logika honek konpromisoa hartzen du objektu —propietate— abstraktu eta intentsionalen ontologia batekin. Haackek, abiapuntu bezala, “guztia” onartzen du Logikaren eremuan:

- Logika Tradizionala — Aristotelesen Silogistika.
- Logika Klasikoa — Bibalioetako Proposamenen Kalkulua, Predikatuen Kalkulua, Identitadedun Predikatuen Kalkulua, Bigarren Mailakoa, eta abar.

- Logika Hedatuak — Modalak, Denboralak, Deontikoak, Epistemikoak  
...
- Logika Dibergenteak — Balioanitzekoak, Intuizionistak, Kuantikoak, Libreak.
- Logika Induktiboak.

Ikuspegi honek, zabaldua egonik, baditu aurkariak. Alde batetik eta ikuspegi honen arabera, Logika ez-klasikoa Logika klasikoa ez den guztia izango litzateke (Tradizionala, Hedatuak, Dibergenteak eta Induktiboak). Peñak (1994, 8-9 or.) adibidez, ez-klasikotzat hartzeko dibergentzia beharrezkoa dela eskatuko du.

Beste alde batetik, Quinek (1970) duen ikuspegiak oinarritzoko den kritika plazaratzen du: Logikatzat har daitekeen bakarra aipatutako Logika Klasikoaren zati bat besterik ez da

Bi ikuspegi ezberdin hauek arazo batera garamatzate. Peñaren arrazoiak logika klasikoa eta ez-klasikoen artean bereizketa egiteko konstante logikoen esanahian oinarritzen dira —ukazioan bereziki— eta esanahiaren aldaketarik eskaintzen ez duten logikak klasikotzat jotzen ditu. Honen arabera, logika modala eta beste batzuk —Haacken iritzian logika klasikoaren garapenak izango liratekeenak— ezin dira ez-klasikotzat jo onartu egiten baitute logika klasikoa bere osotasunean, nahiz eta aski ez dela kontsideratu. Quinek ideia berdina erabiltzen du baina ez logika klasikoa eta ez-klasikoen artean zedarriketara definitzeko baizik eta Logikaren eremua eta izana finkatzeko. Honen iritziz, logika hauen helburua logika klasikoa baztertzea da. Arazoa beraz Logikaren definizioan dagoela dirudi. Logikaren eremua definitzea ez da gauza erraza: zein logika aukeratu, halako erantzuna lortuko dugu eta zein eremu kontsideratu, halako logika. Momentuz, demagun Logika Klasikoa Lehen Mailako (Identitadedun) Logika dela, goian aipaturiko ezaugarri nagusiak dituelarik.

## 4 Logika alternatiboen posibilitateari buruz

Logika Klasikoko ezaugarriak mugatzat har daitezke Logikaren historiari begiratzen badiogu. XX. mendeko hasieran sortu ziren logiken artean Emil Postek 1921. urtean bere logika *m*-balioduna aurkeztu zuen. Bi egia-balio baino gehiago kontsideratzeaz gain, orokortzearen bitartez, ikuspegi logiko huts batetik egia-balioen kopurua aukeratzeko orduan mugarik ez dela erakusten du. Teknika hutsa da, sinbolo logiko edo konektagailuen

definizioan gertatzen den moduan.<sup>3</sup> Zein irizpidearen arabera esango dugu Posten sistema ez dela sistema logiko bat? Logika alternatibo bat ote? “Logikaz” ulertzen dugunaren arabera egingo dugu epaiketa.<sup>4</sup> Fregeren sistemarekiko antzekotasun formalak dituen edozer logikatzat hartzen badugu, orduan onartu egin beharko genuke Posten sistema sistema logiko bat dela. Hau ez litzateke zentzugabekeria izango baldin aldi berean onartuko bagenu “logika” terminoaren erabilpen berri honek ez duela arrazoibidearekin zerikusirik. Zehazkiago, sistema ezberdinen sorkuntzak ez luke bere helburuarekiko sistema fregearraren ezegokitasuna frogatuko, ezta ere bere konbentzionalitatea. Posten sistema “logikoa” dela mantentzen badugu, logika zentzu zabal batean ikusten dugu non sistemak proposamenen arteko erlazioak aztertzeko sistemak diren. Eta ondorioz, ez litzateke alternatiboa izango, sistema honek Fregeren sistema auresuposatzen duelako. Kneale eta Knealen ustean logika klasikoa inplikazioa kasu berezitzat hartzen duen proposizioen multzoen arteko erlazioen teoria orokorra bezala aurkez daiteke. Eta hau onargarria bada logikaren ikuspegi tradizionalaren arabera – eduki klase guztientzat baliozko arrazoiketaren printzipioen zientzia–, logika klasikoarekiko alternatiboa den sistema baten posibilitatea defendatu nahi duenak, nola edo hala, inplikazioaren nozio klasikoa zalantzan jartzen du. Are gehiago, baldintzatzailea eta ondoriotasun logikoaren kontzeptuen erlazio estua kontutan izanik, logika ez-klasikoek honen aurka doazela defendatzen dutenak ere badira. Itxura denez arazoa konektagailuen esanahian kokatzen da, ukazio eta baldintzatzaile konektagailuetan bereziki. Baina baldintzatzailearen kasua bereziena da. Ikus dezagun labur bada ere, baldintzatzaile materialaren historia:

- Estoikoek aurreikusia, Fregek (1879) eta Whitehead eta Russellek (1910) formalizatu zuten, Postek (1921) eta Wittgensteinek (1921) semantika egoki bat eman zioten arte.
- MacCollek (1880) esan zuen aurrenekoz baldintzatzaile zehatzago, zorrotzago baten beharra zegoela.
- Lewis (1918) formalizatu zuen baldintzatzaile hertsia, non modalitatea sartzen den.

---

<sup>3</sup>Sinbolo logikoak egia-funtzioak dira eta horrela izanik, egia-funtzio posibleen arteko aukera egiten dugu funtzio zehatz bati *baldintzatzailea* deitzeko, adibidez. Modu berean, semantikan kontsideratzen den egia-balioen kopurua zabal daiteke nahi adina. Egia-balio berri hauek nola ulertuko diren beste arazo bat da.

<sup>4</sup>Kneale eta Knealaren (1962) argudioa jarraituko dugu.

- Lewisen ahalegina erraiketa errepresentatzeko eginiko proposamena izanik, bere mugen ondorioz baldintzatzaile errelebantea sortu zen, Anderson and Belnap (1962), Ackermann (1956).

Baina honek ez du arazoa gainditzen, baldintzatzaile hertsia materialak dituen arazo berdinak ditu eta, gainera, Logika Modalak hedatu egiten du, besterik ez, Logika Klasikoa. Hau da, onartu egiten du Logika Klasikoa bere osotasunean, bere eremua zabalduz modalitateak sar daitezen, egiaren modu ezberdinak aztertzeko aukerak eskainiz. Modalitateak sartzeak ez dio funtsezko arazorik sortzen Logika Klasikoari nahiz eta eztabaidagarria izan daiteken modalitateak logikaren objektu izan behar duten ala ez. Arazoak beste nonbaitetik datoz. Oso eztabaidatua izan da Logikaren izaera bibaliotaduna. Aristotelesek berak etorkizun kontingenteen arazoa aztertu zuenean zalantzan jarri zituen Bibaliotasunaren Printzipioa eta Hirugarrena Baztertze Printzipioa. Quineren (1970) iritziz, lau dira egia/faltsua dikotomia eztabaidatzeko arazoak:

1. Mailaketak badira: gauzak ez dira beltzak ala zuriak. Quinek ez du kontutan hartzen.
2. Ezagutza eta egiaren arteko nahasketa:

*ondorengoan artean (a) zerbait egiazkoa ala faltsua dela jakin eta (b) zerbait egiazkoa dela jakin edo zerbait hori faltsua dela jakin*

3. Semantikaren eta Multzo teoriaren paradoxak: Russell,  $\{x : \neg(x \in x)\}$  eta klase hori bere buruaren barnekoa dela dioen esaldia. Bochvar (1939)-lanak proposatua. Ukazioa hiru balioko logikarena da jada eta honek paradoxa gainditzea permititzen du. Proposamen hau Quinek “mutilazio minimoaren maxima” deitzen duenaren aurka doa. Paradoxaren arazoa ez da egia-funtzioen eta zenbatzaileen logika klasi-koarena propioki, semantika orokorra eta multzo teoriarena baizik: asma dezaten eremu horietan soluzioa.
4. Mekanika Kuantikoa. Heisenberg-en Indeterminazio Printzipio paradoxikoa. Badira neurriak aldiberekotasunez ezagutzerik ezinezkoak direnak, eta ezinezkotasun hori ez da gizakion mugen arazo soil, lege fisiko bat baizik. Quineren arabera, Logika Kuantikoen eraikuntza asmoek suposatzen duten konplexutasun mailak ez du merezi gainditzen dituzten arazoak kontutan izanik.
5. Intuizionismoa.

Hirugarren Baztertze printzipioak jaso ditu kritika gehien. Ez da onartua ez Balioanitzeko Logika ez eta Intuizionismoa defendatzen dutenen aldetik. Quineren arabera, hirugarrena baztertze legea arbuiatzen duenak gaiak aldatzen du; horrek ez du esan nahi horrela jokatzeko arrazoirik ez duenik. Baina “ $p$  edo  $\neg p$ ” gaitzetsiz, ukazio klasikoa baztertzen ari da, edo behar bada disjuntzio klasikoa, edo agian biak. Arrazioak izan daitezkeela horretarako onartzen du (Quine 1970,144 or.). Balioanitzeko logika beraz, antzekotasunagatik soilik da logika: interpretatu gabeko teoria da, algebra abstraktua.

## 5 Dibergentzia versus Hedapenak

Demagun  $L1$  eta  $L2$  bi logika direla. Hiru posibilitate ditugu teoremen multzora begiratzen badiegu:

1.  $L1$  logikaren formulen multzoak  $L2$  logikarena propioki barneratzen du. Berdin gertatzen da teoremen multzoekin. Teorema berriek, batez ere  $L1$  hizkuntzaren alfabetoko sinbolo berriko okurrentziak dituzte. Kasu honetan  $L1$   $L2$ ren hedapen bat dela diogu.
2. Formulen multzoa berdina izanik, teoremen multzoa ezberdinak dituzte. Orduan dibergenteak direla diogu. Lukasiewiczzen hiru balioko logika logika klasikoarekiko dibergentea da, bere teoremen multzoa logika klasikoaren azpimultzo propioa delako.
3.  $L1$  logikaren formulen multzoak  $L2$  logikarena propioki barneratzen du, baina teoremen multzoen arabera:
  - (a)  $L1$ k teorema berriak ditu alfabeto berriekin osatuak.
  - (b)  $L1$ k teorema berriak ditu  $L2$ ren alfabetoko sinboloek osaturik.

Kasu honetan logika sasi-dibergentea dela diogu. Sistema ez-estandarrek zehazteko ondoko erregela kontsideratzen da: sistema bat ez-estandarra izango da baldin sistema horrek logika klasikoaren teorema karakteristikoren bat ez badu. Bi aukera:

- (a) sistema dibergente batek logika klasikoaren teorema baten kontraesana izatea
- (b) Sistemak logika klasikoaren teoremaren bat ez izatea.

Normalena bigarren kasua da. Dena den, dibergentzia ez da nahikoa arerio izateko. Areriotasunaren aurkako argudio nagusia: Ez da zalantzarik sistema dibergente eta sasi-dibergenteak arerio bezala aurkeztu direla baina esan daiteke benetan ez dela horrela logika klasikoarekiko duten ezberdintasuna konstante logikoen esanahien aldaketan oinarritzen direlako. Quineren (1970) esanahiaren aldaketari buruzko argumentua horrelakoa da labur esanda:

1. dibergentziarik bada, orduan konstante logikoen esanahiaren aldaketa ere bada,
2. konstante logikoen esanahiaren aldaketarik bada ez dira gauza beraz ari,
3. ondorioz ez da konfliktorik logika dibergente eta klasikoaren artean.

Haacken iritziz, (1) faltsua da: konektagailuen esanahiaren aldaketa ez da nahikoa sistema klasiko eta dibergenteen arteko konfliktu eza frogatzeko. Gogoratu Peñak (1994) zioena, ez da ukazioaren esanahiaren aldaketarik baizik eta ukazio ezberdin baten kontsiderazioa, Logika Klasikoak baztertzeko zuena. Ba al da Logika klasikoa aldatzeko arrazoirik? Arazoa serioa da: ez dira edozein Logika absolutuki egiazkoa dela eta, beraz, aldaezina dela defendatu dutenak: Kant (1781) adibidez. Egia da Kanten garaian ez zela Aristotelesen logikaz beste, baina argumentuak balioa du *Principia* kontsideratzen badugu: logikako egia a priorizkoak dira. Baina, adimena (ulermena) logikako legeen arabera soilik funtziona badezake, nola azaldu jendeak ez-baliozko argumentuak eraikitzea, logikako legeen aurka aritzea? Bestetik, Fregek (1884) lege logikoen agerikotasuna defendatzen du, logizismo fregearraren oinarritzeko tesia: programa honek aritmetikako axiomak termino logiko hutsetan adierazi eta termino logikoetatik deribatu nahi ditu, nolabait aritmetikak logikaren ziurtasuna beregana dezan. Bi arazo: onartutako ageriko printzipio batzuk faltsuak bihurtzen dira eta, bigarrenik, ez dago batere argi zein printzipio diren agerikoak. Quinek (1970) berdintsua defendatzen du: nabaritasuna.<sup>5</sup>

Asmoa Logika Formala eta beste sistemen artean (Aritmetika, Geometriaren sistemak edota Biologia eta Fisikako axiomatizazioen artean) besteak

---

<sup>5</sup> [...] every logical truth is obvious, actually or potentially. Each, that is to say, is either obvious as it stands or can be reached from obvious truths by a sequence of individually obvious steps. To say this is in effect just to repeat some remarks of Chapter 4: that the logic of quantification and identity admits of complete proof procedures, and some of these are procedures that generate sentences purely from visibly true sentences by steps that visibly preserve truth. (Quine 1970, 83 or.)

beste) bereizketa egitea da. Baina zedarriketa irizpidea ez da logikaren nahitaezko izaeraren ideia sakon batean oinarritzen; nahiz eta ez den, ezta ere, zerbait arbitrarioa. Haacken arabera bada oinarri arrazional pragmatiko bat logikaz hitz egiten duten autoreek inplizituki adostuta erabiltzen dutena: Logika Klasiko edo Estandartzat hartzen diren sistema logiko ezagunak, hots, logika formal elementaleko kurtsoetan azaltzen direnak, logikatzat hartu behar badira, egokia dirudi ere hauekiko analogoak diren sistemak onartzea. Hauen artean: Logika klasikoaren hedapenak, hau da, alfabeto, axioma eta erregela berriak gehiagotzen dituzten sistemak. Logika Klasi-koarekiko sistema dibergenteak, alfabeto eta adierazpen berdinekin axioma eta erregela —gehienetan murriztagoak— ezberdinak proposatzen dituzten sistemak. Logika Induktiboak, aldiz, ondoriotasun logikoaren kontzeptu analogo baina ahulago baten berri eman nahi duten sistemak. Logika Klasi-koarekiko duten antzekotasunagatik, ez bakarrik formala baizik eta helburu eta interpretazioei dagokienez, naturala deritzo Haackek logikatzat hartzea. Honek irizpidea zehazteko bidea eskaintzen digu.

Logikari buruzko ikuspegi tradizionalaren arabera, Logika argumentuen baliozkotasunaz arduratuko litzateke, argumentuen formari begiratu eta hauen edukia baztertuz. Beraz, Ryleren (1949) hitzetan, Logika topikoarekiko neutrala da. Izaera honek Logikaren eremua zehazteko printzipio bat eskainiko luke Haacken iritzian: arrazoibideari —edukia edozein delarik— aplikagarriak diren sistemak hartuko ditugu Logikatzat. Irizpide hau egokiagoa bada ere, analogiarena bezain zalantzarria da. Topikoarekiko neutrala izanik, Logikak kontsideratzen dituen argumentuen baliozkotasuna formala da, hau da, argumentu bat formalki baliozkoa da baldin bere baliozkotasuna argumentu horretan azalpena duten konstante logikoen esanahian eta beste adierazpenen azalpen eremuan oinarritzen bada. Itxura denez, konstante logikoen multzoa finkatuko bagenu eta, noski, haien esanahiak, bide bat zabalduko genioke Logikaren eremuaren definizioari. Baina, berritri, konstante logikoak zeintzuk diren eztabaida filosofiko oso gogorra da.<sup>6</sup>

## 6 Balio Anitzeko Logikak

Logikaren hastapenetatik eztabaidatua izan da proposizioek har dezaketen egibaldioen kopurua. Grezian<sup>7</sup> bibalentziaren printzipioa, egia-balioen kopuruari buruzko eztabaida, determinismoari lotua zegoen. Epikurearrek biba-

<sup>6</sup>Hemen utziko dugu eztabaida, jarraitu nahi duenak, Newton–Smith (1985) eta Sainsbury (1991) hartu ditzake abiapuntu.

<sup>7</sup>Ikus Prioren (1955, 241-243) aurkezpena.



lentziaren printzipioa ukatzen zuten, indeterministak zirelako noski. Es-toikoek aldiz, deterministak izanik, onartu egiten zuten. Aristotelesek ere zalantzak zituen etorkizun kontingenteei buruzko eztabaidan ikus daitekeen moduan. Zalantza hauek ez zuten ordea Logika bibalente klasikoaren garapenean eraginik izan. XX. mendeko bigarren hamarkadaren hasieran berpizten da eztabaida Emil Post eta Jan Lukasiewicz logikalariei lanei esker. Abiapuntu ezberdinetatik eta helburu ezberdinez bi logikalariei hauek zalantzan jartzen dute Logika Klasikoaren semantikak duen oinarri sendoentako bat: bivalentzia. Egia-balioak ez dira beraz bi, gehiago egon daitezke: 3 Lukasiewiczen kasuan,  $n$  (edo nahi direnak) Posten kasuan. Ikuspegi ezberdinak sortzen dira printzipio honen ukaziotik eta baita ere zenbait arazo. Zer izan daiteke *ez-egia* eta *ez-faltsua* den proposizioa? Beste modu batera, 1 egiazkoa izatea bada eta 0 faltsua izatea, zer da  $\frac{1}{2}$  den proposizioa? Hiru egia-balio baino gehiago kontsideratzen badira, nola ulertu behar dugu  $p$  proposizioa *egiazkoagoa* dela  $q$  proposizioa baino? Ba al da proposiziorik bere egia-balioa alda dezakeenik? Horrela bada, nola ulertu proposizioa? Zeri buruz *predikatzen* dugu egia?

Kapitulu honetan egia-balioei buruz arituko gara, ondoren balio anitzeko logika ezberdin batzuk aurkeztuko ditugularik.

## 6.1 Egia-balioak eta balioaniztasuna

1921. urtean aurkeztu ziren balio anitzeko logikatzat har daitezkeen lehen lanak E. Posten eta J. Lukasiewiczen eskutik. Eztabaida daiteke, Lukasiewiczek egiten duen moduan, Posten sistema sistema logikoa den ala ez,<sup>8</sup> baina kontutuan izateko sistema da izan duen eraginagatik. Boole, Peirce<sup>9</sup>, De Morgan<sup>10</sup>, McColl eta Vasil'ev logika hauen aitzindaritzat jotzen dira baina Filosoifiaren Historia begiraturaz egia-balioei buruzko eztabaida eta zalantza gehiago aurki daitezke eta, nola ez, Aristotelesetik hasita.<sup>11</sup> Grezian, aipatu dugun moduan, bivalentziaren arazoa *etorkizun kontingenteei*<sup>12</sup> buruzko eztabaidari loturik dago, eta eztabaida honek irekitzen dio bidea Lukasiewiczzi hirugarren egia-balio berri bat proposatzeko, Lukasiewiczek horrela aurkezten du arazoa<sup>13</sup>:

<sup>8</sup>Lukasiewicz (1930) ez du onartzen Posten (1921) sistema sistema logikoa denik.

<sup>9</sup>Ikus 'Letter to William James 1909', Fitting (1966)

<sup>10</sup>De Morgan (1847, 149 or.).

<sup>11</sup>Duns Scoto eta Ockham dira aipatuena Erdi Aroari dagokionez. Batez ere azken honek *propositio neutra* proposatzen duelako, *propositio vera* eta *propositio falsa* proposizioekiko ezberdina dena.

<sup>12</sup>Ikus Aristoteles *De Interpretatione*, 18a27-18b4.

<sup>13</sup>Ikus Lukasiewicz (1930 (1970)) .

Suposa dezaket kontraesanik gabe nire presentzia Varsoviaan datorren urteko momentu batean, abenduko 21eko eguerdian adibidez, ez dagoela determinaturik ez positiboki ezta negatiboki ere oraingo garaian. Beraz *posiblea* da, baina ez *beharrezkoa*, esandako garaian Varsoviaan egongo naizela. Asuntzio honen arabera, “Varsoviaan izango naiz datorren urteko abenduaren 21eko eguerdian” proposizioa oraingo garaian ezin *egiazkoa izan ez eta faltsua*. Orain egia balitz nire etorkizuneko presentzia Varsoviaan beharrezkoa izan beharko litzateke, kontraesankorra dena asumitu dugunarekiko. Faltsua balitz bestetik, nire etorkizuneko presentzia Varsoviaan ezinezkoa izan beharko litzateke, kontraesankorra dena baita ere asumitu dugunarekiko. Ondorioz aipatutako proposizioa ez da egia ez eta faltsua orain eta hirugarren egia-balio bat izan behar du, 0 edo faltsutik eta 1 edo egiatik ezberdina (...) “Posiblea dena” errepresentatzen du eta hirugarren egia-balio bezala “egia”ri eta “faltsua”ri gehitzen zaie.

Kontuan izan beharrekoa da *possibilitateari* buruzko eztabaida batek behartzen duela Lukasiewicz hirugarren “egia-balioa” onartzera. Baina beste bide posibleak ere badira *behar* honetara iristeko, noski hirugarren egia-balioa modu ezberdinetara interpretatuz.<sup>14</sup>

Gaizki-ulertuak alde batera, eztabaida egia-balioen izaerari eta egia-balioen eramailei buruzkoa da. Ikuspegi formal huts batetik, semantikaren *intuizioa* alde batera utzita horrela esan nahi bada, egia-taulen metodoa garatzea gauza sinplea da. Hau da Postek egiten duena (1921), egia-balio gehiago kontsideratu eta sortzen diren *aldaerak* egokitu modu klasikoan egiten zenarekiko. Berez Logika Klasikoan konektagailuak definitzen dira, semantikan, egia-funtzio modura. Hau da, konektagailu bat funtzio bat da. Semantikako primitiboak 1, egia, eta 0, faltsua, badira, funtzio hauek elementu hauen funtzioak izango dira:

1. Ukazioa, konektagailu monaria izanik, proposizio bakar batera aplikatzen zaio, zehazkiago, bere egia-balioari. Eta aplikazio honen ondorioz lortzen duguna, egia-balio berri bat besterik ez da. Hau da

$$\neg : \{0, 1\} \longrightarrow \{0, 1\}$$

---

<sup>14</sup>Aipa dezagun eztabaida honek logikarako interesik ez duela Quineren (1970) arabera. Gogoratu goian aipatutakoa.

2. Baldintzatzailea<sup>15</sup> proposizio bikote bati aplikatzen den konektagailua da, hau da, diadikoa da. Beraz, proposizio bikote honek izan ditzaken egia-balio konbinaketa bakoitzari egia-balio bat eskaintzen dio baldintzatzaileari dagokion egia-funtzioak. Hau da:

$$\rightarrow: \{0, 1\}^2 \longrightarrow \{0, 1\}$$

Logika Klasikoak bere aukerak egin zituen, lehenik eta behin, bi egia-balio kontsideratzerakoan eta bigarrenik, egia-funtzio hauen aukeran. Beste ezberdin batzuk baztertuak baina posibleak ziren. Aukera hau egin zenean, esplizituki ez bada inplizituki behintzat, hortxe zen konektagailuei buruzko eztabaida eta, bereziki, baldintzatzailearen definizio semantikoaren egokitasunari buruzko eztabaida. Logika modala aztertzen dugunean ikusiko dugu baldintzatzaileari buruzko eztabaida hau.

Ez da baina hemen horrelako eztabaidarik. Lukasiewicz berak onartzen duen moduan proposatzen dena ez da zehazki hirugarren egia-balio bat, egia-balioaren eza baizik, eta honek nolabait bi egia-balio besterik ez direla kontsideratzen erakusten du. Berdina esan daiteke Kleeneri (*ez ezaguna*, 1938, 1952) eta Bochvari (*paradoxikoa* edo *esanahi gabekoa* 1939) buruz.<sup>16</sup>

Esan dugun bezala, etorkizun kontingenteen eztabaida ez da balioaniztasuna proposatzera eramaten gaituen bide bakarra. Filosofiatik at, badira beste motibazio batzuk. Kleenentzat (1938) adibidez, enuntziatu aritmetiko erabakiezinek eskatuko dute hirugarren *egia-balio* bat, edo, gutxienez, *egia-balio* eza. Bochvarden (1939) asmoa paradoxak aztertzea zen, inkonsistentziak edo esanahigabetasuna. Postek (1921) bere balioanitzeko sistemak proposatzen ditu bibaliotako kalkulu klasikoaren orokortze gisa, nahiz eta Postek *logikak* deitu, beste sistemekiko antzekotasunagatik soilik kontsideratzen dira *sistema logikoak*. Lukasiewicz (1939) Posti leporatzen diona, Quinek (1970) balioanitzeko logika guztiei zabaltzen du: Balioanitzeko logika antzekotasunagatik soilik da logika, interpretatu gabeko teoria da, algebra abstraktua. Gehiago oraindik, kasu batzutan egia eta ezagutza nahasketatik sortzen dira. Argudio hau noski Lukasiewiczen kontra doa zuzen zuzenean: etorkizun kontingentei buruzko proposizioek ez dute egia-baliorik, ezin dira ez egiazko ez faltsuak izan, posibleak soilik<sup>17</sup>

<sup>15</sup>Eta beste konektagailu guztiak berdin.

<sup>16</sup>egia-balioei buruzko eztabaida zabaldu egin da azken urteotan, batez ere probabilitatean oinarritutako logikak aurkeztu direnetik (Ikus Leblanc 1984, 261 or.). Jarrai daiteke aurrerago egia-aren kontzeptua ahulduz eta Logika Fuzzyra iritsi arte (L. Zadeh 1965) non egia-balio kualitatiboak kontsideratzen diren.

<sup>17</sup>Dummettek berdin pentsatzen duela dirudi:

Hirugarren *egia-balio*aren izaerari buruz eztabaidatzea balio anitzeko Logiken interpretazioaz eztabaidatzea da ikusi dugunez. Argi dago bibalio-tasuna onartzen ez duenak zerbait proposatu beharko lukeela. Zer den proposatu beharreko hori ez da hain argia. Haack (1974) lana luzez eztabaidatzen du arazo hau eta lau aukera proposatzen ditu egia-balio arrunt ez den *egia-balio* honen izaera azaltzeko.<sup>18</sup> Haackek (1978) dena den ez du onartzen Balioanitzeko logiken erabilerak *egia-balio* berri batekin (edo gehiagorekin) konprometitzen gaituenik, ezta bibalio-tasunaren ukaziarekin.

Bochvard, Kleene eta Lukasiewiczen kasuetan argi ikusten da formula bai hirugarren egia-balio bat asignatzeak ez duela suposatzen horrelakorik existitzen denik, *egia-baliarik* ez duela baizik. Markadoreak dira. McCallek (1967) dioen bezala, inork ez du suposatzen “egiazkoa ala faltsuzkoa” hirugarren egia-balio bat denik. Kasurik gehienetan erdiko egia-balioak “egiazko” eta “faltsuzko” egia-balioen aldaketa epistemologikotzat hartzen dira.

## 6.2 Lukasiewicz

Sistema bibaliodunak<sup>19</sup> hedatzeko erarik sinpleena hirugarren egibalioa sartzeta da, “neutroa”, “bitartekoa” edo “zehaztugabea” interpretazioa emango diogu eta horren arabera eraikiko ditugu konektagailuei dagozkien egia-funtzio berriak. Aristotelesen etorkizun kontingenteen azterketaren ondoren, Lukasiewicz proposizio batzuk ez dutela bi egia-balio klasikoetako ez bata ez bestea onartu beharrean aurkitzen da. Honek esan nahi du egia-taula berriak definitu behar dituela:

---

*On one intuitive interpretation of “true”, “is true” can then be taken to mean “has a designated value” and ‘is false’ to mean “has a undesignated value”. The different individual designated values are then to be taken not as degrees of truth, but, rather, as corresponding to different ways in which a sentence might to be true. We cannot determine the truth or falsity of a complex sentence just from the truth or falsity of its constituents; to do this we must know the particular ways in which they are true or false. Dummett (1977, 166.)*

<sup>18</sup>Arazoa larriagoa da Haackek aurkeztzen duena baina, balioanitzeko logikek hiru “egia-balio” baino gehiago proposatzen dituztelako:

*What, for example, is the meaning of the truth value to which the number 20 is assigned? This question cannot be answered without a special convention. (Zinov’ev 1963, 98.)*

<sup>19</sup>Balio anitzeko logikaz irakurtzeko oso interesgarriak dira Zinov’ev (1963) eta Rescher (1969). Lukasiewiczen lanak (1970) liburuan aurki daitezke ingelesez.

$p$	$q$	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0	0	0	1	0	0
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	1	1	0	1	1	0
0	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
0	0	1	0	0	1	1

Sistema hau  $L_3$  bezala ezagutzen da eta  $\neg$  eta  $\rightarrow$  oinarriko konektagailuen bitartez ere aurkez daiteke, egia-taula berdinarekin, eta beste konektagailuen definizioa ondorengoa izanik:

$$p \vee q \equiv (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(\neg p \vee \neg q) \equiv \neg[(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg q]$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Baldintzatzailearen aukera oinarriko konektagailu gisa ez da nolana hikoia. Egia-taulen arabera ezinezkoa litzateke beste konektagailuen bitartez definitu kasu guztietan  $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$  egia-balioaren sarrerak  $\frac{1}{2}$  egia-balioa ematen baitu eta horrela, ezinezkoa da  $p \rightarrow p$  tautologia bezala mantendu.

Horrelako sistema hirubaliotun baten ezaugarriak hauek dira:

1. Hiru egia-balio ditu.
2. Ukazioa oposaketa bezala definitzen da, hirugarren egia-balioa berdin jarraituz.
3. Konjuntzio baten egia-balioa konjunktuen txikiena da eta disjuntzioarena, disjunktuen handiena.
4. Baldintzatzailearena,  $\neg p \vee q$  adierazpenaren bezalakoa da,  $(\frac{1}{2}) \rightarrow (\frac{1}{2})$  kasua ezik 1 egia-balioa hartzen baitu  $p \rightarrow p$  adierazpenaren tautologitasuna mantentzeko.
5.  $p \leftrightarrow p$  adierazpena eta  $(p \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow p)$  adierazpena baliokideak dira.

Garrantzitsua da ere kontuan izatea  $L_3$  eta  $C_2$  (klasiko bibalioiduna) berdinak direla bi balio klasikoak bakarrik hartzen ditugunean. Ondorioz,  $L_3$ ko tautologia guztiak  $C_2$ ko tautologiak dira. Bestalde,  $C_2$ -tautologia batzuk  $\frac{1}{2}$  egia-balioa har dezakete egiasignazio berrietan. Hauetako kasu berezi bat Hirugarrena Baztertze legearena da,  $\alpha \vee \neg\alpha$ ,  $L_3$ ko tautologia ez dena,  $\frac{1}{2}$  balioa hartzen duelako  $\alpha$   $\frac{1}{2}$  balioa duenean. Posible da halere Hirugarrena Baztertzearen legea mantenduko lukeen disjuntzioaren definizioa ematea:

Baina honek beste arazo batzuk dauzka,  $(\alpha \vee \alpha) \rightarrow \alpha$  tautologia izateari uzten dio adibidez.

- $C_2$ ko tautologiak  $L_3$ n ez direnak

$$[\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha] \rightarrow \alpha$$

$$[\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)] \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$$

- Dena den, balditzaizaile materialaren paradoxak mantendu egiten dira:

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$\neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$$

- Kontraesanaren legea,  $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ , ere galdu egiten da  $L_3$ n, bere ukazioa dena  $(\alpha \wedge \neg\alpha)$  adierazpenak  $\frac{1}{2}$  balorea du  $\alpha$   $\frac{1}{2}$  denean. Honekin Brouwer eta Heytingen logika intuizionistarekiko ere ezberdintzen da, non Hirugarrena Baztertzearen Legea baliogabe geratzen den kontraesanaren legea mantenduz.

### 6.3 Bochvar

$L_3$ ko aldaera garrantzitsu bat 1939. urtean aurkeztu zuen Bochvar errusiarrak (1939). Honen arabera, hirugarren egia-balioari “erabakiezina” interpretazioa eman behar zaio, *zerbaiti buruz erabakiezina den elementuren bat izan* zentzuan ulertua. Horrela, bere eraikuntzan Lukasiewiczzen zerbait ideia baztertzen ditu –adibidez, konjuntzio batean egia-balio faltsuena hartu behar dugula. Konjuntziorako ondorengo egia-taula eskaintzen du:

$p$	$q$	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	I	0	I	I	I	I
1	0	0	0	1	0	0
I	1	I	I	I	I	I
I	I	I	I	I	I	I
I	0	I	I	I	I	I
0	1	1	0	1	1	0
0	I	1	I	I	I	I
0	0	1	0	0	1	1

(2)

Hirugarren balioa beraz, *erdibideko* balioa balitz baino, egia-balio *paradoxikoa* edo *esanahi gabeko*-tzat hartzen da. Pentsa daiteke esanahigabetsun hau logika klasikoaren paradoxikotasunaren terminoetan: *Enunziatu hau faltsua da* formako enunziatuak ez egiazko ez faltsuzko dira eta, horrela, *esanahigabeak*. Horrelako enunziatu batek, konjuntzio batean sartzen denean, konjuntzio osoaren esanahia kutsatuko luke. Beraz, *I* egia-balioa oso indartsua da, *I* egia-baliora erreduzitzen baititu konjuntzio guztiak azaltzen denean.

Honek ondorio zuzen bat du:  $B_3$ n *tautologia* kontzeptua eraginik gabekoa suertatzen da. Honen aurrean bi aukera ditugu:

1.  $B_3$  hedatu tautologia kontzeptua aplikagarria egiteko
2. Edo tautologia kontzeptua *ahuldu*, kuasitautologiak kontsideratuz,  $F$  balioa hartzen ez duten formulak izendatzeko. Horrela froga daiteke  $B_3$ ko kuasitautologiak,  $C_2$ ko tautologiak direla.

## 6.4 Kleene

S.C. Kleeneek 1952. urtean aurkeztu zuen bere logika (1952), aurreko lan batean (1938) aurkeztutako sistema baten berri ematez.  $K_3$  sisteman, hirugarren egia-balioak ez dio erreferentziarik egiten inongo arrazoi ontologikoari, izaera epistemologikoa duelako. Ez da baztertzen enunziatu bat egiazko ala faltsuzko izatea baina suertatzen da *ezezaguna* zaigula edota *zehatzezina*. Bere aukera:

$p$	$q$	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	I	0	I	I	I	I
1	0	0	0	1	0	0
I	1	I	I	I	I	I
I	I	I	I	I	I	I
I	0	I	I	I	I	I
0	1	1	0	1	1	0
0	I	1	I	I	I	I
0	0	1	0	0	1	1

(3)

$L_3$ n bezala, baldintzatzailarena salbu, Kleenek disjuntzioarekiko baliokidetza klasikoa salbatu nahi du, hau da,  $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ . Ondorioz, Kleenen sisteman  $p \rightarrow p$  ez da tautologia bat,  $I$  egiobalioa hartzen duelako  $p$   $I$  denean eta, noski,  $p \vee p$  ez da ere tautologikoa izango. Kleenen motibazioa matematikan dago eta bere adibidea, hirugarren egia-balioa interpretatzeko ondorengo da. Demagun  $P$  —funtzio proposizionala— predikatu matematikoa  $x$  aldagaiari aplikatzen diogula  $D$  domeinu batekiko non  $P(x)$   $D$  domeinuko zati baterako soilik definitzen den. Adibidez:  $P(x)$  baldin eta soilik baldin  $1 \leq \frac{1}{x} \leq 2$ . Horrela,  $P(x)$  zera izango da:

1. egiazkoa  $x$ -ren heina 1 eta  $\frac{1}{2}$ ren artean dagoenean,
2. zehaztugabea  $x = 0$  denean, eta
3. faltsua beste kasu guztietan  $[(x \neq 0) \wedge (x < \frac{1}{2})] \vee (1 < x)$

Kleenek beste sistema bat aurkeztu zuen, — $K_3$  ahula deitua— lehenengo ahulduz eta  $B_3$  sistemarekiko baliokidea,  $I$  egia-balioaren sarrera guztiek  $I$  emaitza eskaintzen dutelako.

## 6.5 Post

Ikusitako sistema guztiek *ispilua* deitutako ezaugarria dute.<sup>20</sup> 1921. urtean Postek (1921) balio finituko logika bat aurkezten du  $m$  balioekin baina interpretazio berezi batekin.

Bere notazioa alde batera utziko dugu eta ukazioa eta disjuntzioa oinarritzko konektagailuak izanik, ondorengo egia-funtzioak ditugu, 1 egiarako harturik eta  $m$  faltsurako:

<sup>20</sup>Ukazioa definitzerakoan aurkakoa kontsideratzen da.



$p$	1	2	3	...	$m - 2$	$m - 1$	$m$
$\neg p$	2	3	4	...	$m - 1$	$m$	1

(4)

$$/p \vee q/ = \max[/p/, /q/]$$

Beste konektagailuak era klasikoan definitzen dira. Logiken familia honi  $P_m$  deitzen zaio.

- 1. Lema:**  $P_3n$ , ebalua itzazu ondorengo formulak:  $p \vee \neg p$  eta  $p \vee \neg p \vee \neg \neg p$ .  
(Lehenengoa ez da tautologia, bigarrena, aldiz, bai.)

$P_m P_{\mathbb{N}_0}$ -ra orokor daiteke. egia-balioak, 1, 0, eta  $(\frac{1}{2})^k$  direlarik ( $k$  osoa):

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, (\frac{1}{2})^k, \dots, 0.$$

Erregelen bitartez definitzen ditugu konektagailuen egia-funtzioak:

$$\neg p = \begin{cases} 1 & \text{baldin } /p/ = 0 \\ \frac{1}{2} \times /p/ & \text{baldin } /p/ \neq 0 \end{cases}$$

$$/p \vee q/ = \max[/p/, /q/] \quad (5)$$

Eta konektagailuen arteko definizio klasikoak.

## 7 Modalitatea

Modalitateen azterketa logika klasikotik at geratu zen, besteak beste, Fregek horrela finkatu zuelako. *Begriffsschrift* liburuan Fregek logikaren objektua judizioen *edukia* dela defendatzen du. Edukia independentea da judizio hori egin ahal izateko diren arrazoiengandik, hau da, modalitateengandik. Berak dioen moduan, proposizio bat beharrezkoa dela diodanean, nire juditziorako ditudan arrazoen berri ematen dut eta hau, noski, logikatik at dago.

Logika klasikoaren ezaugarri nagusienetako bat asertorikoa izatea da, hau da, kontsideratutako egia-balioak bi dira eta gainera, enuntziatuek horietako egia-balioetatik bata ala bestea hartzen dute. Ez da beraz ñabar-durarik ez eta mailakatzerik enuntziatuek har dezaketen egia-balioen artean. Egia ala faltsua izatearen ñabarduraz arduratzen den logikari Logika Modala deitzen zaio.

Egiazko/faltsuzko proposamenen artean ezberdin daitezke:

- egiazko/faltsuzkoa dena kasua delako

- egiazko/faltsuzkoa izan behar duena

Egiazkoa izan behar duen proposamenari beharrezkoa deitzen diogu eta faltsua izan behar duen proposamenari ezinezkoa. Beste guztiak (bai egiazko bai faltsuzkoak) kontingenteak dira. Ezinezkoa ez denari posiblea deitzen zaio. Beharrezkotasunak zentzu zehatza dut testuinguru honetan: proposizio zehatz bati buruz beharrezkoa dela diogunean ez dugu horrekin esan nahi, gauzak diren moduan izaten jarraituko balira edo mundua orain arteko modukoa izaten jarraituko balitz, ezin diola egia izateari utzi, baizik eta, hobeago esanik, ezin izango liokeela egia izateari utzi gauzak nola dauden aparte utzita, edo mundua nolakoa gertatzen den alde batera utzita (Hughes eta Cresswell 1968).

Hauek dira nozio modaltzat hartzen direnak: beharrezkotasuna, ezinezkotasuna, kontingentzia eta posibilitatea. Aipagarria dira beraien artean ematen diren erlazio estuak:  $p$  beharrezkoa dela esateak  $p$  faltsua dela ezinezkoa dela esatea da, eta  $p$  posiblea dela esatea  $p$  faltsua izatea ez dela beharrezkoa esatea da.

## 7.1 Modalitatea eta baldintzatzailea

Logika modala bi eratarata uler daiteke: zentzu estu batean ala zentzu zabalean. Zentzu estua zentzu klasikoa da non logika modalak modalitate aletikoak besterik ez lituzke aztertuko. Modalitate aletikoak egiaren modalitateak dira. Era klasiko honetan ulertua, logika modalak eragile modalek eragindako enuntziatuen arteko inferentzi erlazioak aztertuko lituzke egitura klasikoa jarraituz: proposamenen logika modala eta predikatuen logika modalaren artean bereizteaz. Hauek ez dira haatik aztertzen diren modalitate bakarrak. 1951. urteko *Deontic Logic* von Wriqth logikariaren lanaren ostean Logika Modala era zabal batean ulertzen da, hala nola, modalitate deontiko, epistemiko etab. kontsideratuz.

- ALETIKOAK: beharrezkoa, posiblea, ezinezkoa, kontingentea
- DEONTIKOAK: derrigorrezkoa, baimendua, debekatua
- EPISTEMIKOAK: egiaztatua, ez erabakia, faltsatua
- EXISTENTZIALAK: Unibertsala, izateduna, hutsa

Ukazioa erabiliz modalitate aletiko guztiak bakar batetara erreduzitu daitezke. Har dezagun  $\square$  sinboloa, beharrezkotasunaren eragilea adierazteko, beraz, *beharrezkoa da  $p$* , adierazteko  $\square p$  idatziko dugu. Orduan  $\square \neg p$

beharrezkoa da ez- $p$  da, hau da, ezinezkoa da  $p$ . Gainera  $\neg\Box\neg p$  ez da beharrezkoa ez- $p$  eta posiblea da  $p$  baliokideak dira. Beraz, beharrezkotasuna primitibotzat hartuz, posibilitatea defini dezakegu  $\neg\Box\neg$  bezala. Posibilitaterako  $\diamond$  sinboloa erabiliko dugu eta primitibotzat hartzeko ere aukera bada:  $\neg\diamond p$  ez da posiblea  $p$  eta beharrezkoa da ez- $p$  alde batetik eta bestetik  $\neg\diamond\neg p$  ez da posible ez- $p$  eta beharrezkoa da  $p$  berdina adierazten dute.

## 7.2 PLM Hizkuntza: sintaxia

### 7.2.1 Alfabetoa

$$A_{PLM} = \{p_1, p_2, \dots, q_1, q_2, \dots, r_1, r_2, \dots, \neg, \rightarrow; \Box; (, )\}.$$

- Proposizio aldagaiak:  $PA = \{p_1, p_2, \dots, q_1, q_2, \dots, r_1, r_2, \dots\}$ .
- Konektagailu proposizionalak:  $\{\neg, \rightarrow\}$ .
- Eragile Modala:  $\{\Box\}$ .
- Parentesiak:  $\{(, )\}$ .

### 7.2.2 Adierazpen ongi formatuak

**1. Definizioa:** *Adierazpen ongi formatuen, hau da, formulen, multzoa ondorengo erregelen bitartez definitzen dugu:*

1. *Proposizio aldagaiak formulak dira.*
2. *Baldin  $\phi$  formula bada, orduan  $(\neg\phi)$  formula da.*
3. *Baldin  $\phi$  eta  $\psi$  formulak badira, orduan  $(\phi \rightarrow \psi)$  formula da.*
4. *Baldin  $\phi$  formula bada, orduan  $(\Box\phi)$  formula da.*
5. *Ez da beste formularik aurreko erregelen aplikazio finitutik sortu-takotik at.*

Logika modal normaleko sistema bat zehazten dugula diogunean, logika modalaren hizkuntzako formulen klaseren bat aukeratzen dugula diogu. Baldin  $S$  horrelako klase bat bada, klase horretako elementuak (formulak) sistema horretako teorema izango dira, eta  $\vdash_S \phi$  idatziko dugu  $\phi$  Sko teorema dela adierazteko. Formula guztien klasea sistema inkontsistente bat da.

Formula bat sistema baten teorema denean, sisteman dagoela esango dugu. Bi sistema ezberdinek teorema berdinak badituzte, orduan deduktiboki baliokideak direla esango dugu. Sistema bateko teorema guztiak beste

sistema bateko teorema badira eta bigarren honek teorema batzuk baditu lehengokoaren ez direnak, orduan lehenengoa bigarrena baino ahulagoa dela esango dugu, edo bigarrena indartsuagoa dela edo bigarrenak lehenengoa barneratzen duela.

### 7.2.3 *PLM* hizkuntzarako Sistemak

Logika Modaleko sistema axiomatiko ezberdinak daude, ezberdintasun hau baina ez da Logika Klasikoan ematen den modukoa. Logika Klasikoan sistema axiomatiko ezberdinak baditugu ere, baliokideak dira sortzen dituzten Teoremen multzoa begiratzuz. Logika Modalaren kasuan ez da horrela gertatzen. Sistema ezberdinak oinarri bati axiomak gehituz lortzen dira. Oinarrian **K** sistema dugu, Logika modal normal ahulena. Gure aurkezpenean, eta gauzak errazteko asmoz, axioma-eskemak erabiliko ditugu eta ondorioz, Sustituzio Uniformea erregelaren beharrik ez dugu izango. Aukeratu dugun oinarri axiomatiko klasikoa, Churchen (1956) sistema da.

(K) **K** Sistema

**K** Sistema sistema modalen arteko sistemarik ahulena da. Bere gain eraikiko dira beste sistema normal guztiak. **K** Sistema proposizioen logikarako sistema axiomatiko bati *K* axioma gehitzen diogunean lortzen da. Ondorengo axiomak ditu beraz:

$$SL1 \vdash \phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi).$$

$$SL2 \vdash \{\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma)\} \rightarrow \{(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \sigma)\}.$$

$$SL3 \vdash (\neg\phi \rightarrow \neg\psi) \rightarrow (\psi \rightarrow \phi).$$

$$K \vdash \Box(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\phi \rightarrow \Box\psi) \text{ (} K \text{ axioma)}$$

Eta ondorengo transformazio erregelak:

(MP) Modus Ponens

(B) Beharrezkotasunaren erregela. Baldin  $\vdash \phi$ , orduan  $\vdash \Box\phi$ .

(T) **T** Sistema. **K** Sistemari **T** axioma gehitu:  $\vdash \Box\phi \rightarrow \phi$ .

(S4) **S4** Sistema. **T** Sistemari *4* axioma gehitu:  $\vdash \Box\phi \rightarrow \Box\Box\phi$ .

(S5) **S5** Sistema. **T** Sistemari *E* axioma gehitu:  $\vdash \neg\Box\phi \rightarrow \Box\neg\Box\phi$ .

### 7.3 *PLM* Hizkuntza: Semantika

$\langle W, R \rangle$ , egitura bat definitzen dugu, **markoa** deitua, non  $W \neq \emptyset$ , mundu posibleen multzoa den;  $R$  erlazio bitarra da  $W$  multzoan definitua  $R \subseteq W^2$  (akzesibilitate erlazioa deitua). Marko batean  $E$  egiasignazio bat definituz **Kripkear egitura bat**, edo egitura bat, lortzen dugu non  $E$ , proposizio aldagaiei mundu posible bakoitzean egiasignazio bat eskaintzen dien funtzioa den.

**2. Definizioa:** *Kripkear*<sup>21</sup> *Egitura bat*,  $\langle W, R, V \rangle$  *egitura bat da non:*

- (i)  $W \neq \emptyset$ .
- (ii)  $R \subseteq W^2$ .
- (iii)  $E : PA \times W \longrightarrow \{0, 1\}$ .

#### 7.3.1 Egitura eta formulen arteko asegarritasun erlazioa

**3. Definizioa:** *PLM hizkuntzako  $\phi$  formula bat asegarria da  $M$  egiturako  $w$  munduan,  $M \models_{[w]} \phi$ , baldin eta soilik baldin:*

- 1.  $M \models_{[w]} p$  baldin eta soilik baldin  $E(p, w) = 1$ ,  $p \in PA$  guztientzat.
- 2.  $M \models_{[w]} \neg\phi$  baldin eta soilik baldin  $M \not\models_{[w]} \phi$
- 3.  $M \models_{[w]} (\phi \rightarrow \psi)$  baldin eta soilik baldin  $M \not\models_{[w]} \phi$ , edo  $M \models_{[w]} \psi$
- 4.  $M \models_{[w]} \Box\phi$  baldin eta soilik baldin  $w' \in W$  eta  $\langle w, w' \rangle \in R$  asetzen dituzten  $w'$  guztientzat,  $M \models_{[w']} \phi$ .

**4. Definizioa:**  $\phi$  formula bat asegarria da existitzen bada gutxienez  $M = \langle W, R, V \rangle$  egitura bat non  $w \in W$  mundu batentzat,  $M \models_{[w]} \phi$

**5. Definizioa:**  $\phi$  formula bat egiazkoa da  $M$  egituran,  $M \models \phi$ , baldin  $M \models_{[w]} \phi$   $M$  egiturako  $w \in W$  guztientzat.

**6. Definizioa:**  $\phi$  formula bat logikoki baliozkoa da,  $\models \phi$ , baldin eta soilik baldin  $M \models \phi$   $M$  guztientzat.

**7. Definizioa:**  $\phi$  formula bat baliozkoa da  $\langle W, R \rangle$  marko batean baldin eta soilik baldin baliozkoa bada marko horretako egitura guztietan.

**8. Definizioa:** Markoen  $C$  klase bat eta  $\phi$  formula bat emanik  $\phi$  baliozkoa da  $C$  markoen klasean baldin eta soilik baldin  $\phi$  baliozkoa bada klase horretako marko guztietan.

---

<sup>21</sup>Kripkear egitura deitzen zaio, semantika hau Kripkek aurkeztu zuelako. Ikus Kripke (1963).

## 8 Logika Epistemikoa

von Wrigthek aurreikusi bazuen ere logika honen aukera, Hintikkak eskaintzen digu erantzun bat *Knowledge and Belief*—*Ezagutza eta Ustea*—1962. urteko Logika Epistemikoaren sortzailea den bere liburuaren azpitu-luan: ezagutza eta ustea nozioen logikarako sarrera. Ikuspegi hau da orokorrean onartzen dena: ezagutza eta ustea nozioen logika. Azpimarratzekoa da Logika Epistemikoa —berez Ezagutzaren Logika beharko lukeena— Ezagutza eta Ustearen Logika izendatzeko zabaldua dagoela, oso, Logika Doxastikoa —berez Ustearen Logikari dagokiona— baztertua dagoelarik. Badira bestalde, ustearen nozioa eta ezagutzaren nozioa existitzen direnik zalantzan jartzen dutenak (O'Connor 1968). Halpernek (1995), ezagutzaren errepresentazioa eta modelizazioaren artean desberdintasunak ikusten ditu: agente batek izango lituzkeen ezagutzen (eta hauen ondorioen) errepresentazioa, alde batetik eta bestetik, ezagutza nozioaren erdua eskainiko lukeen sistemen eraikuntza. Itxuraz besterik ez bada, bi kontzeptu hauek badute ezaugarri formalak ustearen nozioaz hitz egitea eskaintzen digutenak. Logika Epistemikoaz beraz nozio epistemikoen logika ulertu behar dugu, hau da, Ezagutza eta Ustearen Logika. Zer ulertzen da Logikaz testuinguru honetan? Logika Epistemikoak logikoki egiazkoak diren printzipio epistemikoak eskaini beharko ditu, eta printzipio hauek, noski, logika Klasikoaren printzipioak gainditu beharko dituzte nolabait. Hau da, 'Berak ' $p$  ezagutzen du edo ez du  $p$  ezagutzen'' ezingo dugu printzipio epistemikotzat hartu, argia baita printzipio orokorrago baten instantzia epistemikoa dela. Ondorioz, Logika Epistemikoak "termino epistemikoen azalpen esentziala, errebantea, duten egi logikoetara" mugatuko du bere interesa (Hocutt 1972). Adibidez: "Baldin  $a$  pertsona batek  $p$  ezagutzen badu, orduan  $p$  egiazkoa da"

(1)  $K_a p \rightarrow p$ , "Baldin  $a$  pertsona batek  $p$  uste badu, orduan ez du ez- $p$  uste".

(2)  $B_a p \rightarrow \neg B_a \neg p$ .

Printzipio hauek, nozio epistemikoen azalpen esentzialik ez badute ere, logikoki egiazkotzat jo daitezke. Ikuspegi honek, dirudienez, Logika Epistemikoaren zeregina gizaki batek (arrazionala edo irrazionala) izango lituzkeen ezagutza eta uste faktikoen zerrenda bat egitera mugatzen du. Horrela izanik, interpretazio errealista honek ez luke ezer argituko, Creswell (1972) lanak argi uzten du ez dagoela uste-enuntziatuei buruzko printzipiorik, konektagailuei (egia-funtzionalei) buruzko printzipioa jada ez dena. Lemmonek (1967) ere gauza bera azpimarratzen du. Bere iritzian, ezagutzaren logika errealista batek ez du berezko teoremarik, (1) eta bere ondo-

rio logikoak ezik”. Nola kontsideratu beraz Logika Epistemikoa? Hintikka (1968)-ren arabera, Logika Epistemikoa hobeto uler daiteke eredu azaltzaile, esplikatiboa, bezala non gure hizkuntza arruntaren “lanan” aspektu batzuk uler daitezken. Lenzen (1978) honekin ados dago eta zeregin hauek inposatzen dizkio Logika Epistemikoari:

1. Nozio epistemikoen azalpena (esplikazioa).
2. Azalpen horren arabera, Logika Epistemikoaren Printzipioen baliozkotasunaren azterketa.

Horrela, Logika Klasikoaren printzipioak onartzen badira “baliozkoak direlako bakarrik konstante logikoen esanahiaren arabera”, Logika Epistemikoaren printzipioak onargarriak izango lirateke “baliozkoak badira — konstante logikoen esanahiaren arabera eta— azalpen egokia duten nozio epistemikoen arabera”. Eta azalpen baten egokitasunak zera besterik ez du eskatzen: nozioen oinarritzko esanahiaren berri eman —esanahi hori harpatu. Zehazkiago, ustearen azalpen batek, partzialki bada ere, aurreiritzi subjektiboetan oinarrituriko uste batzuen “irrazionaltasuna” azaldu egin beharko du. Eta horrela beharko du izan pertsona batek arrazionalki uste beharko lukeen teoria normatibo batean bihurtu nahi ez badu. Helburua bikoitza eta elkarlotua beraz, alegia, nozio epistemikoak eta hauek gobernatzen dituzten legeak azaltzea.

## 8.1 Proposizioen Logika Epistemikoa

Proposizioen Logika Epistemikorako Hizkuntza ez dugu hemen aurkeztuko, *PLE* Hizkuntza, goian aurkeztutako logika modalaren ia berdina baita. Oraingoan, bi eragile berri kontsideratuko ditugu: ezagutzarako bat,  $K$  eta usterako bestea,  $B$ . Eragile hauek agente bat auresuposatzen dutenez (ezagutzen duena edo uste duena), agente batekiko erlatibizaturik emango dira:  $K_a p$  formulak “ $a$  agenteak  $p$  ezagutzen du” adieraziko du eta  $B_a p$  formulak “ $a$  agenteak  $p$  uste du”. Agente ezberdinak ditugunez, semantikan ere hauek kontsideratu beharko ditugu, egiturek beraz, erlazio bakarra izan ordez, agente bakoitzeko erlazio bat definituko dute. Intuitiboki, mundu posible bat agente batek bere ezagutzaren arabera posiblea kontsideratzen duen mundua da eta erlazioak mundu honekiko posibleak diren munduak dira.

Sistema formalak ere ‘berdinak’ dira, axioma hauekin eraikiak:

- Oinarri axiomatiko klasikoa

- **K** -  $\vdash K_i(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K_i\varphi \rightarrow K_i\psi)$ .
- **T** -  $\vdash K_i\varphi \rightarrow \varphi$ .
- **4** -  $\vdash K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$ .
- **5** -  $\vdash \neg K_i\varphi \rightarrow K_i\neg K_i\varphi$ .
- **D** -  $\vdash K_i\varphi \rightarrow \neg K_i\neg\varphi$ .

Eta Inferentzi erregela hauek:

- **Nec** - Baldin  $\vdash\varphi$  orduan  $\vdash K_i\varphi$
- **MP** - Baldin  $\vdash\varphi$  eta  $\vdash\varphi \rightarrow \psi$  orduan  $\vdash\psi$  ( $\varphi$  y  $\psi$  edozein formula direlarik).

Normalean, **KT45** hartzen da ezagutzaren sistema moduan eta usterako sistema, **KD45** (noski, eragilea, kasu honetan,  $B$  delarik).

## 8.2 Elkarreko Ezagutza eta Ezagutza Banatua

Esan dugunez, logika epistemikoak agente ezberdina kontsideratzea permititzen digu eta honekin batera, agente ezberdinen arteko ezagutzen erlazioak aztertzea. Agente anitzen testuinguruetan interesgarria da zenbait aplikaziotarako agenteen multzoetan edo taldeetan eman daitezkeen ezagutza *egoera* ezberdinen azterketa. Eta ez hori bakarrik, horrelako egoeretan oso garrantzitsua izan daiteke ezagutzari buruzko arrazoiketen azterketa. Ezagutza egoera hauetako bat *common knowledge* deritzana da, guk **elkarreko ezagutza** deituko duguna eta paradoxa baten bidez aurkezten ohi dena: “The Conway Paradox”, Barwise (1989, 201 or.). Ondoren bertsio egokitua:

*Demagun bi poker jokalaria badirela, Ane eta Jon, eta bakoitzak karta batzuk dituela. Demagun bereziki, bateko bana dutela. Beraz, biek ezagutzen dute ondokoa:*

$\sigma$ : Anek edo Jonek bateko bat du.

*Demagun orain Leire agertzen dela eta galdetzen diela ea besteak batekorik ote duen dakiten ala ez. “Ez” erantzungo dute noski. Eta Leirek berriro (eta berriro, ...) galdetzen badu, “ez” erantzuten jarraituko dute.*

*Baina demagun orain Leirek dioela, “Begira, zuetako batek gutxienez bateko bat du. Orain ba al dakizu besteak batekorik al duen?” Berriro “ez” erantzungo dute biek. Baian zerbait gertatzen da orain. Jonek “ez” esanda Anek entzutean horrela arrazoitu dezake [Asumitzen dugu Jonek eta Anek*



*zintzotzat eta adimentsutzat dutela elkarri.]: “Jonek ez badaki nik bateko bat dudala, gutako batek baduela entzun eta gero, bakarrik izan daiteke berak bateko bat duelako”. Jonek berdin arrazoituz ondorio berdinerira iritsi daiteke, beraz biek dakite orain besteak bateko bat duela.*

Nola da posible Anek eta Jonek badakiten esanik, egoera guztiz aldatzea? Paradoxa azaltzeko ezagutza motak ezberdindu beharra dugu. Egoera ezberdinen aurrean gaude: hasierako egoeran,  $\sigma$  ezagutza banatua den bitartez, Leireren esanaren ondoren,  $\sigma$  elkarreko ezagutza da. Beste modu batera esanda, hasieran biak ezagutzen dute  $\sigma$ , baina ez gehiago. Bigarren egoeran, aurrekoa ezagutzeaz gain, biek dakite besteak ere  $\sigma$  ezagutzen duela. Horrelako egoerak oso garrantzitsuak dira gure bizitza sozialean, komunikazioan edo koordinaziorako adibidez. Ikus dezagun kontzeptu hauen azterketa formala.

### 8.2.1 $LEP_n^{CE}$ Hizkuntza: Sintaxia

Ezagutza Banatua eta Elkarreko Ezagutza bi eragile modal berri bezala kontsideratuko ditugu, horrela  $LEP_n$  Hizkuntza hedatuz.  $LEP_n^{CE}$  Hizkuntza beraz  $LEP_n$  Hizkuntza bezalakoa da, bi eragile berriekin:

#### Ezagutza Banatua

$E\varphi$ , *denek dakite ...* :  $K_1\varphi$  eta  $K_2\varphi$  eta ... eta  $K_n\varphi$ .

#### Elkarreko Ezagutza

$C\varphi$ , *Elkarreko ezagutza da ...*:  $E\varphi$  eta  $EE\varphi$  eta  $EEE\varphi$ , eta ...

Oharrak:

- $C\varphi$  errepikapen infinitua da. Intuitiboki besterik ezin da ulertu, hizkuntza formalek ez baitute formula infiniturik onartzen
- Baldin  $n = 1$ , orduan  $E\varphi \equiv K\varphi$ .

Formazio Erregelaren multzoa zabaldu egin behar dugu ondorengo bi klausulekin:

6. Baldin  $\varphi$  formula bada, orduan  $(E\varphi)$  formula da;
7. Baldin  $\varphi$  formula bada, orduan  $(C\varphi)$  formula da;

### 8.2.2 $LEP_n^{CE}$ Hizkuntza: Semantika

**9. Definizioa:** Bedi  $M = \langle W, R_1, R_2, \dots, R_n, V \rangle$ . Bitez  $w_1, w_2, \dots, w_n$   $W$  multzoko munduak.  $w'$  mundua eskuragarria dela  $w$  mundutik esango dugu, existitzen bada  $w_1, w_2, \dots, w_n$  segida bat hala nola  $w = w_1$  eta  $w' = w_m$  eta  $j$  ( $1 \leq j \leq m - 1$ ) bakoitzerako,  $w_j R_i w_{j+1}$ ,  $i \in Ag$  agenteren batentzako.

- $M \models_{[w]} E\varphi$  baldin eta soilik baldin  $M \models_{[w']}$   $\varphi$ ,  $w R_i w'$ ,  $i$  agenteren batentzat asetzen duten  $w' \in W$  guztientzat.
- $M \models_{[w]} C\varphi$  baldin eta soilik baldin  $M \models_{[w']}$   $\varphi$ ,  $w$  mundutik eskuragarri diren  $w'$  guztientzat.

Baliokideki (Halpern 1995):

- $M \models_{[w]} E\varphi$  baldin eta soilik baldin  $M \models_{[w]}$   $K_i\varphi$ ,  $i$  guztientzat.
- $M \models_{[w]} C\varphi$  baldin eta soilik baldin  $M \models_{[w]}$   $E^k\varphi$ , non  $k = 1, 2, \dots$ ; eta  $E^1 =_{def} E$  eta  $E^{k+1} =_{def} EE^k$

### 8.2.3 $LEP_n^{CE}$ Hizkuntza: Sistema Formalak

#### Axioma Eskemak

$$\mathbf{E} \vdash E\varphi \leftrightarrow K_1\varphi \wedge K_2\varphi \wedge \dots \wedge K_n\varphi.$$

$$\mathbf{C} \vdash C\varphi \rightarrow E(\varphi \wedge C\varphi).$$

Eta ondorengo inferentzi erregela  $K_i$  bakoitzerako:

$$\text{Baldin } \vdash \varphi \rightarrow E(\varphi \wedge \psi) \text{ orduan } \vdash \varphi \rightarrow C\psi$$

Halpern eta Mosesen lanean (1992, [4.3 teorema]) zuzentasun eta osotasun emaitzak frogatzen dira sistema hedatu hauetarako.

## 9 Logika Intuizionista

XX. mende hasieran Matematikaren Filosofiak momentu garrantzitsua bizi izan zuen<sup>22</sup> 1902. urtean Russellek multzo teoriako bere paradoxa famatua aurkezten du, Fregeri bidalitako karta batean. Honek zalantzan jarri zituen

<sup>22</sup>Ikus Mangione (1971).XX. mendeko Logikaren egoera luze eta zabal eztabaidatzen du.

*programa logizistaren* helburuak. Matematikari buruzko ikuspegi estandarren eraketa osoa lurrera dator. Arazo honen aurretik, *programa logizistak* bazituen bere aurkariak, eta hauen artean, intuizionistatzat jo izan direnak.

Intuizionismoaren programa<sup>23</sup> Brouwerrek mende hasieran proposatu zuen era sistematiko batez<sup>24</sup>. Dirudenez ez zituen ez Fregeren ez Whitehead eta Russellen *Principia Mathematica* (1910-1913)) lanak ezagutzen. Ikuspegi tradizionalaren aurka, Logikarekiko Matematikaren lehentasuna defendatuko du, programa logizistak defendatzen zuenaren aurka. Interesgarria da Brouwerrek Matematikari buruzko zuen ikuspegia aztertzea Intuizionismoa bere osotasunean ulertu ahal izateko. Matematika adimen jarduera bat da (batzutan giza pentsamenduaren zati zehatza bezala deskribatzen da). Partikularki, objektu matematikoak adimen eraikuntzak dira eta hauen ezaugarriak, berriro, adimen eraikuntzek finkatzen dituzte. Matematikak, ondorioz, ez dute lekurik giza adimenetik at. Independentek dira munduarekiko. Giza adimenak oinarritzko intuizioak antzematen ditu, zenbaki naturalen kasu. Intuizio hauen artean oinarritzkoena, denboraren jarraipenean gertaera ezberdinen errekonozimendua dugu (Brouwer 1907). Matematikaren jarduera, beraz, adimen eraikuntzen prozeduren bitartez Matematikaren munduaren eraikuntzan datza.

Hizkuntzak ez du inongo paperik jokatzen prozesu honetan baina derri-gorrezuertatzen da komunikazioa dela eta. van Dalenen (1986) arabera, soinu eta sinboloen bitartez jendeak besteengan eraikuntza matematikoen kopiak sortu nahi du. Horrela hizkuntza matematikoa sortzen da, eta, bere kasu berezia dena, arrazoibide logikoaren hizkuntza. Bigarren urratsa arrazoibide logikoaren hizkuntza matematikoki aztertzea da, hau da, bere ezaugarri matematikoak jorratzea. Azken honek osatzen du logika teorikoaren ezagutza. Brouwerren kritika bikoitza da:

- Matematikarekiko logikaren nagusitasunari eginikoa.
- Logikaren segurantza faltari eginikoa.

Intuizionismoaren kritika logizismoari eta, bide batez logika klasikoari eginikoa, gehienetan Logikaren printzipio zehatz batzuei eginiko kritika bezala azaldu da. Baina hau ez da egiten den benetako kritika, kritikaren ondorioa baizik. Arazo nagusia logikaren izaera eta estatusari buruzkoa da.

Logika klasikoaren eremuan logikaren estatusari buruzko akordiorik ez bada ere, Logika teoria guztien artean oinarritzko eta orokorrena delako ikuspegia bada. Fregeren eta Russellen arabera, Matematika Logikara erre-

---

<sup>23</sup>Ikus van Dalen (1986).

<sup>24</sup>Ikus Brouwer (1907), bere doktorego tesia, Heyting (1975) liburuan.

duzi behar da eta beraien programaren, programa logizistaren balio epistemologikoa logikaren oinarritzko izaeran datza.

Intuizionistek aldiz, Matematika primarioa dela diote: Logika erregelen multzo bat da, baina erregela hauen balioa pentsamendu matematikoan *a posteriori* ematen da, pentsamendu matematikoaren aurkikuntza da. Honek ez du argitzen Logika klasikoaren erregelari eginiko kritika, egiazkotzat jotzen baitira, nola ez, arrazoibide matematiko klasikoan. Berezitasuna matematikari buruzko ikuspegiaren dago. Matematika lehena izanik, hemen eginiko aldaketek Logikan ere eraginik izango dute.

Zein da, orduan, matematikari buruzko intuizionisten ikuspegia?

- Zenbakiak adimen eraikuntzak dira, matematika adimen jarduera den bezala. Horrela, formalismo matematikoak ez dira beharrezkoak, erabilgarriak soilik adimenezkoa den matematika erreala komunikatzeko.
- Eraikigarriak diren entitate matematikoak bakarrik onartzen dira. Ez dira, ondorioz eraikigarri ez diren osotasun infinituak onartzen (ez baitira existitzen). Baieztapen matematikoen frogak konstruktiboak onartzen dira soilik, adibidez, ezaugarriren bat duen zenbaki bat existitzen da baldin ezaugarri hori duen zenbakia eraikigarria bada.

Ondorio gisa, zera dugu: matematika klasikoa ez da onargarria bere osotasunean eta murrizketa honek logikan bere eragina izango du, hala nola, printzipio batzuk ez dira unibertzalki baliozkoak izango.

Hirugarrena Baztertze Printzipioari arreta gehiegi eskaintzeak matematikaren oinarriei buruz Formalismo eta Intuizionismoaren artean izandako eztabaida ahaztera eraman gaitzake. Intuizionismoaren logika Brouwerekin hasten da eta honen lehen teoremaren frogarekin:  $\neg\phi \leftrightarrow \neg\neg\neg\phi$ . Intuizionismoaren logika bere izaera formalean kontsideratzen duten lehen matematikariak Glivenko<sup>25</sup> eta Kolmogorov<sup>26</sup> dira.

Heytingek era independente batez Predikatuen logika intuizionistaren formalizazio bat aurkezten du eta honekin batera aritmetikaren oinarritzko teoriarena eta multzoen teoriarena (Heyting 1930)<sup>27</sup>. Heyting (1934) lanak *proof-interpretation* bezala ezagutzen dena aurkeztu zuen<sup>28</sup>. Funtsean Brouwerren asmoetara itzultzen da: matematikako enuntziatu baten egia frogatzea adierazten da eta ondorioz, konektagailu logikoen esanahia frogatu edo

<sup>25</sup>Proposamenen logikaren zati bat aurkezten du.

<sup>26</sup>Predikatuen zati bat aurkezten du.

<sup>27</sup>Ikus Troelstra (1990), intuizionismoaren historiarako.

<sup>28</sup>Ikus Heyting (1956, VII. Kap.).

eraikuntzen bitartez azaldu beharra dago (frogak eraikuntza mota bat dira). Adibidez:  $\phi \rightarrow \psi$  adierazpenaren froga  $\phi$ -ren froga guztiak  $\psi$ -ren frogetan bihurtzen duen eraikuntza bat da.

Antzekotasunak ere ikusi dira logika intuizionista eta topologiaren itxiera eragiketaren artean eta interpretazio topologikoen artean Beth eta Kripkenak dira ezagunenak. Gentzen (1934) lanak bide berri bat ireki zuen Dedukzio Naturalaren metodoarekin non konektagailu intuizionisten esanahia egokiago harrapatzen den Hilbert erako formalizazioetan baino (axiomatizazioak). Honen aplikazioa Prawitz (1965) liburuan ikus daiteke. 30. hamarkadan lehenengo emaitza metalogikoak argitaratzen dira independenteki Gödel eta Gentzenen eskutik non predikatuen logika intuizionistaren zati batean predikatuen logika klasikoaren itzulpena eskaintzen den. Lan hauek garatu egiten dira Glivenko (1929) eta Gödel (1932) artikuluetan. Azken honetan Logika intuizionista eta S4 modalaren arteko loturak ere aztertzen dira. Kleene (1952 eta 1945) lanek aritmetika intuizionistaren interpretazio eraginkorra (efektiboa) proposatzen dute. 1956. urtean Bethen oinarritzko semantika berri bat aurkeztu zuen, Kripke (1963) lanak berrinterpretatzen duena.

PLI Hizkuntza formalak, logika klasikoaren sintaxia du

(a) Alfabetoa,  $A = \{A_1, A_2, A_3\}$ , non

$A_1 = \{p, p_1, p_2, p_3, \dots, q, q_1, q_2, q_3, \dots, r, r_1, r_2, r_3, \dots\}$ , proposizio aldagaien azpimultzoa den,

$A_2 = \{\neg, \rightarrow, \vee, \wedge\}$ , konektagailuen azpimultzoa den, eta

$A_3 = \{(, )\}$ , adierazle grafikoen multzoa den.

(b) AOF =  $\{\alpha : \alpha$  adierazpen ongi formatua den $\}$

Errekurtsiboki definitzen dugu adierazpen ongi formatuen multzoa ondoko **formazio erregelen** arabera:

- (a)  $A_1$ -eko sinbolo guztiak formulak dira.
- (b) Baldin  $X$  formula bada, orduan  $(\neg X)$  formula da.
- (c) Baldin  $X$  eta  $Y$  formulak badira, orduan  $(X \rightarrow Y)$ ,  $(X \vee Y)$  eta  $(X \wedge Y)$  formulak dira.
- (d) Formulak aurreko erregelen aplikazio finitutik sortutako adierazpenak dira.

## 9.1 Semantika

**Konektagailuen esanahi intuizionista.** egia-funtzio klasikoek konektagailuen esanahia azaltzen dute, konektagailuei egia-baldintza ezberdinen arabera funtzio bat eskainiz. Adibidez, konjuntzioaren egia-funtzioak konjuntzioaren bidez eraikitako adierazpenen egibaldintzak zehazten ditu. Egiaren kontzeptua frogagarritasuna kontzeptuak ordezkatzeko badu, konjuntzio bat noiz den frogagarri zehaztu beharko dugu, hau da, froga-baldintza ezberdinen arabera funtzioa eskainiz.

Intuizionismoaren arabera, soilik frogatua dagoena da. Badena berme osoarekin baieztatu daitekeenez, froga-baldintzen ordezkari adierazpen baten baieztagarritasun bermatuaren baldintzak (b-baldintzak, hemendik aurrera) hartuko dira irizpide (*warranted assertability conditions*).

Ikusitakoaren arabera baldintza hauek denborarekin alda daitezke. Errealitate platonikoa mugiezina eta egonkorra den bitartean, errealitate intuizionista dinamikoa eta aldakorra da froga edo errefuxapen eraikuntza berrien arabera.

Berme edo garantiarekin baieztagarria dena momentu batean gure informazioaren menpe dago eta ez da aldatuko gure informazioa aldatzen ez den bitartean, baina b-baieztagarria ez dena b-baieztagarria bihur daiteke frogaren bat aurkitu eta eraikitzen badugu. Zehazkiago esanik, konektagailuen esanahia informazio egoerekiko azaldu beharko dugu, informazio egoera horiekiko erlatibizaturik.

Bitez  $\delta$  eta  $\delta'$  nahi bezala emandako bi informazio egoera.

**10. Definizioa:**  $\delta'$  informazio egoera  $\delta$  informazio egoeraren garapena dela diogu baldin eta soilik baldin  $\delta$ -n b-baieztagarria den guztia  $\delta'$ -n ere b-baieztagarria bada.

**11. Definizioa:**  $\delta$  informazio egoera  $\delta$  informazio egoeraren garapen propioa dela diogu baldin eta soilik baldin  $\delta'$ -n b-baieztagarria den enuntziaturik bada guztia  $\delta$ -n b-baieztagarria ez dena.

Ikus ditzagun orain konjuntzio eta disjuntzioari intuizionistek eskaintzen dizkieten esanahiak:

- (Def.  $\wedge$ ):  $X \wedge Y$  formako enuntziatu bat b-baieztagarria da  $\delta$  informazio egoera batean baldin eta soilik baldin  $X$  b-baieztagarria bada  $\delta$ -n eta  $Y$  b-baieztagarria bada  $\delta$ -n.
- (Def.  $\vee$ ):  $X \vee Y$  formako enuntziatu bat b-baieztagarria da  $\delta$  informazio egoera batean baldin eta soilik baldin edo  $X$  b-baieztagarria

bada  $\delta$ -n edo  $Y$  b-baieztagarria bada  $\delta$ -n edo metodorik bada nork  $\delta$   $\delta'$ -ra garatzera permititzen digun non  $X$  edo  $Y$  b-baieztagarriak diren.

Klausula hauetan 'baldin eta soilik baldin' konektagailua erabili dugu. Metahizkuntzako konektagailua da. Nola interpreta daiteke hau? Bi aukera ditugu:

1.- Klasikotzat jotzen bada hizkuntza objektu intuizionista izango dugu metahizkuntza klasiko batean azaldua.

2.- Intuizionistatzat jotzen bada, konjuntzio eta disjuntzio intuizionisten funtzioan definitu beharko dugu.

Honen aurka argudia daiteke orduan ez gaudela konstante logiko baten esanahia azaltzen ari. Baina argudio berdina erabil daiteke logika klasikoaren aurka<sup>29</sup>.

(Def.  $\vee$ ) klausulak azalpen batzuk eskatzen ditu ez baitu zehazki esaten disjuntzio bat b-baieztagarria dela baldin eta soilik baldin disjuntoren bat b-baieztagarria bada espero zitekeen moduan. Ikus dezagun hauxe adibide baten bidez: *n* zenbaki bakoitzarentzat *n* zenbaki lehena da edo *n* konposatua da b-baieztagarria da intuizionistentzat posiblea delako konputagailu bat programatzea zenbaki bat lehena den ala konposatua den erabakitzeke eta emaitza bat emango digulako baldin denbora eta espazio nahikoa eskaintzen badiogu. Baina konputazioa egin ez bada *n* zehatz batentzat orduan *n* lehena da ez da b-baieztagarria (konputagailuak aurki dezake konposatua dela) eta *n* konposatua da ez da, ezta ere, b-baieztagarria.

Bibaldintzatzailea klasikotzat joko dugunez, ukazioa eta baldintzatzailea geratzen zaizkigu. Intuizionistek zera esan nahi dute  $p \rightarrow q$  adierazpenarekin: *p* frogagarria bada, orduan *q* ere frogagarria dela ezagutzen dugu. Noiz da beraz horrelako adierazpen bat b-baieztagarria? Bermekin egiteko metodo bat behar dugu egungo informazio egoeraren garapenek eskaintzen diguten *p* baieztatzeko berme guztiak, *q* baieztatzeko bermtane bihurtuko dituen. Matematikaren kasuan *p*-ren froga guztiak *q*-ren frogetan bihurtzen duen metodoa behar dugu. Adibidez, *q* *p*-tik deribagarria bada, orduan *p*-ren froga guztiei deribazio hori erantsiz lortuko genuke  $p \rightarrow q$  adierazpenaren froga. Ondorioz:

- (Def.  $\rightarrow$ ):  $X \rightarrow Y$  formako enuntziatu bat b-baieztagarria da  $\delta$  informazio-egoera batean baldin eta soilik baldin  $\delta$ -n ondoko berme errekonozigarria bada: baldin  $\delta$   $\delta'$ -ra garaturik eta  $X$ -ren prozesu honetan, b-baieztagarria dena determinaturik dago garapenerako (etorkizunerrako), baina b-baieztagarria ez dena, b-baieztagarria bihur daiteke informazio egoeraren garapenen batean.

<sup>29</sup>Esanahiaren aldaketari buruz ikus Dummett (1977) eta Haack (1974).

Ukazioaren kasua ere berezia da. Ezin dugu esan  $\neg p$  b-baieztagarria dela  $\delta$ -n baldin  $p$  b-baieztagarria ez bada  $\delta$ -n. Goldbachen aierua ez da b-baieztagarria baina ezta ere bere ukazioa. Hau ere *errealitatearen eraikuntzaren* filosofian aurka joango litzateke: prozesu honetan, b-baieztagarria dena determinaturik dago garapenerako (etorkizunerako), baina b-baieztagarria ez dena, b-baieztagarria bihur daiteke informazio egoeraren garapenen batean.

Definizio klasikoak zera permitituko liguke:  $\neg p$  b-baieztagarria izatetik ez izatera pasatzea eta honek sorkuntza-eraikuntzaren teoriaren aurka doa, *determinaturik dagoena betiko dago determinaturik* legearen aurka joango litzatekeelako. Ukazioaren esanahiak beraz horrelako zerbait esan beharko du:  $\neg p$  betirako b-baieztagarria bada  $\delta$ -n, orduan ez da  $\delta$ -ren garapenik  $p$  b-baieztagarria egingo duenik.

- (Def.  $\neg$ ):  $\neg X$  formako enuntziatu bat b-baieztagarria da  $\delta$  informazio egoera batean baldin eta soilik baldin errekonozigarria bada  $\delta$ -ren inolako garapenik  $X$  b-baieztagarria bihurtuko duenik.

Matematikaren kasuan argi dago nola informazio egoera batek horrelako berme eskaini dezaken: baldin  $X \rightarrow \perp$  badugu (non  $\perp$ -k, kontraesana esan nahi duen). Baina kasu enpirikoetan ez dago garbi, batez ere arazo kontingenteren batek  $X$ -ra iristera uzten ez digunean.

### 9.1.1 Mundu posibleen semantika.

Logika intuizionistaren semantika azaltzeko era asko badaude ere, modurik ximpleena Kripkek (1963) aurkeztu zuen. Logika klasikoan bezala, logika intuizionistan argumentu bat baliozkoa da —eta bere konklusioa premisen ondorio semantikoa dela diogu— baldin eta soilik baldin interpretazio guztietan non premisak *semantikoki egokiak* diren, konklusioa ere *semantikoki egokia*<sup>30</sup> da. Beste modu batera esanda, baldin eta soilik baldin ez bada interpretaziorik non premisak *semantikoki egokiak* izanik konklusioa *semantikoki egokia* ez den. Halere interpretazioak ezberdinak dira logika batean eta bestean. Logika intuizionistaren kasuan beharrezkoa zaigu b-baieztagarritasunaren definizioa informazio egoerekiko ematea eta, ondorioz, bereizi egin beharko dugu informazio egoeren artean (egungoa eta garapenak) ordena baten bitartez. Behar dugun ordena mota zuhaitz ordena (*tree-ordering*) da non egitura bat lortzen den nodo sustrai batekin (egungo informazio egoera) eta adarrek garapenak errepresentatzen duten. Bedi  $X$  multzo bat

<sup>30</sup>Egokitasun semantikoaz ari garenean, zera besterik ez dugu esan nahi, alegia, egia Logika Klasikoaren kasuan eta *b-baieztagarritasuna* Logika Intuizionistaren kasuan.



eta  $R$   $X$ -ren definitutako erlazio bitarra, hau da,  $X$ -ko elementuen bikoteek osatutako multzoa:  $R \subseteq X^2$

**12. Definizioa:**  $R$  *zuhaitz ordena da baldin eta soilik baldin:*

1.  $R$  *erreflexiboa, antisimetrikoa eta iragankorra da.*
2.  $X$ -en bada  $\alpha$  *elementu bat  $R$ -minimala dena, hau da,  $x \in X$  elementu guztientzat,  $\alpha R x$ .*
3.  $\alpha$  *ezik  $x \in X$  elementu guztiek  $R$ -aurrekaria dute, hau da,  $x \in X (\neq \alpha)$  guztientzat bada  $y \in X$  hala nola*
  - (a)  $y R x$  *eta*
  - (b) *ez da  $z \in X$  elementurik  $y R z$  eta  $z R x$  betetzen duenik.*
4.  $x \in X$  *guztientzat  $R$ -adarbide bakarra dago  $x$ -tik  $\alpha$ -ra doana, hau da,  $x, y, z \in X$  guztientzat, baldin  $y R x$  eta  $z R x$ , orduan  $y R z$  ala  $z R y$ .*

Azken baldintza honek bereizten du zuhaitz ordena. Defini dezagun orain Proposizioen Logika Intuizionista hizkuntzarako interpretazioa.

**13. Definizioa:**  $I = \langle S, \leq, \alpha, \mathbf{ber} \rangle$  *egitura PLI Hizkuntzarako interpretazioa da non*

1.  $S$  *informazio egoeren multzo (ez-huts) bat den,*
2.  $\leq$ ,  $S$ -n *definitutako zuhaitz ordena den,*
3.  $\alpha$ ,  $S$  *multzoko elementu  $\leq$ -minimala den, eta*
4.  $\mathbf{ber}$  *funtzio bat den  $\sigma \in S$  bakoitzari proposamenen aldagaien azpimultzo (agian hutsa) bat eskaintzen diena.*

Azken funtzio honek murrizketa bat du:  $\sigma \leq \sigma'$  denean,  $\mathbf{ber}(\sigma)$   $\mathbf{ber}(\sigma')$ -ren azpimultzoa (ez propioa derrigor) da. Intuitiboki  $\mathbf{ber}$  funtzioak informazio egoera bakoitzean zein proposamen diren b-baieztagarri zehazten du eta murriketak b-baieztagarria dena informazio egoera batean bere garapenetan ere b-baieztagarria izango dela garantizatzen digu.

Orain defini dezakegu interpretazio intuizionista batek proposamen bat zuzena noiz egiten duen. Proposamen zuzenak  $\alpha$  informazio egoera minimalean b-baieztagarriak direnak dira baina gure definizioak edozein proposamenaren zuzentasuna azaldu beharko du eta baldintzatzaile eta ukazioen ebaluazioan  $\alpha$  egoeraren garapenak ere kontuan izan beharko ditugu.  $X$  adierazpena b-baieztagarria da  $\sigma$  informazio egoeran,  $\models_{\sigma} X$ , baldin eta soilik baldin,

1. Baldin  $X$  adierazpena proposamen aldagaia bada, orduan  $\models_{\sigma} X$  baldin eta soilik baldin  $X \in \mathbf{ber}(\sigma)$
2. Baldin  $X$  adierazpena  $(Y \wedge Z)$  formakoa bada, orduan  $\models_{\sigma} X$  baldin eta soilik baldin  $\models_{\sigma} Y$  eta  $\models_{\sigma} Z$ .
3. Baldin  $X$  adierazpena  $(Y \vee Z)$  formakoa bada, orduan  $\models_{\sigma} X$  baldin eta soilik baldin  $\models_{\sigma} Y$  edo  $\models_{\sigma} Z$ .
4. Baldin  $X$  adierazpena  $(Y \rightarrow Z)$  formakoa bada, orduan  $\models_{\sigma} X$  baldin eta soilik baldin  $\sigma \leq \sigma'$  diren  $\sigma'$  guztientzat, baldin  $\models_{\sigma} Y$  orduan  $\models_{\sigma} Z$ .
5. Baldin  $X$  adierazpena  $(\neg Y)$  formakoa bada, orduan  $\models_{\sigma} X$  baldin eta soilik baldin  $\sigma \leq \sigma'$  diren  $\sigma'$  guztientzat,  $\not\models_{\sigma} X$

Eta azkenik,

Bitez  $I = \langle S, \leq, \alpha, \mathbf{ber} \rangle$  nahi bezala emandako interpretazio intuizionista eta  $\varphi, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  PLI hizkuntzako nahi bezala emandako formulak.

**14. Definizioa:**  $\varphi$  *b-baieztagarria* da  $I$ -n baldin eta soilik baldin  $\models_{\alpha} \varphi$ .

**15. Definizioa:**  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n \models \varphi$  baldin eta soilik baldin  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  *b-baieztagarriak* diren  $I$  guztietan  $\varphi$  ere *b-baieztagarria* bada. Beraz, ez bada  $I$  interpretaziorik  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  *b-baieztagarriak* eginik  $\varphi$  *b-baieztagarria* egiten ez duenik.

## 10 Logika Ez -Monotonoa

Lehen Mailako Logika, logika deduktiboa da, proposatzen duen frogagarritasun erlazioa dedukzioa da edo, horrela nahi bada, formalizatzen duen arrazoibide mota dedukzioa da. Hauxe da logika batek bete behar duen zeregina, ondoriotasun erlazio bat definitzea eta Lehen Mailako Logikak ondo baino hobeto betetzen du bere lana. Ondoriotasun erlazioek bi ikuspegitik begira daitezke sintaxia edo frogaren ikuspuntutik, eta baita ere, semantika edo ereduaren teoriaren ikuspuntutik.

Dedukzioa *monotonoa* da, “aspergarria”: behin ondorio bat aterata, betirako balio du. Berdin da zein premisa berri kontsideratzen ditugu, betirako izango dugu baliozkoa hasieran ateratako ondorioa. Hau da, premisa berriak jokoan sartzen diren neurrian, atera daiteken ondorioen multzoa geroz eta handiagoa da: gero eta ondorio gehiago ditugu eta inoiz ez da aurreko ondoriozkoak baztertzen edo ukatzen. Propietate honi deitzen zaio monotonotasuna,

ondorioen multzoa monotonoki handitzen da premisen multzoa handitzen den neurrian. Logika bat monotonoa dela diogu baldin eta soilik baldin bere frogagarritasun erlazioak,  $\vdash$  erlazioak, ondorengo propietatea asetzen badu:  $\Sigma$  eta  $\Sigma'$  edozein premisen multzoetarako, baldin  $\Sigma \subseteq \Sigma'$  orduan  $\{A : \Sigma \vdash A\} \subseteq \{A : \Sigma' \vdash A\}$ . Semantikoki ere defini daiteke monotonotasuna. Finean, Lehen Mailako Logikaz ari bagara, osoa eta zuzena den sistema batez ari gara eta, ondorioz, sintaxia eta semantika parekatzen dituen sistema batez ari gara: teoremak baliozko formulak dira eta baliozko formulak teoremak dira.

1970etik aurrera, Adimen Artifizialaren ikerketen inguruan logika ez-monotonoa edo formalismo ez-monotonoa sortu ziren. Jokabide adimentsuaren bikoizketaren edo simulazioaren bidean, eguneroko zereginetan erabakiak hartzeko moduak aztertu behar dira. Hau da, nola funtzionatzen dugun, nola moldatzen garen gure bizitza arruntan mundu eta errealtate konplexu honetan. Jokabide adimentsuaren ezaugarri nagusienetako bat omen da, dakigunaren edo dugun informazioaren arabera jokatzea. Jokatzea, erabakiak hartzea, zerbait egitea eta ez geldirik geratzea. Dakiguna asko bada ere, ezin dugu guztia jakin eta, ondorioz, gehienetan (beti?) dugun informazioaren oinarrian eta ez dugun informazioaren arabera hartzen ditugu erabakiak. Eguneroko arazoibideak ondorengo erregelen bitartez emanak dira askotan:  $P$  emanik,  $Q$  ondorioztatu besterik adierazi ezean. Labur bada ere, hemen ondorengo logika ez-monotonoa aurkeztuko ditugu: gabezi-logika (Reiter 1980), logika ez-monotonoa (McDermott eta Doyle 1980) eta zirkunskripzioa (McCarthy 1980) dira hauetatik garrantzitsuenak. Ondoren aurkeztuko ditugu.

## 10.1 Logika modal ez-monotonoa

Hainbat formalismoei egiten die erreferentzia termino honek, logika modalaren gainean eraikitako formalismo ez-monotono guztiei. Ideia nahiko ximplea da. Gure hizkuntza formalak adierazi behar du, modu batera edo bestera, erabiltzen ari garen informazioa ez dela guztia baina bai guk daukagun guztia, eta honen arabera ateratzen ditugula ondorioak. Logika modalak lehen mailako logika hedatuz, eragileak erabiltzea permititzen digu eta hauek modu ezberdinetara interpreta daitezke. Hasierako Logika modal ez-monotonok proposatu zuten “kontsistentea da” nozioa logikan sartzea, hau da, hegaztiak hegan egiten dutela dioten erregela horrela irakurriko genuke: edozein objektuarentzat, hegazia bada eta haxe kontsistentea bada hegan egiten duela esatearekin, orduan hegan egiten du. Kontsistentziak, hemen, esanahi berezia du: ez da aurkako informaziorik edo ez da besterik adierazi.

Gogoratu logika monotonoen arazoetako bat ondorioen iraunkortasuna zela. Behin ondorio bat aterata, ezin genuen ukatu. Beraz logika ez-monotonoko batek lortu behar duena hauxe da, ondorio baten aurkako informazio berria lortzen badugu, ondorio hori blokeatzea, ezinezkoa bihurtzea. Eta lortzen da. Demagun aurreko informazioaz gain, esaten digutela Piolin pingüino delako. Beraz, pingüinoei buruzko erregela kontsideratuz, Piolinek ez du hegan egiten. Azken honek hausten du goiko erregelak eskatzen zuen kontsistentzia eta ondorioz ezin dugu Piolinek hegan egiten duela ondorioztatatu.

- (1)  $\forall x.hgazti(x) \wedge \Box hegan(x) \rightarrow hegan(x)$
- (2)  $hegazti(Piolin)$
- (3)  $hegazti(Piolin) \wedge \Box hegan(Piolin) \rightarrow hegan(Piolin)$  (**Part.(1) – (2)**)
- (4)  $\Box hegan(Piolin)$  (**–hegan(Piolin) ez dagoelako**)
- (5)  $hegazti(Piolin) \wedge \Box hegan(Piolin)$  (**(3)eta(4)**)
- (6)  $hegan(Piolin)$  (**MP(5) – (3)**)

Informazio gehiago lortzen dugunean,

- (1)  $\forall x.hgazti(x) \wedge \Box hegan(x) \rightarrow hegan(x)$
- (2)  $\forall x.pinguino(x) \rightarrow \neg hegan(x)$
- (3)  $hegazti(Piolin)$
- (4)  $pinguino(Piolin)$
- (5)  $hegazti(Piolin) \wedge \Box hegan(Piolin) \rightarrow hegan(Piolin)$  (**Part.(1) – (3)**)
- (6)  $pinguino(Piolin) \rightarrow \neg hegan(Piolin)$  (**Part.(2) – (4)**)
- (7)  $\neg hegan(Piolin)$  (**MP(4) – (2)**)
- (8)  $\neg \Box hegan(Piolin)$  (**–hegan(Piolin)dagoelako**)

Logika hauen arazoa semantikan dago. Kontuan izan “kontsistentzia” metakontzeptua, hizkuntza bateko adierazpenei aplikatzen zitzaiena, hizkuntza horretan bertan sartu dugula. Argitu beharko litzateke beraz zernolako kontzeptua, kontsistentzia dugun orain. Logika modal ez-monotonoen garapenen artean, McDermott eta Doylek (1980) aurkeztutakoaren ondotik, McDermotten (1982) lana eta Mooren logika (1984,1985), autoepistemikoa deitua, ditugu.

## 10.2 Gabezi-Logika

Logika hau Reiterrek (1980) proposatutako aurkezpenean oinarritzen da. Adimen Artifizialeko arrazoitze era batzuk gabezi-arrazoiketak dira. Hauek,

ondorioak ateratzeko prozesu hauek, “aurkako informazioaren gabezia ... asumitzen dut” (“besterik adierazi ezean ...”) formako inferentzi eskemetan oinarritzen dira. Era honetako arrazoitze eskemek munduari buruz dugun informazioa osoa ez denean eta ondorioak atera behar ditugunean eskatzen den inferentzi plausiblearen forma bat errepresentatzen dute.

Ezagutzen dugun gehiena egiazkoa da salbuespen batzuk salbu. Horrelakoek “P gehienak Q dira” edo “P gehienek Q ezaugarria dute” forma hartzen dute (“Most birds fly except for penguins, ostriches ...”). Baina, nola errepresentatu “gehiengo”? Lehen Mailako errepresentazio forma naturalena salbuespen zerrendak adieraztea da:

$$\forall x. \text{hegazti}(x) \wedge \neg \text{pinguino}(x) \wedge \neg \text{ostruka}(x) \wedge \dots \rightarrow \text{hegan}(x) \quad (6)$$

Baina honekin ezin dugu hegazti jakin batek hegaz egin dezakeenik esan. Honek gabeziazko forma bat eskatzen du. Nola interpreta daiteke? “Baldin  $x$  hegaztia bada, orduan aurkako informazioaren gabezia,  $x$ -ek hegaz egin dezakeela inferitzen dut” (edo antzeko zerbait) adierazi nahi badugu, arazoa “aurkako informazioaren gabezia” interpretatzerakoan sortzen da. Reitererek erabakitzen duen interpretazioa hauxe da: ”hau kontsistentea da  $x$ -ek hegaz egin dezakeela asumitzearekin”. Beraz, ”baldin  $x$  hegaztia bada, eta hau kontsistentea bada  $x$  hegaz egin dezakeela asumitzearekin, orduan  $x$ -ek hegaz egin dezakeela inferitzen dut”. Formalki:

$$\frac{\text{hegaztia}(x) : M\text{hegan}(x)}{\text{hegan}(x)} \quad (7)$$

$M$  eragilearen esanahia, “kontsistentea da ... asumitzearekin” da. Salbuespenak lehen mailako errepresentazio estandar batean ematen dira:

$$\begin{aligned} \forall x. \text{pinguino}(x) &\rightarrow \neg \text{hegan}(x) \\ \forall x. \text{ostruka}(x) &\rightarrow \neg \text{hegan}(x) \\ &\dots \end{aligned} \quad (8)$$

Kontuan izan behar da  $\text{hegan}(\text{Piolin})$  inferitzen badugu, orduan asertzio honek uste baten estatusa izango duela. Berrinterpretatzen dezakegu orduan

(1) erregela hau esanez: "baldin  $x$  hegazia bada eta  $x$ -ek hegaz egin deza-keela ustearekin kontsistentea bada, orduan batek  $x$ -ek hegaz egin deza-keela usterik izango du". Zein da kontsistentzia nozioa gabezi-erregelai aplikatzen diegunean? Intuitiboki, kontsistentzi nozioa, uste eta munduari buruzko lehen mailako gertaera guztiekiko gabezi-erregela guztiak santzionatuko duen nozio bezala ulertzen da. Dena den, aurrerago aurkeztuko da sakonago kontsistentzi nozioa.

Gabeziak arrazoibidea formalizatzen saiatzen den edozein logikak ez-monotonoa beharko du izan. Honen zergatia ikusteko nahikoa dugu teoria ximple bat kontsideratu gabezi-erregela bakarrarekin:

$$\frac{\text{MA}}{B} \quad (9)$$

Beraz,  $B$  egiazkotzat joko dugu. Baina eta ondoren baldin  $\neg A$  egiazkoa deskubritzen bada, behaketa baten ondorioz adibidez, orduan teoria berria dugu non  $B$  uste ezina suertatzen zaigun. Hau da, gabeziak arrazoibidea formalizatzea helburutzat duen logika batek beharrezkoak izango ditu mekanismoren batzuk informazio berriaren aurrean usteak birkontsideratzea permitituko dituztenak.

Gabeziak, beraz, metaerregela bezalako funtzioak dira, eta aldi berean, teoria ez-oso hauen hedapenak eraikitzeke modua finkatzen duten instrukzioak. Gabeziak erregela batez santzionatutako formula batek teoria hedatzen du eta ikus daiteke munduari buruzko uste bat bezala. Orokorrean eta aplikapenaren arabera, badira teoria bat hedatzeko modu ezberdinak. Honek gabezi-erregelak ez-deterministak direla iradokitzen du. Gabeziak lehen mailako teoria bat hedatzeko erregelak direla da Reiterrek onartzen duen ikuspegia, eta honetan oinarritzen du bere eraiketa osoa.

### 10.3 Zirkunskripzioa

Informazio ez-osoaren arazoa tratatzeko erarik erabiliena Adimen Artifizialeko programetan CWA-n oinarritzen da:  $A$  deribatzerik ez badago,  $\neg A$  inferitu. Predikatu Zirkunskripzioa asuntzio honetarako formalizazio bat dugu McCarthy-k aurkeztua (1980). Formalki, lehen mailako frogaren teoria ordezkatzeko duen axioma eskema batean gauzatzen da zirkunskripzioa.

Pertsona edo programa batek ondorioak ateratzeko erabil dezaken konjetura-erregela bat dugu zirkunskripzioa. Hau da,  $A$  gertaera batzuetaz arrazoituz  $P$  propietate bat betetzen duten objektuak  $P$  asetzen duten objektu guztiak dira. Orokorrean, zirkunskripzioa erabil daiteke ondokoa konjeturatzeko, alegia,  $P(x, y, \dots, z)$  erlazioa asetzen duten  $\langle x, y, \dots, z \rangle$  tuplek  $P$

erlazioa betetzen duten tupla guztiak dira. Ondorioz, zirkunskribatu egiten ditugu errelebanteak diren tuplak edo errelebantea den tuplen multzoa.

$A$  gertaeren multzo bati zirkunskripzioa aplikatzearen emaitza enuntziatu eskema bat da, alegia,  $A$ -ko enuntziatuetatik jarraitzen diren gertaerak asetzen dituzten tuplak dira,  $P(x, y, \dots, z)$  predikatua asetzen duten tupla bakarrak.  $A$ -ri enuntziatu gehiago gehitzen diogun neurrian,  $P$  tupla gehiagora aplikatzerik izango dugu; eta, beraz, zirkunskripzioa ez-monotonoa izango da. Zirkunskripzioa erabiliz lortzen diren ondorioak konjeturak dira non  $A$ -k gertaera errelebante guztiak ditu eta  $A$ -tik jarraitzen diren objektuak objektu errelebante guztiak diren.

Bedi  $A$  lehen mailako enuntziatu bat  $P(x, y, \dots, z)$  barne duena. (Notazioa:  $P(\bar{x})$ ).  $A(\Phi)$  idatziko dugu  $A$ -n  $P$ -ren okurrentzi guztiak  $\Phi$  predikatuarengatik aldatu ondoren lortzen den formula adierazteko.

**16. Definizioa:**  $P$ -ren zirkunskripzioa  $A(P)$ -n ondorengo enuntziatu eskema da:

$$\{A(\Phi) \wedge \forall x.(\Phi(x) \rightarrow P(x))\} \rightarrow \forall x.(P(x) \rightarrow \Phi(x)). \quad (10)$$

$A$  enuntziatuak suposatzen dituenak  $P$  asetzen duten  $x$  tupla bakarrak direla afirmatzen du (10) enuntziatu eskemak. (10)-k  $\Phi$  predikatu-parametro bat du, eta, honen ordean, predikatu adierazpen edozein jar dezakegu. (Bigarren Mailako Logika erabiltzen badugu  $\forall\Phi$  besterik ez dugu jarri behar (10)-en aurretik). Baina (10) baldintza bat da, bere konektagailu nagusia baldintzatzaile bat da; eta, beraz, ezkerreko konjuntzioa asumituz,  $A(\Phi)$ -k,  $\Phi$ -k  $P$ -k asetzen dituen baldintzak asetzen dituela asumitzen dugula adierazten du. Bigarrenak,  $\forall x.(\Phi(x) \rightarrow P(x))$ -k beste asuntzio bat adierazten du, alegia,  $\Phi$  asetzen duten entitateek  $P$  asetzen duten azpimultzo bat osatzen dutela. Ondorioak bigarren konjunktua konbertsua adierazten du zeren  $\Phi$  eta  $P$  berdinak izan behar baitira.

$A \vdash_P q$  idazten dugu baldin  $q$  enuntziatua  $P$  predikatua  $A$ -n zirkunskribatzearen emaitzatik dedukzioaren bidez lor badaiteke.  $\vdash_P$  inferentzi forma ez-monotonoa denez, inferentzi zirkunskriptiboa deituko diogu. Orokorrean,  $P$  eta  $Q$  bi predikatu izanik,  $A(P, Q)$ -n zirkunskribatzen dira jarraian ematen den bezala:

$$\begin{aligned} &A(\Phi, \Psi) \wedge \forall x.[\Phi(x) \rightarrow P(x)] \wedge \forall y.[\Psi(y) \rightarrow Q(y)] \\ &\rightarrow \forall x.[P(x) \rightarrow \Phi(x)] \wedge \forall y.[Q(y) \rightarrow \Psi(y)]. \end{aligned}$$

Hauxe da McCarthyren proposamen originala. Ondoren beste bertsio batzuk garatu ziren. Adibidez, McCarthy (1986) lanean deskribatzen den

zirkunskripzioaren formak xingleagoa den “inferentzi minimala”ren bertsio bat orokortzen du. Inferentzi minimalak ondoriotasun minimala deitutako semantika bat du. Ideia orokorra hauxe da:  $A$  axioma batek  $q$  ondoriotzen du,  $A \models_m q$ , baldin  $q$  egiazkoa bada  $A$ -ren eredu minimal guztietan, non eredu bat beste bat baino “txikiago” kontsideratzen den baldin unibertso berdinak badituzte eta handiaren domeinuak txikiak ez dituen elementuak baditu. Forma honi domeinu zirkunskripzioa deitzen zaio.

## Erreferentziak

- Ackermann, W. (1956), Begründung einer strengen Implikation. *Journal of Symbolic Logic* **21** (1956):113-128.
- Barwise, J. (1989), *The Situation in Logic*. CSLI Lecture Notes No. 17. CSLI Publications, Stanford University, 1989.
- Bochvar, D.A. (1939), On a three-valued logical calculus and its application to the analysis of contradictions (Russian). *Matématicéskij sbornik* **4** (1939): 287-308.
- Brouwer, L.E.J. (1907), *Over de Grondsladen der Wiskunde*. PhD thesis, Amsterdam, 1907. Ingeles. itzul. *On the Foundations of Mathematics*, in A. Heyting (ed.) 1975, vol. 1, 11-101 or.
- Chellas, B.F. (1980), *Modal Logic: an introduction*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Church, A. (1956), *Introduction to Mathematical Logic*. Princeton: Harvard University Press.
- Cresswell, M.J. (1972), Intensional Logics and Logical Truth. *Journal of Philosophical Logic* **1**(1972): 2-15.
- De Morgan, A. (1847), *Formal Logic, or the Calculus of Inference, Necessary and Probable*. London.
- Dummett, M.A.E. (1977) *Elements of Intuitionism*. Oxford: Clarendon Press, 1977.
- Fitting, M. (1966), *Intuitionistic Logic, Model Theory and Forcing*. Amsterdam: North Holland, 1966.
- Frege, G. (1879), *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* ('Concept Notation, a formal language of pure thought, modelled upon that of arithmetic'), Halle a. S., 1879. Beste arg. *History and Philosophy of Logic* **17** (1996):1-19.
- Frege, G. (1884), *Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl* ('The Foundations of Arithmetic: A logico-mathematical enquiry into the concept of number'), Breslau, 1884.



- Gentzen, G. (1934/35), Untersuchungen über das logische Schliessen. *Mathematische Zeitschrift* **39** (1934/35): 176-210; 405-431.
- Geymonat, L. (ed.)(1971), *Storia del pensiero filosofico e scientifico. Volume ottavo: Il Novecento (2)*. Gazt. Itzul. E. Trias (zuz.), *Historia del pensamiento filosofico y científico. Siglo XX (II)*. Barcelona, Ariel. 1985.
- Glivenko, V. (1929), Sur quelques points de la logique de M. Brouwer. *Bulletin de la Classe des Sciences de l'Academie Royale de Belgique* **15** (1929):183-188.
- Goble, L. (2001), *The Blackwell guide to Philosophical Logic*. Oxford: Blackwell.
- Gödel, K. (1932), Zurm intuitionistischen Aussagenkalkül. *Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Wien* **69** (1932): 65-66.
- Haack, S. (1974), *Deviant Logic*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Haack, S. (1978), *Philosophy of Logics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Halpern, J.Y. (1995), Reasoning About Knowledge: A Survey. In D.M. Gabbay et al. (arg.), *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming. Vol. IV: Epistemic and Temporal Reasoning*. Oxford: Clarendon Press, 1995, 1-34 or.
- Halpern, J.Y. and Y. Moses, (1992), A Guide to Completeness and complexity for Modal Logics of Knowledge and Belief. *Artificial Intelligence* **54** (1992): 319-379.
- Heyting, A. (1930), Die Formalen Regeln der Intuitionistischen Logik. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie von Wissenschaften* (1930): 42-56.
- Heyting, A. (1956), *Intuitionism. An introduction*. North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
- Heyting, A. (arg.) (1975), *L.E.J. Brouwer: Collected Works I*. Amsterdam: North Holland.
- Hintikka, J. (1962), *Knowledge and Belief*. Cornell University Press, Cornell.
- Hintikka, J. (1968), Epistemic Logic and the Methods of Philosophical Analysis. *Australasian Journal of Philosophy* **46** (1968): 37-51.
- Hocutt, M.O. (1972), Is Epistemic Logic Possible? *Notre Dame Journal of Formal Logic* **13** (1972): 433-453.
- Hodges, W. (2001), Classical Logic I: First-Order Logic. Goble, L. (2001): 9-32.

- Hughes, G. E. and M. J. Cresswell (1968), *An Introduction to Modal Logic*. Methuen, 1968.
- Kant, I. (1781), *Crítica de la Razón Pura*. Madrid: Alfaguara, 1978. P. Ribasen gazt. itz.
- Kleene, S.C. (1938), On notation for ordinal numbers. *Journal of Symbolic Logic* **3** (1938): 150-155.
- Kleene, S. (1945), On the Interpretation of Intuitionistic Number Theory. *Journal of Symbolic Logic* **10** (1945) 109-124.
- Kleene, S.C. (1952), *Introduction to Metamathematics*. Amsterdam: Van Nostrand.
- Kneale, W. and M. Kneale (1962), *The Development of Logic*. Oxford: Oxford University Press.
- Kolmogorov, A.N. (1932), Zur Deutung der Intuitionistischen Logik. *Mathematische Zeitschrift* **35**(1932): 58-65.
- Kripke, S.A. (1963), Semantical Considerations on Modal Logic. *Acta Philosophica-Fennica* **16** (1963): 83-94.
- Leblanc, H. (1984), A New Semantics for First-Order Logic, Multivalent and Mostly Intensional. *Topoi* **3** (1).
- Lemmon, E.J. (1967), If I know do I know that I know?. In A. Stroll (arg.), *Epistemology*. New York: Harper & Row, 1967. 54-82 or.
- Lenzen, W. (1978), Recent works in Epistemic Logic. *Acta Philosophica Fennica* **XXX** (1978). Special Issue.
- Lewis, C.I. (1918), *A Survey Of Symbolic Logic*. Berkeley: The University Of California Press, 1918.
- Lukasiewicz, J. (1930), Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls. *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* **23** (1930):51-77. Ingeles. itzul. Lukasiewicz, J. (1970): 153-178.
- Lukasiewicz, J. (1970), *Selected Works*. ed. L. Borkowski. Amsterdam: North-Holland, 1970.
- Mangione, C. (1971), La Lógica en el siglo XX. Geymonat, L. (ed.) (1971): 202-421.
- McCall, S. (1967), *Polish Logic*. Oxford: Oxford University Press.
- McCarthy, J. (1980), Circumscription - A form of Non-monotonic Reasoning. *Artificial Intelligence* **13**(1980): 27-39.
- McCarthy, J. (1986), Applications of Circumscription to formalizing common-sense knowledge. *Artificial Intelligence* **28**(1986): 89- 116.
- McDermott, D. (1982), Non-monotonic logic II. *Journal of the ACM* **29** (1982): 33-57.

- McDermott, D. and J. Doyle (1980), Non-monotonic logic I. *Artificial Intelligence* **13**(1980): 41-72.
- Moore, R.C. (1984), Possible-world semantic for autoepistemic logic. *Proceedings Workshop on Non-Monotonic Reasoning*. Mohouk, Mountain House, New Paltz, New York, 1985, 344-354.
- Moore, R.C. (1985), Semantical Considerations on Nonmonotonic Logic. *Artificial Intelligence* **25**(1985): 75-94.
- Newton-Smith, W.H. (1985), *Logic*. Routledge & Kegan Paul PLC (July 1985)
- O'Connor, D.J. (1968), Beliefs, Dispositions, and Actions. *Proceedings of the Aristotelian Society* **69** (1968): 1-16.
- Peña, L. (1994), *Introducción a las lógicas no clásicas*. México: UNAM, 1994.
- Post, E. (1921), Introduction to a general theory of elementary propositions. *American Journal of Mathematics* **43** (1921):163-185.
- Prawitz, D. (1965), *Natural Deduction. A Proof Theoretical Study*. Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1965.
- Prior, A.N. (1955), *Formal Logic*. Oxford: Clarendon Press, 2nd Ed. 1962.
- Quine, W.V. (1970), *Philosophy of Logic*. Second edition, Cambridge: Harvard University Press, 1986.
- Reiter, R. (1980), A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence* **13**(1980): 81-132.
- Anderson, A.R. and N.D. Belnap, Jr. (1975), *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, Princeton, Princeton University Press, Volume I.
- Rescher, N. (1969), *Many-valued Logic*. McGraw-Hill. New York.
- Ryle, G. (1949), *The Concept of Mind*. London, Hutchinson.
- Sainsbury, M. (1991), *Logical Forms: An Introduction to Philosophical Logic*. Oxford: Basil Blackwell.
- Troelstra, A.S. (1990), On the early history of intuitionistic logic. In: P.P. Petkov (arg.), *Mathematical Logic*, Plenum Press, New York and London, 3-17.
- van Dalen, D. (1986), Intuitionistic Logic. In Gabbay, D.; and F. Guenther (eds) 1986, 225-239. or.
- von Wright, G. H. (1951), Deontic Logic, *Mind* **60** (1951):1-15.
- Whitehead, A. N. and B. Russell (1910, 1912, 1913), *Principia Mathematica*, 3 vols, Cambridge: Cambridge University Press. Second edition, 1925 (Vol. 1), 1927 (Vols 2, 3). Abridged as *Principia Mathematica to \*56*, Cambridge: Cambridge University Press, 1962.

- Wittgenstein, L. (1921), Logisch-Philosophische Abhandlung, *Annalen der Naturphilosophie*, **14** (1921). Euskarazko itzul. J.L. Alvarez, *Tractatus Logico-Philosophicus*. UPV/EHU, 1990.
- Zadeh, L.A. (1965), Fuzzy Sets. *Information and Control* **8** (1965): 338-353.
- Zinov'ev, A.A. (1963), *Philosophical Problems of Many-Valued Logic*. Dordrech: D. Reidel.

## Elebakarren eta elebidunen euskararen jabekuntzaren erritmoaren inguruan<sup>1</sup>

ANDONI BARREÑA\*, IÑAKI GARCIA\*\* ETA MARI JOSE EZEIZABARRENA\*\*\*

\* Salamancako Unibertsitatea

\*\* Mondragon Unibertsitatea

\*\*\* Euskal Herriko Unibertsitatea

### (On the rate of acquisition of Basque by monolinguals and bilinguals)

#### Abstract

*The present study examines the relationship between the linguistic input heard by children and their linguistic development in order to ascertain if the amount of input to which a child is exposed is a determining factor for the onset of language development.*

*The development of Basque was studied in a sample of 950 children aged between 16 and 30 months who were exposed to different amounts of the language in the following proportions: A. monolingual children who only or mostly heard Basque (90-100% of input in Basque), B. bilingual children with high exposure to Basque (60-90% of input in Basque), C. bilingual children with largely equal amounts of exposure to Basque and another language (40-60% of input in Basque) D. bilingual children with low levels of exposure to Basque (less than 40% exposure to Basque).*

*Development in vocabulary, morphology and syntax were analysed in the four groups at different ages. The groups were formed on the basis of parental report*

---

<sup>1</sup> Ikerketa hau burutzeko askoren laguntza beharrezkoa izan da, haatik, guztioi eskerrak: datuak jasotzen lagundu ziguten gurasoei eta irakasleei, datuok ekoitzi zituzten haurrei, ikerketa aurrera ateratzeko lagundu diguten *Komunikazio garapena neurtzeko zerrenda* taldeko gainerako lankideei (Margareta Almgren, Nekane Arratibel, Julia Barnes, Juanjo Zubiri, Alazne Petuya eta Amaia Colina), ikerketa babesaz eta diruz lagundu duten erakundeei (Eusko Jaurlaritzaren Hezkuntza, Ikerkuntza eta Unibertsitate Saila - PI2009-22- eta IT-262-07; Espainiako Hezkuntza, Zientzia eta Berrikuntza Ministeritza -Hum2006-11862-0c03-01/filo, Hum2006-11862-C03-02/filo-, MICINN FFI2009-13956-C02-01, MICINN FFI2009-13956-C02-02, CSD2007-00012, Euskal Herriko Unibertsitatea GIU06-52, Mondragon Unibertsitatea eta SEASKA), eta idazlana hobetzeko eta ulergarriagoa egiteko lagundu diguten Asier Irizarri eta Gogoia aldizkariko txostengile anonimoiei.

*obtained by using the adaptation into Basque of the MacArthur Bates Communicative Development Inventories.*

*The results show that up until the age of 26 months there are no significant differences between the four groups and that these can only be seen when children who only hear Basque, or who have a high degree of exposure to it (more than 60% of the time) are compared with those children with less exposure to Basque (less than 60% of the time).*

**Keywords:** *language acquisition, bilingual acquisition, monolingual acquisition, dominant language acquisition, non-dominant language acquisition, input (high, midly and low exposition), lexical development, MacArthur Communicative Development Inventory, morphological development, development of syntax, rate of acquisition*

Gure artean badakigu, eguneroko bizitzak eta ikerketa zientifikoak hala erakutsi digutelako, hizkuntza bi entzuten dituen haurrak biak bereganatzen dituela, baldin eta bere inguruak eta gizarteak horretara bultzatzen badute. Halere, asko eztabaidatu da eta gutxi ikertu haur elebidunak hizkuntza bakoitzean izan beharko lukeen entzunaldiaz hizkuntza hori garatzeko, hots, zenbat denboratan jardun beharko lukeen entzuten eta hitz egiten hizkuntza bakoitzera berau bereganatzeko.

Ikerlan honetan ekarpenen bat egin nahi da eztabaida horretara. Hots, haur elebiduna hizkuntzaz jabetzen ari den unean, hizkuntza bakoitzeko inputak hizkuntza horren garapenean duen eragina aztertuko da. Zein puntutara iraino eragiten dio entzundakoaren kantitateak hizkuntza horren bereganatzeari? Abiada berarekin garatzen ote dute euskara egun osoan euskara bakarrik entzuten duen haur elebakarrak eta hizkuntza-inputa hizkuntza biren artean banatzen duen haur elebidunak?

Hemen aurkezten den ikergaiak bereizgarri hauek ditu: a) haur elebakarrek eta elebidunek euskaraz duten garapenean berri ematen du, b) 16tik 30 hilabetera bitarteko haurrak ditu aztergai.

Lanaren hasieran hizkuntza bi aldi berean garatzearen inguruan osatutako hainbat ikerketaren emaitzak laburbiltzen dira, eta, besteak beste, jabetzaren elebidunari buruz, entzundako hizkuntzaren gainean eta masa lexikoaren eta gramatikaren garapenean arteko erlazioaz jardungo da; bigarrean, ikerketa honetan erabilitako metodologia aurkezten da; hirugarren atalean, emaitzak azaltzen dira; laugarren atala, berriz, eztabaidak osatzen du, horretarako antzeko metodologia erabili duten beste ikerketetan aurkitutako emaitzekin hemen aurkezten direnak alderatuta, eta, azkeneko atalak ondorioak biltzen ditu labur-labur.

## 1. Aurrekariak

Gai ote gara gizakiok bi hizkuntza bereizteko euren arteko nahasteak edo interferentziak gertatu barik? Ezagutzari dagokionez, gizakion burmuina hizkuntza batekin baino gehiagorekin jarduteko gauza ote da ala elebakartasuna izango du aritzeko aukera bakarra? Horrelako galderak eta antzekoak eginez eztabaida hagitz interesgarria sortu zen gizakiaren hizkuntzaren gaitasunaren inguruan XX. mendeko bigarren erdian.

Galdera horiei erantzuteak ikaragarrizko munta du eguneroko bizitzan gizarte eta giro elebidunetan zein eleaniztetan bizi diren gizakientzat, baita tradizionalki elebakarrak izan diren gizarteetakoentzat ere. Asko eta asko dira euren umeak zelan hazi behar dituzten erabaki behar duten gurasoak: ele bakarra ala ele bi egitera bultzatuz. Kezka hori ez da sortzen gizarte elebidunetan bakarrik, jatorriz elebakarrak diren gizarteetan ere bai, gero eta gehiago baitira beste kulturetan eta beste hizkuntzekin aritu beharrean gertatzen diren norbanako zein sendiak. Horregatik guztiatik asko dira irakaskuntza alorreko hizkuntza-planifikazioaren kontua kudeatu eta zuzendu behar duten agintariak eta teknikariak.

Hasierako galderari zein erantzun ematen zaien, elebitasunaren eta eleaniztasunaren aldeko jarrerak piztu daitezke, gizartean zein etxe barruetan.

Ezagutzen eta erabiltzen dituen hizkuntzak<sup>2</sup> bereizteko gizakiak duen gaitasunaren inguruko eztabaidaren jatorria elebidunek hizkuntzak nahasteko ei duten trebetasunari zor zaio, zeina datzan hizkuntza batetik bestera bereziki hitzak ekartzean. Hizkuntza-nahasketak, lexikoaz gain, gramatikaren, fonologiaren eta pragmatikaren arloetako kontuak biltzen dituen arren, egia da elebidunek bi hizkuntzatako hitzez osatutako esaldi nahasiak egiten dituztenean ez dela pentsatu behar aldioro hizkuntzaren ezagutzaren gabeziaren batek edo hizkuntza-trebetasunaren murriztapenen batek eraginak direnik, elebidun gehienak gai baitira, halaber, euren hizkuntzak bereizita erabiltzeko, hizkidea elebakarra dutenetan, adibidez.

Horregatik guztiatik da jabekuntza elebidunaren ikerkuntzan helbururik garrantzitsuenetakoa eta arruntenetakoa hizkuntza biren bereizketa edo desberdinketa gertatzen ote den aztertzea. Hitz egiterakoan hizkuntzak bereizteko gaitasuna hizkuntza-ezagutzako arlo guztiei dagokien arren, batez ere gramatika-kodeen bereizketa izan da haurren jabekuntza elebiduna ikeru dutenen ekitearen ardatza. Batetik, guztiz ezaguna delako lexikoa bereganatzeak ez duela murriztapenik bizitzan zehar, eta edozein adinetako gizakia gai dela zailtasun berezirik gabe hitz berriak bereganatzeko eta bere hiztegia

---

<sup>2</sup> Hemendik aurrera elebitasunaren ordez, irakurleak eleaniztasuna ere uler dezake.

edo lexikoa handitzeko. Bestetik, pragmatikaren arloko nahasketak maizago gertatzen direlako hiztunaren gaitasuna hizkuntza bietan handituz doan heinean. Horregatik guztiagatik, bada, haur elebidunen hizkuntza-bereizketaren kontua batez ere gramatika-kodeak bereizteko gaitasunaren inguruan ardaztu da.

Alabaina, bada beste arrazoi bat ere haurren jabekuntza elebiduna ikertzeko, hizkuntza bi aldi berean eta era paraleloan garatzen dituzten haurren behaketak gizakiaren hizkuntza-gaitasunaren nondik norakoa ulertzen lagunduko digun ustea, hain zuzen (Genesee 2001). Haur elebidunek garatzen dituzten hizkuntzak egitura erabat ezberdinetakoak badira, ikerkuntza argigariagoa izan daiteke gizakiaren garunean diharduen mekanismo neuro-kognitiboa ulertzeko (Meisel 2001, 2004). Ikerkuntzatik eta eztabaidatik gizakiaren hizkuntza-gaitasunak gizakia bera elebidun edo eleaniztun izatera bultzatzen duela ondorioztatuko balitz (Roeper 1999), eredutzat gizaki elebakarra izan duten hizkuntzaren inguruko hainbat teoria berraztertu beharko lirateke.

Jabekuntza elebidunaren gaiaren inguruan eginiko lehen ikerketa zientifikoak XX. mendearen hasieran aztertutako haurrak hizkuntza biak berezita garatu zituela ondorioztatu zuen arren (Ronjat 1913), hirurogeiko hamarkadan haurraren gaitasun hori zalantzan jarri zen, eta zientzialari batzuek haurraren adimenaren garapenean zein ezagutzan elebitasunak izan ditzakeen ondorio kaltegarriak aldarrikatu zituzten (ikus Homel eta beste 1988, Bialystok 1991).

Ostera, hirurogeita hamarreko hamarkadan Quebeceko frantsesean murgildutako haur ingelesdunentzako irakaskuntza-programen emaitzak heldu ahala (Cummins 1979, Grosjean 1982), haurrak hizkuntza biak berezita gartzeko eta erabiltzeko duen gaitasuna nabarmendu zen, eta, orobat, haur-elebitasuna ez zela ezagutzaren edo adimenaren garapenerako kaltegarria, baizik eta guztiz aurkakoa.

Hurrengo urteetan jabekuntza elebidunaren alorrean lanean ziharduten ikertzaile gehienek bat egin zuten oso txikitatik hizkuntza bi entzuten dituen haurrak hiru urteak aldera hizkuntzak bereiztea lortzen duela ondorioztatzean, baina iritzi kontrajarriak erakusten zituzten bereizketa hori gertatzen zenean unea edo adina zehaztean. Ikertzaile batzuen ustez, hizkuntzaren garapenean hasieran haur elebidunak lexiko eta gramatika bakarri bereganatzen du, eta gero, urrats ezberdinen ondorioz edo prozesu etengabe eta konplexu baten amaieran, hiru urte duenean gutxi gorabehera, gramatika-kode eta lexiko biak bereiztea lortzen du (Volterra eta Taeschner 1978, Redlinger eta Park 1980, Taeschner 1983, Vihman 1985). Beste batzuen ustez, ordea, lexikoaren zein gramatikaren bereizketa hizkuntzaren garapenean hasiera-hasieratik gertatzen da (Padilla eta Liebman, 1975, Bergman 1976, Lindholm eta Padilla 1978, 1979, Meisel 1989).



XX. mendeko azken hamarkadatik hona garapenaren hasiera-hasieratik hizkuntza-bereizketa aldarrikatzen duen hipotesia besteari gailendu zaio, eta ugariak dira emaitza hori baiesten duten haur elebidunen inguruan eginiko ikerketak (Meisel 1994, 2001, 2004, 2007, De Houwer 1991, 1995, Genesee eta beste 1995, Deuchar eta Quay 2000, Genesee 2001). Gure inguruan jabekuntza elebidunaz eginiko ikerketak ere badira, eta bat datoz aztertutako haurrek hizkuntza biak —euskara eta gaztelania— berezita garatu dituztela ondorioztatzean (Idiazabal 1995, Ezeizabarrena 1996, 1997, 2001, 2002, Barreña 1997, 2000, 2001, Elozegi 1998, Barreña eta Almgren 1999, Almgren 2000, Almgren eta Barreña 2001, 2005, Barreña eta Eguzkiza 2005).

Edozelan ere, garapen bereziaren hipotesiak aurreikusten du jaiotzatik edo oso txikitatik hizkuntza biak berezita eta era orekatuan entzuten dituen haurrak hizkuntzok berezita eta modu paraleloan gara ditzakeela. Hipotesi horrek haur elebidunak bere hizkuntzak haur elebakarren oso antzera garatuko dituela aurreikusten du, gramatika biak nahasi gabe eta nahasketan zein interferentzian oinarritutako gramatika-arau berririk sortu gabe. Horrez gain, haur elebidunak elebakarrak adinako gramatika-gaitasuna menderatuko duela ere aurreikusten du.

Aipatutako ikerketek ez dute haur elebidunaren beste hizkuntzaren eragina erabat baztertzen hizkuntza zehatza garatzean; are gehiago, haur elebidunak hizkuntza-jabekuntzan elebakarrak ez duen baliabide erantsia izan dezakeela ikusi dute (Müller 1998, Lanza 1998). Fonologiaren garapenean, esaterako, haur elebiduna bi hizkuntzetako baten silaba-egitura jakin batez jabetzeak beste hizkuntzan ere egitura hori elebakarrengan baino goizago ekoiztea ekar lezake (Lleo eta beste 2003).

Ildo honetatik, munta handikoa da zehaztea haur batek noiz jarraitzen duen garapen berezia segurtatuko dion aldi bereko hizkuntza biren jabekuntza eta noiz halakorik bermatuko ez dion hurrenez hurreneko hizkuntza birena, hots, lehenengo lehen hizkuntzarena eta ondoren bigarrenarena. Beste era baten esanda, zein da aldi bereko eta hurrenez hurreneko jabekuntzomotak bereizten dituen adin-muga?

Ikertzaileak gaur egun bat datoz beste kontu batean ere: behin hizkuntza bat bereganatuta, bigarrena ikasteari ekiten dion hiru edo lau urtetik aurrerako haurrak bere bigarren hizkuntza ez duela elebakarrek bezala garatuko (Guasti 2000, Meisel 2004, 2007). Baina eztabaidagai eta ikergai da zein adinera arte gertatzen den beste hizkuntza bat lehen hizkuntza legez edo bigarren legez garatzea.

Eztabaidagaia da elebidunak hizkuntza bakoitza gehiago edo gutxiago entzutearen eragina: zenbat entzun behar ote du haur elebidunak hizkuntzetako

bakoitza lehen hizkuntza legez garatzeko? Zenbatekoa da gutxienezko inputa hizkuntza hori lehen hizkuntza legez garatzeko?

Jabekuntza elebidunaren alorreko ikertzaileek aldi berean bi hizkuntza bereganatzen dituen haurrak hizkuntza bietako gramatikak elebakarrek bezalatsu garatzen dituela nabarmentzen duten arren (bi H1), eta, berebat, garapen hori ez dela bigarren hizkuntza legez (H2) garatzen duten haurren garapenetik bereizten baiesten duten arren (Meisel 2004, Schwartz 2004, Butler eta Hakuta 2004), oso gutxi ikertu da elebidunak hizkuntza biak garatzeko behar duen inputaz, edo entzundako hizkuntza-kopuruak hizkuntzak garatzeko modu desberdinak eragin ditzaketan.

Aldi berean bi hizkuntza ikasten diharduelako, hots, bi hiztegi eta bi gramatika bereganatzen ari delako, elebakarrak baino aldi handiagoa edo aro luzeagoa beharko ote du elebidunak hizkuntzetako bakoitzerako? Zein puntutara irainoko eragina ote du inputak hizkuntza bakoitzaren garapenean?

Bestalde, jakin badakigu, luzetara behatu eta ikertu diren zenbait haurren datuak ikusirik, hizkuntzetako bata bestea baino goizago gara dezakeela haurrak hizkuntza biak jaiotzatik entzun arren, era orekatuan entzuten ez baditu (Pérez-Vidal 1995, Juan-Garau eta Pérez-Vidal 2001). Edozelan ere, baldintza horietan hazitako haurrari hizkuntza bietako bata bestea baino goizago garatzeak ez dio ekarri ondoren garatu duen hizkuntza bestearekin nahasterik, baizik eta berezita eta elebakarren moduan garatzea, autonomo gisa garatzea, alegia<sup>3</sup>. Kontuan hartu behar da baldintza horietan hazitako haurrak jaiotzatik entzun dituela hizkuntza biak, eta beranduen ekoizten hasi dena ere askoz lehenagotik izan dela ulertzeko gai, hizkuntza horretan egiten aritu zaion gurasoak etsi barik ekin diolako.

Badirudi haurrak hizkuntzak egoki bereizteko baldintza nagusietako bat bi hizkuntzak berezita entzutea dela. Hizkuntza entzuten emandako denborak, berez, ez du bereizketarekin zerikusirik. Baina, ostera, goragoko ikerketa horiek nabarmen uzten dute inputaren zenbatekoak baduela eragina hizkuntza bakoitza azkarrago edo astiroago garatzeko garaian. Edozelan ere, txiki-txikitatik hizkuntza bi era ez orekatuan entzun arren, berezita gara daitezke hizkuntzok, bakoitzean elebakarrek garatzen duten bezalako bilakabidea jarraituz. Alabaina, bata bestea baino goizago edo bizkorrago ager daiteke, inputaren arabera.

Ildo honetatik, azkeneko hogeita bost urteetako jabekuntza elebidunaren laburbilketa egitean, Meisel (2004)-k dio ondoriorik garrantzitsuenetakoa zera dela, aldi bereko jabekuntza elebiduna edo eleanitza lehen hizkuntzaren

<sup>3</sup> Ikus Bernardini eta Schlyter (2004) input desorekatuko elebidunek ekoiztitako egitura nahasien azterketa interesgarriak.

jabekuntzaren aldaeratzat har daitekeela. Meiselek eransten du jabekuntza elebakarren eta aldi bereko jabekuntza elebidunaren arteko aldeak aztertu dituzten ikertzaileek zera nabarmentzen dutela: a) elebidunak gai dira hizkuntza-sistemak ezberdintzeko, b) jabekuntzaren eritmoari dagokionez, elebidunek nolabaiteko atzerapena izan dezakete elebakarrekin alderatuta. Ostera, elebidunek elebakarren garabidearekin alderatuta egin ditzaketen balizko urraketek buruz ez ei datoz bat ikertzaile guztiak, eta oraindik ere kontu honek oso eztabaidatua izaten jarraitzen duela dio.

Kontu jakina da, beraz, aldi berean bi hizkuntza bereganatzen ari diren hurrek jabekuntza elebakarra egiten ari direnek baino eritmo zerbait motelagoa izan dezaketela hizkuntzaren garapenean. Baina, era berean, jakina da, baita ere, haurren arteko aldakortasuna eritmo-kontuetan oso handia dela, elebakarren zein elebidunen artean. Esaterako, euskararen garapenean 16 hilabetetik 30 hilabete bitarteko aztertutako 975 haurretatik 18 hilabeteko %4,3k 300 hitzetik gora erabiltzen ditu eta, ostera, 30 hilabeteko %25,5 ez da oraindik heltzen kopuru horretara (Barreña eta beste 2008).

Esan behar da, beraz, eta honetan Meisel (2004) ere bat dator, elebidunek izan dezaketen atzerapena berez ez dela ez-normala, oso ohikoa baita jabekuntza elebiduneari hizkuntza biak edo bietako bat motelago garatzea bestea baino, gorago aipatu den legez. Baina ikertzaile horrek dioenez, atzerapen kuantitatiboak ez ezik kualitatiboak ere ager daitezke inoiz, eta kontu hau hobeto ikertu beharko litzateke garapen ez-normalarekin ez nahasteko.

Bestalde, badira haur elebidunen taldeen datuekin egindako ikerketak inputaren edo entzunaldiaren kontu honi begiraturik. Ikerketa hauetan erdie-tsitako emaitzak ez datoz guztiz bat beti. Esaterako, ingelesaren eta gaztelaniaren jabekuntza aldi berean garatzen ari ziren 8tik 30 hilabetera bitarteko 25 haurren datuak aztertutik Pearson eta beste (1995, 1997)-k zera ondorioztatu zuten bereganatutako hiztegiari buruz: hizkuntzaz hizkuntza eginez gero alderaketa, elebidunek elebakarrek baino hiztegi txikiagoa zutela eskura adin berarekin. Halere, hizkuntza bietako hiztegiak kontuan izanez gero (konzeptuak soilik batuta, ez hizkuntzetan errepikatzen ziren hitzak) elebidunek elebakarrek adinako hiztegia zutela ikusi zuten. Era berean, hurrek entzundako hizkuntza bakoitzeko denbora (inputa) neurtuta eta hiztegien garapenak arakaturik, harreman zuzena aurkitu zuten entzundako kantitatearen eta bereganatutako hiztegiaren artean: zenbat eta input handiagoa, hainbat eta hiztegi handiagoa hizkuntza horretan, eta alderantziz.

Ostera, galiziera eta gaztelania aldi berean ikasten ari ziren haurren ikerketa batean haur elebidunek elebakarren maila lortu zuten hiztegiaren eta morfologiaren garapenean eta maila hobea sintaxiaren garapenean (Pérez-Pereira 2008). Pérez-Pereirak 8tik 30 hilabetera bitarteko 275 haur galizieradun elebakarren eta 431 galizieradun eta gaztelaniadun elebidunen emaitzak aztertu

zituen ondorio horretara heltzeko. Ikerketa horretan galizierazko garapena soilik neurtu zen arren, Pearson eta bestek (1995, 1997) lortutako emaitzen alderantzizkoak ziren.

Hizkuntzaren jabekuntzaren ikerkuntzaren alorrean, bestalde, azken urteetan aztergai interesgarria bihurtu den beste gai bat lexikoaren eta gramatikaren garapenaren arteko erlazio estua izan da, aldi-asinkronia, alegia. Normaltasunean haurrak urtebete inguru duenean lehen hitz bakartuak eta morfologiak jantzi gabeak hasten da erabiltzen, gero, behin hamazortzi hilabete inguru dituenetik aurrera, hitz biko esaldiak hasten da egiten, eta handik hilabete batzuetara morfologia eta sintaxia ekoizten hasten da. Garapena etengabea da, baina nolabait, une batzuetan leherketa bezalakoak gertatzen dira (Guasti 2002). Hizkuntzaren garabide horretan kategoria lexikoen ekoizpena —eduki semantikoa daukatenak, alegia (izenak, adjektiboak, aditzak eta adberbioak)— goizago hasten da kategoria gramatikarena baino —hitzak erlazioatzeko direnak (artikuluak, postposizioak, kasu-markak, menderagailuak)—.

Ugari izan dira garapen lexikoaren eta gramatikaren arteko erlazioa baie-tsi duten ikertzaileak. Erlaziook hiztegiaren tamainaren eta lehen hitz-elkar-keten edo morfologiaren zein sintaxiaren agerkeraren arteko korrelaziotzat hartu dira (Bates, Bretherton eta Snyder 1988, Marchman eta Bates 1994, Bates eta beste 1994, Bates eta Goodman 1997, Bassano 2000, Devescovi eta beste 2005).

Hartara, 30 hilabete baino gutxiagoko haur ingelesdunen masa lexikoaren eta gramatikaren arteko korrelazio handia behatu eta gero, ikertzaileek lexikoari buruzko *masa kritikoaren* kontzeptua proposatu dute, zeinak gramatikaren garapenari ekiteko beharrezko den hiztegiaren tamaina zehazten duen. Horrela, Marchman eta Batesek (1994) edo Bates eta bestek (1994) 400 hitzetan zenbatu zuten masa kritikoa. Halere, masa kritiko hori beharrezkoa izanik gramatikaren garapena sustatzeko, ez ei da beti nahikoa izaten, iker-tzaile horien arabera.

Antzeko emaitzak aurkitu dituzte italiara, gaztelania eta galiziera hizkuntza erromantzeetan (Caselli, Casadio eta Bates 1997, Gallego eta López Oñat 2005, Pérez-Pereira eta García-Soto 2003, Devescovi eta beste 2005), garapen lexikoaren eta hainbat atzizkiren garapen morfologikoaren arteko korrelazio handia nabarmenduz. Katalanez eta gaztelaniaz ere ikertu da alor honetan (Ser-rat eta beste 2004), eta aditz-morfologiaren ekoizpenean garapen lexikoaren eta gramatikaren arteko korrelazio handia baietsi dute hizkuntza bietan.

Arratibel eta bestek (2005) eta Pérez-Pereira eta bestek (2006) ere korrela-zio handia aurkitu dute 30 hilabete baino gutxiagoko haurren hiztegiaren ta-mainaren eta lehen atzizkien garapenaren artean, bai euskaraz, bai galizieraz.

Barreña eta bestek (2006) gramatika zein sintaxia garatzen hasteko haur euskaldun txikiek beharrezko duten hiztegia ere zehaztu dute: 100 hitzeko masa kritikoa hitz-elkarketak egiten hasteko, 200 hitzekoa izen-morfologia ekoizten hasteko eta 400 hitzekoa aditz-morfologia erabiltzen hasteko.

Ikerketa honetan euskara gehiago edo gutxiago entzun duten haurren hizkuntza-garapena aztertu nahi da, euskarazko hiztegiaren eta gramatikaren alorretan. Zein puntutaraino mugatzen du euskarazko inputak haur elebidunen euskararen garapena? Denbora gehiago edo adinez nagusiagoak izatea beharko ote dute elebidunek, elebakarren inputaren kantitatera hurreratuz, haien maila lexikoa eta morfosintaktikoa eskuratzeko?

Pentsa daiteke, eta hori da aurreikuspenetako bat, euskara hizkuntza bakar legez garatzen dutenek, input osoa edo gehien-gehiena euskarazkoa dutelako, bizkorrago garatuko dutela euskara, euskara eta erdara aldi berean entzuten dutenek baino, Pearson eta bestek (1995, 1997) ingelesdun eta gaztelaniadun elebakarren eta gaztelania-ingelesdun elebidunen artean aurkitu zuten aldearen antzera.

Aurreikuspen hau planteatzeko arrazoietako bat haurrek gramatika eta sintaxia garatzen hasteko beharrezko duten masa lexiko kritikoa deritzan konzeptuan oinarritzen da, hots, gramatika eta sintaxia garatu aurretik ezagutu eta erabili behar duten gutxieneko hiztegian. Horregatik ikusi nahi da gutxienezko hiztegi horren neurria zein izan daitekeen.

Gogoan izan behar da elebakarrak hizkuntza bakarrean jasotzen duela input osoa, eta elebidunak inputa hizkuntza biren artean banatu duela. Baliteke, beraz, elebidunak gramatika eta sintaxia garatu aurretik behar duen masa lexiko kritikoa ezagutzeko aldi handiagoa edo luzeagoa behar izatea, adinak emango liokeen aldia hain zuzen ere. Hots, elebidunak, beharbada, elebakarrak baino adin handiagoa beharko du izan gramatika eta sintaxia garatzen hasterakoan.

## 2. Metodologia

Ikerketarako *Komunikazio Garapena Neurtzeko Zerrenda* izeneko testa baliatuz jasotako datuak aztertuko dira (Barreña eta beste 2006, 2008). Tresna hori ingelesezko *MacArthur-Bates Communicative Development Inventories* izenekoaren euskararako egokitzapena da (Fenson eta beste 1993).

Tresnak bi galdetegi dauzka. Bata, 8 hilabetetik 15 hilabetera bitarteko haurren gurasoek bete dezaten; bestea, 16 hilabetetik 30 hilabetera bitartekoenek betetzeko. Halere, ikerketa honetan bigarren galdetegiaren datuak baino ez dira aztertuko. Guztira, milatik gora haurren datuak jaso baziren ere,

baliagarritzat 16tik 30 hilabetera bitarteko 975 haurren gurasoek betetako galdetegiak jo dira (Barreña eta beste 2006, 2008). Hala eta guztiz ere, haurrak entzundako hizkuntzei buruzko taxuzko informazioa 950 haurren gurasoek eman zuten, eta ikerketa hau kopuru horretara mugatuko da, beraz. Kopuru horretan, geroago zehaztuko denez, beren etxe inguruan euskara bakarrik entzuten duten haur elebakarrak eta euskararekin batera erdararen bat(zuk) maiz entzunez hazten diren haur elebidunak daude.

Galdetegiak haurren hizkuntza-garapena islatzen du. Gurasoek 21 eremu semantikotan bildutako 662 itemi buruzko informazioa eman zuten eta baita garapen morfosintaktikoari buruzkoa ere: izen eta aditz morfologia arloko 56 item, guztira; esaldien neurriaren berri ere jasotzen da, haurrak ekoizitako hiru esaldi luzeenak ere idatzi baitzituzten gurasoek. Izen-morfologiaren arloan pluralaren markaren, kasu-marken eta hainbat postposizio-markaren ekoizpenei begiratu zaie; aditz-morfologiaren arloan, berriz, aspektua, aldia, pertsonak eta numeroa adierazten duten atzizkien eta adizkien ekoizpenei.

Tresna honen fidagarritasuna neurtzeko barne-konsistentzia zein puntua-zioen egonkortasuna aztertu dira euskarazko egokitzapenean, jatorrizko bertsioan egin zen bezala (Fenson eta beste 1993). Baliagarritasuna neurtzeko, berriz, baliagarritasun konbergentea eta iragartze-baliagarritasuna ikertu dira. Guztietan emaitzak egokiak izan dira, testaren ingelesezko bertsio orijinalean zein beste hainbat hizkuntzatarako egokitzapenetan lortutakoak adina egokiak (Barreña eta beste 2008, Garcia eta beste 2008).

Inputaren eragina euskararen garapenean aztertzeko eta neurtzeko haurrak lau taldetan sailkatu dira entzundako euskararen kantitatearen arabera, beti gurasoek eskaini zuten informazioan oinarrituta: A) euskaldun elebakarren taldea, entzundako inputetik %90etik gorakoa euskarazkoa izan dutenen taldea, B) euskara maila handian entzun duten elebidunen taldea, entzundakotik euskararen maiztasuna %60tik %90erakoa izan dutenak, C) euskara maila ertainean entzun duten elebidunen taldea, entzundakotik euskara zein erdara %60tik %40ra izan dutenak, eta D) euskara maila txikian entzun duten elebidunen taldea, entzundakotik euskarazko inputa %40tik beherakoa izan dutenak (1. taula). Haur elebakarrek laginaren %62 osatzen dute; euskara maila handian entzun duten elebidunek, osera, laginaren %22,2; euskara maila ertainean entzun duten elebidunek laginaren %10,3; eta, azkenik, euskara maila txikian entzun duten elebidunen multzoak laginaren %5,5 egiten du (1. taula).

Bestalde, haurren datuak hilabetez hilabete sailkatu badira ere, ikerketa honetarako datuok hiru adin-multzotan bildu dira: 16tik 20 hilabetera bitartekoenak, 21etik 25 hilabetera bitartekoenak eta 26tik 30 hilabetera bitartekoenak. Lehen taulan ikus daitekeen legez, oro har, haur gehixeago daude adin-tarte handienetan.

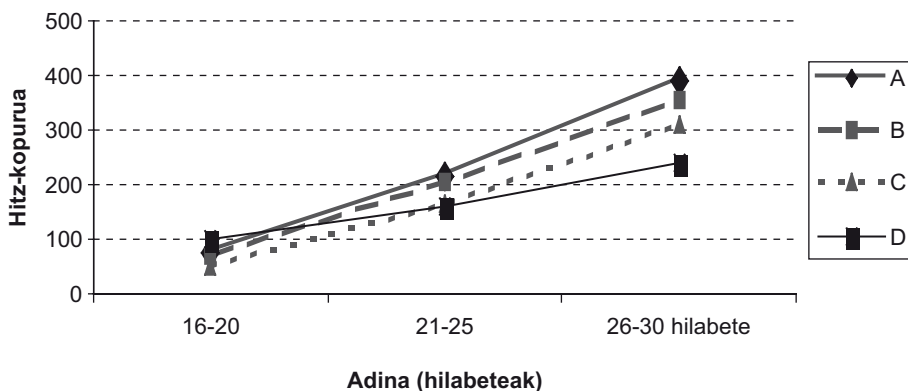
1. taula  
Lagineko haurren banaketa entzundako euskararen arabera eta adinaren arabera (maiztasun absolutuak eta ehunekoak)

Entzundako euskara	Adina			Guztira
	16-20	21-25	26-30	
	N	N	N	N
A: euskaldun elebakarrak (<%90)	162 (%68,6)	193 (%60,5)	234 (%59,2)	589 (%62,0)
B: euskara maila handian entzun duten elebidunak (%60tik %90era)	42 (%17,8)	64 (%20,1)	105 (%26,6)	211 (%22,2)
C: euskara maila ertainean entzun duten elebidunak (%40tik %60ra)	23 (%9,7)	42 (%13,1)	33 (%8,3)	98 (%10,3)
D: euskara maila txikian entzun duten elebidunak (%20tik %40ra)	9 (%3,8)	20 (%6,2)	23 (%5,8)	52 (%5,5)
<b>Guztira</b>	<b>236</b> (%100)	<b>319</b> (%100)	<b>395</b> (%100)	<b>950</b> (%100)

### 3. Emaitzak

Lehenengo eta behin masa lexikoaren garapena erakutsiko da, hurrek adinaren arabera erabiltzen duten hiztegiaren garapena alegia, baina entzundako euskararen arabera hurrak lau taldetan banaturik (1. grafikoa, 2. taula).

1. grafikoa  
Hurrek ekoizten duten masa lexikoaren garapena (batez bestekoetan) adinaren eta euskarazko inputaren arabera



## 2. taula

**Haurrek ekoizten duten masa lexikoaren garapena adinaren eta euskarazko inputaren arabera (batez bestekoak eta desbideratze tipikoak)**

	Euskarazko inputa								Guztira	
	A taldea		B taldea		C taldea		D taldea			
Adin-tarteak	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.
16-20	73,1	95,6	69,2	102,4	50,9	67,2	99,1	148,5	71,2	96,7
21-25	212,8	143,5	204,7	149,2	164,5	99,4	162,5	124,7	201,7	139,3
26-30	388,4	143,3	353,2	150,2	311,0	151,5	237,7	121,1	363,8	149,5
<b>Guztira</b>	<b>244,1</b>	<b>184,5</b>	<b>251,6</b>	<b>180,0</b>	<b>187,2</b>	<b>150,4</b>	<b>184,5</b>	<b>135,3</b>		

Haurren masa lexikoa neurtzeko item lexikalak eta gramatikalak bildu eta zenbatu dira, guztira 700etik gora, 702 hain zuzen (646 item lexikal eta 56 item gramatikal, metodologiaren atalean aipatu den bezala).

Adinaren eragina ( $F(2, 938) = 113,69$ ;  $p < 0,001$ ) eta baita inputarena ere ( $F(3, 938) = 5,85$ ;  $p < 0,01$ ) esanguratsuak gertatu dira ekoiztitzako hitz-kopuruari dagokionez. Adinari dagokionez, zilegi den bezala, garapenaren aurrerapen etengabea ikusten da adinak gora egin ahala, eta hiru adin-tarteen arteko aldeak esanguratsuak izan dira.

Datu zehaztetera joz gero, 16tik 20 hilabetera bitarteko haurrek batez beste 71na hitz ekoizten dituzte; 21etik 25 hilabetera bitartekoek 201na, eta 26tik 30 hilabetera bitartekoek 363.

Inputari dagokionez, euskarazko inputa handiagoa duten haurren hitz-kopuruaren ekoizpena handiagoa ere bada, horrela A taldekoek 244na hitz ekoizten dituzte, B taldekoek 251na, C taldekoek 187na eta D taldekoek 184na, beti ere batez bestekoetan. Aipagarria da inputaren arabera bereizi diren lau taldeen artean alde esanguratsuak badirela: A taldeak alde esanguratsuak ditu C eta D taldeekin alderatuta eta B taldeak C eta D taldeekin alderatuta. A eta B taldeen artean, ostera, ez dago alde esanguratsurik, ezta C eta D taldeen artean ere.

Inputaren eta adinaren arteko interakzioa ere esanguratsua da ( $F(6, 938) = 2,37$ ;  $p < 0,05$ ). Horrela, lehen grafikoan argi ikus daiteke hiztegiaren garapenean batez besteko alde esanguratsurik ez dela gertatzen haurrek 25 hilabete izan arte. Lehen adin-tartean, 16tik 20 hilabetera bitartekoan, inputaren arabera taldeen artean ez dira alde esanguratsuak aurkitzen lexikoaren ekoiz-

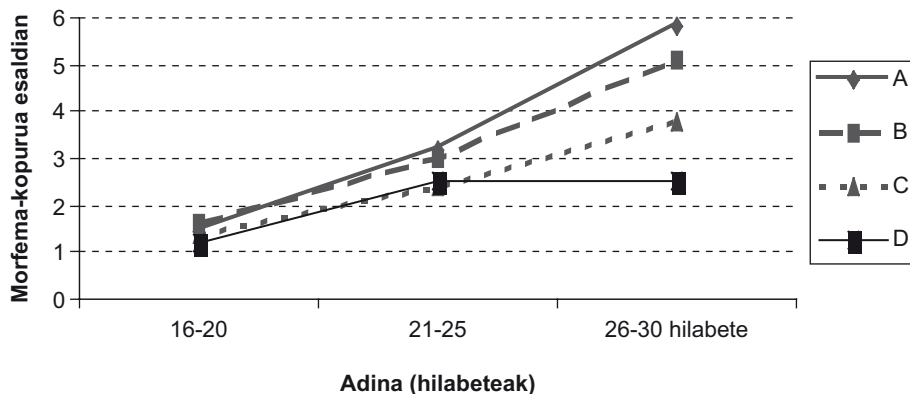


penean. Gauza bera gertatzen da aztertutako bigarren adin-tartean, 21etik 25 hilabetera bitartekoan, alegia. Baina aztertutako azkeneko adin-tartean, 26tik 30 hilabetera bitartekoan, ostera, ezberdintasun nabarmena eta esanguratsua gertatzen da ( $F(3, 391) = 9,76; p < 0,001$ ): A taldeko hurrek C eta D taldeko hurrek baino hitz gehiago ekoizten dituzte; B taldekoek, aldi berean, D taldekoek baino puntuazio altuagoak ematen dituzte ekoizpen lexikoan; bukatzeko, nabarmendu behar da A eta B taldeen artean alde esanguratsurik ez dagoela, ezta C eta D taldekoen artean ere.

Laburtuta, ez da alde esanguratsurik aurkitu lau taldeen artean hurrek 25 hilabete izan arte, hiztegiaren batez besteko tamaina 300 hitzetik beherakoa den bitartean. Baina 26. hilabetetik aurrera, ostera, alde esanguratsuak agertu dira, A eta B taldeetakoek 350 hitzeko hiztegia gailentzean (388 eta 353 hitz batez beste, hurrenez hurren), C taldekoek 300 hitzeko hiztegia ozta-ozta gaintitzean (311 hitz batez beste) eta D taldekoek, aldiz, kopuru horretatik urrun samar dabiltzanean (237 hitz batez beste). Badirudi, beraz, adina eta ekoiztutako hiztegia izan daitezkeela funtsezkoak.

Bestalde, esaldien luzera ere neurtu da. Horretarako galdetegian gura-soek idatzitako haurren hiru esaldirik luzeenak neurtu dira, hitzak eta morfemak zenbatuta, eta haur bakoitzaren esaldi luzeenaren batez besteko (EBBL) neurria atera da. Neurri hori haurrak esaldien konplexutasun morfosintaktikorako duen gaitasunaren ispilutzat hartu izan da (Brown 1976, Idiazabal 1991). Ondoren, haurren esaldien morfema kopuruen batez bestekoak kalkulatu dira, 2. grafikoa eta 3. taulan jasotzen diren bezala.

2. grafikoa  
**Haurren hiru esaldi luzeen EBBLaren garapena, adinaren eta euskarazko inputaren arabera**



3. taula  
**Haurren hiru esaldi luzeenen EBBLaren garapena, adinaren eta euskarazko inputaren arabera (batez bestekoak eta desbideratze tipikoak)**

	Euskarazko inputa								Guztira	
	A taldea		B taldea		C taldea		D taldea			
Adin-tarteak	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.
16-20	1,4	1,1	1,6	1,2	1,4	1,0	1,2	0,5	1,5	1,1
21-25	3,2	2,3	3,0	2,1	2,4	1,6	2,5	1,9	3,0	2,2
26-30	5,8	3,7	5,1	3,5	3,8	3,1	2,5	1,9	5,3	3,6
<b>Guztira</b>	<b>3,8</b>	<b>3,3</b>	<b>3,8</b>	<b>3,1</b>	<b>2,7</b>	<b>2,3</b>	<b>2,3</b>	<b>1,8</b>		

Sintaxiaren ekoizpenari buruzko azterketa orokorra eginik ere, adinaren eragina esanguratsua gertatu da ( $F(2, 935) = 37,26$ ;  $p < 0,001$ ), eta inputarena ere bai ( $F(3, 935) = 6,33$ ;  $p < 0,001$ ) esaldien luzerarako. Bereizitako hiru adin-tartean artean alde esanguratsuak agertu dira, haurrek gero eta morfema gehiagoko esaldiak osatzen baitituzte adinean aurrera egin ahala; zehazki, 1,5 morfema 16tik 20 hilabetera bitartekoek, 3 morfema 21etik 25 hilabetera bitartekoek, eta 5,3 morfema 26tik 30 hilabetera bitartekoek.

Inputari dagokionez, nagusiki euskara entzuten dutenek (A eta B taldeetakoek) batez beste adin-tarte guztiak kontuan izanda morfema gehiagoko esaldiak osatzen dituzte (3,8 morfemakoak A eta Bkoek, eta 2,7 eta 2,3 morfemakoak C eta D taldeetakoek, hurrenez hurren). Inputean euskara hizkuntza nagusia dutenen arteko aldeak (A eta Bren artekoak) ez dira esanguratsuak izan, hots, ezta euskara gutxien entzuten duten bi taldeen artean ere, C eta D taldeen artean, alegia.

Inputaren eta adinaren arteko interakzioa esanguratsua gertatu da esaldiaren luzeran ( $F(6, 935) = 3,27$ ;  $p < 0,01$ ), lexikoarekin aurkitutakoaren antzera. Bigarren grafikoan ikusten den bezala, 25 hilabete aurretik euskarazko input ezberdineko taldeek antzeko bilakaera erakusten dute esaldien luzeran: 16tik 20 hilabetera bitartekoan aldea ez da esanguratsua, ezta 21etik 25 hilabetera bitartekoan ere; ostera, 26tik 30 hilabetera bitarteko adinekoen artean nabarmen ikusten da C eta D taldeetakoek esaldien luzera A eta B taldeetakoek azpitik dagoela, era esanguratsuan ( $F(3, 390) = 8,64$ ;  $p < 0,001$ ), lexikoaren garapenean ikusi den zehaztasun berarekin: A taldeak alde esanguratsua du C eta D taldeekin alderatuta eta baita B taldeak ere D taldearekin alderatuta.

Esaldien luzeraren garapenean ere euskara gutxien entzun duten taldeko haurrek garapen apalagoa erakusten dute, beraz, 26tik 30 hilabetera bitartean.

Datu zehatzetara joz gero, haur elebazarrek (A taldekoek) 5,8 morfema batez besteko esaldiak egiten dituzte (esaldi luzeenak), euskara neurri handian entzuten duten elebidunek (B taldekoek) 5,1ekoak, euskara neurri ertainean entzuten duten elebidunek (C taldekoek) 3,8koak eta euskara neurri txikian entzuten duten elebidunek (D taldekoek) 2,5ekoak. Elebazarren eta euskara neurri handian entzuten duten elebidunen artean, ordea, ez da alde esanguratsurik aurkitu esaldiaren luzerari dagokionean ere.

Morfologiaren arloan adizkien ekoizpena aztertu da, eta hemen ere adinaren ( $F(2, 938) = 72,05$ ;  $p < 0,001$ ) eta inputaren ( $F(3, 938) = 7,49$ ;  $p < 0,001$ ) eragina esanguratsua dela aurkitu da. Adinari dagokionez, bereizitako hiru adin-tarteen artean daude alde esanguratsuak, zilegi denez, eta adinak aurrera egin ahala ezaugarri morfologiko gehiago ekoizten dituzte haurrek, 1,8 adizki 16tik 20 hilabeterako tartean, 7,8 adizki 21etik 25 hilabeterako tartean, eta 19,3 adizki 26tik 30 hilabeterakoan.

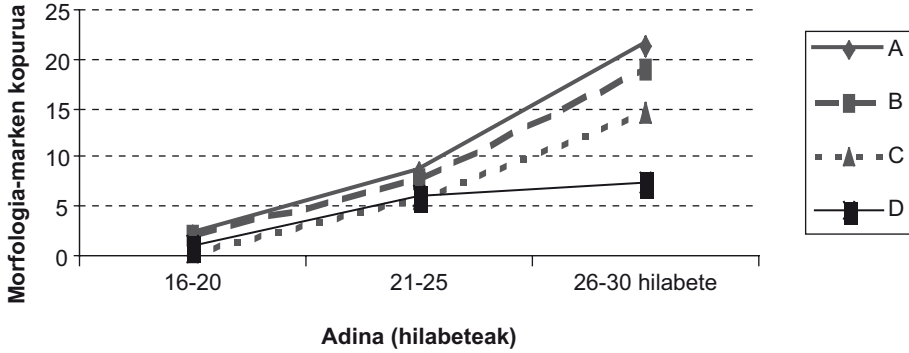
Edozein hizkuntza entzuteko denbora guztitik euskarak hartzen duen denborari begiratuz gero, elebazarrek (A taldekoek) 11,7 adizki ekoizten dituzte eta nagusiki euskara entzuten duten elebidunek (B taldekoek) 12,3. Bi talde hauen artean ezberdintasun esanguratsurik ez da aurkitu. Aldiz, bi talde hauen eta C eta D taldeen artean alde esanguratsuak aurkitu dira. Euskara erdararen pare entzuten duten elebidunek 7,5 morfologia-marka ekoizten dituzte batez beste eta euskara gutxi(ago) entzuten duten elebidunek 5,9.

Inputaren eta adinaren arteko interakzioaren eragina ere esanguratsua gertatu da morfologiaren ekoizpenean ( $F(6, 938) = 3,62$ ;  $p < 0,01$ ). Komunikazioaren garapenaren gaineko arloetan (lexikoan eta sintaxian) gertatu den bezalaxe, 26 hilabetetik gorako haurren artean aurkitu dira alde esanguratsuak soilik.

Adina kontuan izanik, 16tik 20 hilabetera bitarteko haurren artean, eta 21etik 25 hilabetera bitarteko haurren artean, morfologiaren ekoizpena berdintsua da inputaren araberrako lau taldeetan. Ordea, aldeak esanguratsuak izan dira 26tik 30 hilabetera bitarteko haurren artean ( $F(3, 391) = 10,86$ ;  $p < 0,001$ ).

Datu zehatzetara joz gero, 26-30 hilabete tartean, A taldeko elebazarrek batez besteko 21,3 marka morfologiko darabiltzate, B taldeko euskara maila handian entzuten duten elebidunek 19, C taldeko euskara maila ertainean, erdararekin paretsu, entzuten duten elebidunek 14,5, eta euskara gutxi entzuten duten D taldeko elebidunek 7,4. Oraingoan ere, elebazarren eta nagusiki euskara entzuten duten elebidunen arteko aldea ez da esanguratsua izan. Ostera, lexikoan eta esaldien luzeran ikusi den legez, morfologian ere alde esanguratsuak aurkitu dira A taldearen eta C eta D taldeen artean, eta B taldearen eta D taldearen artean.

3. grafikoa  
Haurren adizkien garapena adinaren eta euskarazko inputaren arabera  
(batez bestekoak)



4. taula  
Haurren adizkien garapena adinaren eta euskarazko inputaren arabera  
(batez bestekoak eta desbideratze tipikoak)

Adin-tarteak	Euskarazko inputa								Guztira	
	A taldea		B taldea		C taldea		D taldea		Batez beste.	Desb. tipik.
	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.	Batez beste.	Desb. tipik.
16-20	1,9	4,7	2,0	5,8	0,5	1,3	1,1	2,6	1,8	4,7
21-25	8,3	8,7	7,8	8,6	5,7	6,9	6,2	9,5	7,8	8,6
26-30	21,3	12,8	19,0	11,4	14,5	13,1	7,4	8,4	19,3	12,7
Guztira	11,7	12,8	12,3	12,0	7,5	10,3	5,9	8,4		

Behin-behingo badira ere, hiruzpalau ondorio garrantzitsu atera daitezke datu horien azterketatik:

1. Haurrak entzundako euskararen kantitateak 25 hilabete izan arte ez du eragin berezirik edo esanguratsurik euskararen lexikoaren, morfologia-aren zein esaldi luzeraren garapenean; haur-taldeen artean aurkitutako ezberdintasunak badiren arren, berau norbanakoen aldakortasunak azal ditzake eta;
2. Haurrak entzundako euskararen kantitateak badu eragin nabarmenik 26. hilabetetik 30. hilabetera bitarteko haurrengan euskararen lexiko-

aren, morfologiaren zein esaldi luzeraren garapenean; adin hauetako haur-taldeen arteko ezberdintasunak ez baititu norbanakoen aldakortasunak azaltzen;

3. Elebakarren eta elebidunen arteko alde esanguratsua nagusiki euskara entzuten duten haurren (inputaren %60tik gora euskaraz) eta euskara gutxiago (inputaren %60tik behera) entzuten duten haurren artean agertu da; euskara erdararen paretsu edo erdarak inputean nagusitasuna duen haurren kasuan garapen mantsoagoa nabarmentzen da jada 26 hilabeteetatik aurrera bai hiztegian, bai esaldien luzeran eta bai morfologian ere; euskara bakarrik edota nagusiki entzuten duten elebidunek, estatistikoki behintzat, ez dirudi alderik erakusten dutenik, haur euskaldun elebakarrek legez garatzen baitituzte elebidunok hiztegia, morfologia eta esaldien luzera;
4. Elebidunen artean ere badira alde esanguratsuak, beti 26. hilabetetik 30. hilabetera bitartean, entzundako euskara mailaren arabera: euskara %60tik %90era bitartean entzuten dutenek emaitza hobekia lortu dituzte neurtutako arlo guztietan euskara %40tik behera entzun duten elebidunak baino.

Edozelan ere, nabaria da 26 hilabeteetatik aurrera euskara gehiago edo gutxiago entzuteak baduela eragina garatutako euskararen, zenbat eta gehiago entzun aukera handiagoak baititu haurrak lexikoa, morfologia zein esaldi luzera bizkorrago garatzeko. Gertatzen diren aldeak, gorago esan den legez, soilik dira esanguratsuak 26. hilabetetik aurrera eta euskara gutxien entzuten duen taldeko hurrekin alderatuta.

Gainera, badirudi masa lexikoaren garapena zuzenean dagoela lotuta morfologiaren eta sintaxiaren garapenarekin (Barreña eta beste 2006), eta ez da harritzekoa, beraz, euskara gutxiago entzuteagatik hiztegi txikiagoa bereganatzen duten hurrek morfologiaren eta esaldien luzeran ere garapen txikiagoa edo motelagoa erakustea. Ildo honetatik, munta handikoa dirudi euskararen sintaxiaren eta morfologiaren garapenerako 300 hitzetik gorako masa lexikoa izateak, garapen-leherketa modukoa gerta dadin. Edozelan ere, hitz-kopurua zehaztea zaila den arren, masa kritikoa delakoa 300etik 400era bitartean egon daitekeela esan daiteke.

Hau guztia argiago ikus dadin, 5. taulan lexikoaren ekoizpenak morfologiaren eta esaldi luzerarekin duen korrelazioa adierazten da, horretarako marka morfologikoak bitan bereizita: atzizkiak eta adizkiak. Lexikoak garapen sintaktikoarekin duen korrelazioa esaldirik luzeenak neurtuz egin da (EL, 5. taulan). Neurtutako arlo guztietan ikus daiteke lexikoaren ekoizpenak korrelazio esanguratsua erakusten duela.

5. taula  
**Euskarazko input-maila desberdineko haurren lexikoaren eta gramatikaren arteko korrelazioak (adina: 16-30 hilabete)**

		N	Atzizkiak	Adizkiak	EL
Lexikoaren ekoizpena	A: euskaldun elebakarrak (<%90)	589	,869*	,801*	,709*
	B: euskara maila handian entzun duten elebidunak (%60tik %90era)	211	,846*	,793*	,654*
	C: euskara maila ertainean entzun duten elebidunak (%40tik %60ra)	98	,807*	,744*	,680*
	D: euskara maila txikian entzun duten elebidunak (%20tik %40ra)	52	,673*	,718*	,316*

\*Korrelazioa esanguratsu gertatu da.

### 3.1. Euskararen garapen motela eta inputaren eragina

Bestalde, 26. hilabetetik aurrera hizkuntza-inputaren eragina nabarmen gertatzen delarik, ikerketa honetan ikusi nahi izan da euskararen garapen motelena duten haurrak inputaren araberako lau haur-taldeen artean zein proportziotan banatzen diren.

Lehenago esan den bezala, jakina da ikerkuntza elebidunaren eremuan badirela hizkuntza bat bestea baino motelago garatzen duten haurrak (Meisel 2004, Bernardini eta Schlyter 2004), eta, beraz, astiroago garatzen duten hizkuntza horretan puntuazio baxuagoak izateak ez du zertan pentsarazi haur horiek (hizkuntza horretan ere) atzerapen kognitiboren bat izan behar dutenik.

Hori dela eta, ikerketa honetako azpi-atal honetan euskararen garapen motelena duten haurren banaketari begiratuko zaio, 26tik 30 hilabeterako adin-tartean. Horretarako, Barreña eta bestek (2008) *Komunikazio garapena neurtzeko zerrenda* testaren gidaliburuan bildutako datuak erabiliko dira nagusiki, inputaren araberako talde banaketan aldaketa txiki bat sartu bada ere: lan hartan A,B eta C taldeak ziren bezala, oraingoan C taldea bi azpitaldetan bereizi da: C eta D. Hala bada, 26tik 30 hilabetera bitarteko umeen artean, 10 pertzentilaren azpitik dauden haurrekin jardungo dugu datozen paragrafoetan (6. taula).

Komunikazio-garapenaren ebaluazioa egitean, MacArthur-Bates tresna garapen-arriskuan egon daitezkeen haurrak antzemateko erabili ohi da, besteak beste. Horrela, hizkuntzaren garapen puntuazioak, bereziki lexiko mailan, 10 pertzentilaren azpitik dituzten haurrei komunikazioaren garapenean

aldi batean jarraipena egitea komeni dela proposatu izan da, arazorik edo atzerapenik dagoen antzemateko (Thal eta Katich 1996), eta hainbat kasutan tratamendu konpentsatzailea ere behar izaten dutela esan da (Mariscal eta beste 2007). Kontu hau, edozelan ere, ez dago hain garbi, Thalek eta Katichek erakutsi dutenez, ingelesaren kasuan 10 pertzentilaren azpitik dauden 30 hilabetez azpiko haurren erdiek, gutxienez, hizkuntza normaltasun osoz garatzen baitute geroago. Badirudi, beraz, 10 pertzentilaren azpitik egotea ez dela beti garapen ez-normalaren adierazgarri garbia, eta are gutxiago haur elebidunen kasuan, euren hizkuntzetako bat bakarrik neurtzen den kasuetan, betiere, haur elebidunen kasuan hizkuntza bietako kontzeptuen bateraketa egin beharko bailitzateke; baina, nolana ere, kontuan izateko datu bat da delako pertzentil hori.

Horixe izan da ikerlan honetan egoera horretan dauden haurren behaketaren arrazoia. Ikusi nahi da ea euskararen garapen motelena dutenak izanda, nolabaiteko loturarik ba ote dagoen haur horien hiztegi edo gramatika-mailako balio baxuen (beren adin-tarteko puntuazio txikiena duten haurren %10) eta input baxuaren artean, beren inguruan euskara gutxi entzutearen artean, alegia.

#### 6. taula

#### 26tik 30 hilabetera bitarteko 10 pertzentilaren azpitik dauden haurren banaketa euskarazko inputaren arabera taldeetan bereizita eta ehunekoetan

	A taldea	B taldea	C taldea	D taldea	Guztira
<b>Lexikoaren garapena</b>	%3 (7 haur)	%7,6 (8 haur)	%9,1 (3 haur)	%21,7 (5 haur)	(21 haur)
<b>Morfologiaren garapena</b>	%11,1 (26 haur)	%11,4 (12 haur)	%21,2 (7 haur)	%34,8 (8 haur)	(53 haur)
<b>Esaldiaren luzera</b>	%19,2 (45 haur)	%23,1 (24 haur)	%42,4 (14 haur)	%56,5 (13 haur)	(96 haur)

Taulan ikusten den legez eta lexikoaren garapenari dagokionez, 10 pertzentilaren azpitik dauden haurrak, kopuruetan, honakoak dira: A taldeko %3, B taldeko %7,6, C taldeko %9,1 eta D taldeko %21,7.

Orain arte ikusitakoarekin bat, zenbat eta input txikiagoa izan euskaraz haurrek, orduan eta haur gehiago daude puntuazio baxuko haurren artean, euskararen garapen motelagoa dute-eta.

Halere, datu horiek aurkeztean, lexikoaren arlokoak dira garrantzitsuenak, izan ere, morfologiaren eta esaldi luzeraren garapenekoek oso gutxi esaten

baitute 10 pertzentilaren nozioa bera hausten dutelako, balio minimoetan, haurren %10 baino askoz ere gehiago dagoelako, bereziki esaldi luzeraren garapenaren emaitzetan.

#### 4. Eztabaida

Jaso diren datuak aztertutik, ondoko ondorio nagusiak nabarmentzea proposatzen da, beti 16tik 30 hilabetera bitarteko hurrekin egin den ikerketa honen emaitzen arabera:

1. Haurrak txikiak diren bitartean, 25 hilabete izan arte alegia, batez besteko datuetan betiere, entzundako hizkuntzaren kantitateak ez du, itxuraz, eragin esanguratsurik euskararen lexikoaren eta gramatikaren garapenean; euskara hutsa entzuten duten hurrek zein erdara (gaztelania, frantsesa) euskara beste edo gehiago entzuten dutenek maila bereko garapena dutela pentsa daiteke; hemen aztertutako lau haurtaldeen artean ez da alde esanguratsurik aurkitu adin horietan, eta ezin zaio, beraz, baieztatutakoaren aurkakoari inola ere eutsi; aurkitutako aldeak norbanakoen aldakortasunak azaltzen ditu analisi estatistikoaren arabera.
2. Hogeita seigarren hilabetetik hogeita hamargarren hilabetera bitartean, ostera, entzundako hizkuntzaren kantitateak eragin zuzena eta nabarrena du euskararen lexikoaren, sintaxiaren zein morfologiaren garapenetan; alabaina, baieztapen honek zehaztapen batzuk egitea eskatzen du;
  - 2.1. lehenengo eta behin, euskal elebkarrek edo euskara maila handian entzuten duten elebidunek aukera handiagoak dituzte euskara bizkorrago garatzeko (hiztegi handiagoa, esaldi luzeagoak eta morfologia-marka gehiago); datu estatistikoek hori horrela gertatzen dela baiesten dute, bederen;
  - 2.2. bigarrenik, entzundako hizkuntza kantitatea ez da baldintza nahikoa euskararen garapen bizkorra izateko; badira eta euskara hutsa edo erdara baino maizago entzunagatik ere garapen motelagoa erakutsi duten haur batzuk ere, adibidez lexikoaren ikerketan 10 pertzentilaren azpitik ikusi diren A taldeko 7 haur eta B taldeko 8 haurrak, alegia;
  - 2.3. hirugarrenik, inguruan euskara erdararen antzera edo gutxiago entzuten dutenean, hurrek euskaldun huts edo euskara maila handian entzun duten elebidunen euskarazko lexikoa eta gramatika garatzeko aldi handiagoa behar dutela dirudi;



- 2.4. laugarrenik, nabarmena da zenbat eta euskara gutxiago entzun orduan eta gutxiago edo motelago garatzen dela hizkuntza, eta mantsotasun hori bereziki ikusten da 26tik 30 hilabeterako adin-tartean euskarak inputaren erdia edo gutxiago osatzen duen haurren kasuan (%60tik behera);
3. Entzundako hizkuntza-kopuruak euskararen garapenean duen eragina zuzen-zuzen dago lotuta lexikoaren jabetzearekin; aurkitu den garapen-aldea ez da halabeharrez hogeita seigarren hilabetetik aurrera gertatzen; gogoan izan behar da adin horretan, beti batez besteko datuak kontuan izanik, hasten direla haurrak hirurehun hitzetik gora erabiltzen; euskara gehiago entzuten dutenek errazago dute, antza denez, hiztegi hori ondoko hilabeteetan handitzea, eta ondorioz gramatika garatzea; ostera, baliteke hizkuntza bi aldi berean entzuten eta garatzen ari diren haurrek denbora edo aro luzeagoa behar izatea hirurehunetik laurehunera bitarteko hitzeko hiztegia izateko jabetzen ari diren hizkuntzetako bakoitzean, eta, ondorioz, masa lexiko kritikoarekin lotuta doazen gramatika-ezaugarriak garatzeko; emaitzek, gainera, nabarmen erakutsi dute lexikoaren ekoizpena korrelazionaturik dagoela morfologiaren eta sintaxiaren garapenarekin;
4. Euskarazko inputak euskararen garapenean duen eragina garrantzitsua eta esanguratsua izan arren, badirudi inputean euskara gutxiago dutenek ez dutela beti-beti garapen mantsoagoa erakusten; euskara motelago garatzen ari diren haurren artean elebakarren zein euskara asko entzuten duten elebidunen kopuruak txikiagoak izan arren, bai baitaude halakoak ere, eta alderantziz ere bai: badira euskara gutxiago entzun arren euskara inputean nagusia duten haurren antzeko puntuazioak lortzen dituzten haurrak ere C eta D taldeetan.

Laburbilduta, beraz, entzundako euskararen kantitatearen eragina nabarmena da euskararen garapenean, 26tik 30 hilabetera bitartean hain zuzen. Eragin hori lexikoan, morfologian eta esaldien luzeran nabarmentzen da. Ez da, ordea, halakorik aurkitu haur gazteagoen artean. Edozelan ere, aztertutako corpusean ez da ageri alde handiegirik euskara hutsean edo nagusiki euskara entzunez hazten diren haurren artean. Alde esanguratsuak, euskara hizkuntzetako entzunena ez denean hasten dira agertzen adin txiki horietan.

Antzeko ondorioetara heldu ziren Pearson eta bestek (1995, 1997) ingelesa eta gaztelania aldi berean bereganatzen ari ziren haurren hiztegi-mailako garapena aztertu zutenean. Ikertzaile hauek ondorioztatu zuten elebidunak ez zirela elebakarren mailara iristen hizkuntza bakoitzean. Halere, konturatu ziren ezberdintasunak 25 hilabetetik aurrera hasten zirela azalerrazten. Gainera, hizkuntza bietako kontzeptu-kopuruak bilduta elebidunek elebakarrek adinako hiztegi-garapena lortu zutela ikusi zuten, kontzeptu-

bilketa horretan hizkuntza bietan errepikatzen ziren kontzeptuak behin bakarrik kontatuta, noski.

Ikertzaile hauek *Communicative Development Inventories* (CDI) tresna erabili zuten ingelesaren (Fenson eta beste 1993) zein gaztelaniaren (Jackson-Maldonado eta beste 2003<sup>4</sup>) garapena neurtzeko, ikerketa honetan oinarri legez erabili den bera, nahiz hizkuntza bakoitzean bertsio ezberdina duen.

Tresna berbera erabilia, Marchman eta bestek (2004) Estatu Batuetako ingelesa eta gaztelania aldi berean eta txiki-txikitatik bereganatzen ari ziren 16tik 30 hilabetera bitarteko 135 haurren garapena aztertuta, hizkuntza bietan, antzeko ondorioetara heldu ziren, lexikoaren zein morfologiaren garapenean. Ikertzaile horiek aztertutako haurrak elebidunak zirenez, erabilitako tresnen eraikinean lortutako emaitzekin erkatu zituzten (Fenson eta beste 1993, Jackson-Maldonado eta beste 2003), aipatutako tresnetako haurrak elebakarrak baitziren. Ondorio legez zera bildu zuten: elebidunen hizkuntza biak kontuan hartuz gero, ez dago elebakarrekiko alderik. Horretarako lexikoan *hiztegi konposatu* kontzeptua erabili zuten. Hiztegi konposatu horretarako edozein hizkuntzatan gauzatutako hitz-sarrerak zenbatu zituzten, baina errepikatua kontuan hartu gabe. Esaterako, haur batek «dog» eta «perro» esaten bazituen puntu bakartzat hartzen zuten, baita «cat» esan gabe «gato» esaten bazuen ere. Kontaketa horrela eginez gero, beraz, haur elebidunek ez zuten alderik erakutsi elebakarrekin alderatuta, ez lexikoan, ezta morfologiaren arloan ere.

Gugandik hurrago, Pérez Pereirak (2008) galiziera eta gaztelania aldi berean garatzen ari ziren haur elebidunen azterketa egin zuen, CDI tresnaren galizierazko egokitzapenean oinarrituta (Pérez Pereira eta García Soto 2003). Ikertzaile honek galiziera hutsik bereganatzen ari diren haurren lexikoaren, morfologiaren eta esaldien luzeraren garapena galiziera eta gaztelania aldi berean bereganatzen ari diren haurrekin erkatu eta aztertu zuen. Horretarako, ikerketa honetan bezala, 16tik 30 hilabetera bitarteko haurren datuak bildu zituen, guztira 706 haurrenak, 275 elebakar (laginaren %39) eta 431 elebidun (laginaren %61). Pérez Pereirak talde bi bakarrik bereizi zituen: elebakarrena eta elebidunena, eta haren ondorioa haur euskaldunen emaitzen alderantzizkoa izan da: haur elebidunek emaitza berdintsu edo hobeak lortu zituzten neurtutako arlo guztietan galizieraz, elebakarrek baino.

Edozelan ere, Pérez Pereirak berak aipatzen duenez bi arrazoi egon daitezke emaitzak azaltzen dituztenak. Alde batetik, galizieraren eta gaztelaniaren hurbiltasuna kontuan izanik, gurasoek izan dezaketen zailtasuna umeak dakien hitza bietako zein hizkuntzatakoa den zehazteko. Fenomeno hau

<sup>4</sup> Jackson-Maldonadok eta bere taldekideek orduan tresna eraikitzen ziharduten, emaitza osoak geroago argitaratu zituzten arren.

irudikatzeko egileak berak galdetegian agertzen diren hitz batzuen erkaketa dakar hizkuntza bietan: *casa/casa, mesa/mesa, pan/pan, auga/agua*, eta *chaves/llaves* (galiziera/gaztelania). Beste alde batetik, elebidunen etxeetan hizkuntza biak nahasian erabiltzearena izan daiteke bigarrena.

Horregatik, harrigarria egiten zaio ikertzaileari aurkitutako alderik txikienetakoa hiztegia izan dela ikustea, hizkuntza bien hurbiltasuna, bere ustez, batez ere hiztegia islatu beharko litzatekeelako. Alabaina, elebidunen eta elebakarren arteko alderik handienak, sarritan esanguratsuak ere badirenak, sintaxiaren eta morfologiaren garapenean aurkitu ditu. Eta bere ustez, horrela baitio, hizkuntzen hurbiltasunak ez die erantsitako erraztasuna eskaintzen haur elebidunei arlo hauetan<sup>5</sup>.

Halere, gure ustez, galiziera eta gaztelania hurbileko ahaideak dira sintaxi eta morfologia-kontuetan ere, eta antzekotasunak oso handiak dira. Gurasoei eman zaizkien galdetegiaren arakatuta, esaterako, honako antzekotasunak ikus daitezke: pluralaren marka bera (-s), generoa markatzeko morfema beraienak (-o/-a), aditzetan aldia eta aspektua markatzeko atzizki berak edo oso antzekoak (-aba eta -ia iragana adierazteko, -ra etorkizuna adierazteko), aspektu burutua adierazteko aditz perifrasi oso antzekoa («*está tapado*» edo «*está rompido*» izan dira gurasoei galizierazko galdetegian eman zaizkien adibideak), aditz-komuntadura bera -pluraleko bigarren pertsonaren kasuan izan ezik- («*como, comes, come, comemos, comedes, comen*» edo «*subo, subes, sube, subimos, subedes, suben*», izan dira galdetegian gurasoei eskaini zaizkien adibidetako batzuk).

Gure ustez, haur elebidunen gurasoek, hiztegi-kontuetan ez ezik, morfologiaren arloan ere zailtasunak izan ditzakete euren haurra zein hizkuntzatan ari den jakiteko.

Gainera, ikertzaileak berak aipatzen du, esaterako, gurasoei haurren batbateko hiru esaldirik luzeenak idaztea eskatzen zaien atalean, gurasoek gaztelaniazko esaldiak ere idazten zituztela tarteka galizierari buruzkoa zen galdetegian. Halakorik ez zen gertatu, ordea, tresna beraren euskarazko datu bilketan, hots euskarazko esaldien ordeztasunak gaztelaniazkoak idaztea.

Edozelan ere, gure ustez behintzat, galizierak eta gaztelaniak dituzten antzekotasunek elebidunek hizkuntzak elebakarren antzera garatzea justifikatuko luke, baina ez bizkorrago garatzea edo adin bera dutenen artean emaitza hobekak erdiestea. Badirudi, beraz, emaitza horiek beste nolabait ere interpreta daitezkeela: haur elebidunek hizkuntza bietan erdiesten duten garapenen bil-

<sup>5</sup> However, the main differences between the two groups of children were found in those sections of the CDI that assess grammatical development, in which bilingual children are not favoured by this instrument (Pérez-Pereira 2008).

keta bezala, Pearson eta bestek (1995, 1997) eta Marchman eta bestek (2004) egin zuten kontzeptu-bilketaren antzera.

Halere, Marchman *eta beste* (2004)-k aztertutako laginean ez zuten ondorioztatu lexiko konposatua zeritzotenak eragina izan zuenik gramatikaren eta sintaxiaren garapenean, elebidunengan ez baitzuten arlo horietan garapen handiagorik edo bizkorragorik ikusi. Galizieraz, ostera, badirudi hori gertatzen dela, beharbada hizkuntza bien hurbiltasunagatik. Cummins (1979)-k aipatu zuen ildotik, elebidunek garatzen dituzten hizkuntzak hainbatean baldintzatuta egon daitezke euren antzekotasunaren edo ezberdintasunaren arabera, antzekotasunak elkarrekiko bizkortasuna areagotzen duelarik.

Nolanahi ere, nabarmena da elebidunen hizkuntza biak tipologikoki oso ezberdinak direnean eta hiztegi txit bereziak dituztenean, euskarak eta gaztelania bezala, eta ingelesak eta gaztelania bezala, adin bereko elebidunek ez dituztela elebakarrek baino emaitza askoz ere hobekak erdiesten, batez beste-koetan behintzat.

Gainera, euskaraz eta gaztelaniaz jabetzen ari diren haurrek erakutsi dutenez, oso munta handikoak izan daitezke hauraren adina eta entzundako hizkuntzaren kantitatea. Haurrek 25 hilabete izan arte bereganatu duten hiztegia 300 unitatetik beherakoa denean, ez da alde esanguratsurik elebakarren eta elebidunen artean. Ondoren, 26 hilabetetik aurrera hasten dira ezberdintasunak esanguratsu bihurtzen. Baina horretarako, ezberdintasunak esanguratsuak izan daitezen, elebidunek entzuten duten euskararen kantitateak entzundako hizkuntzaren %60etik beherakoa izan behar du, batez bestekotan betiere. Are gehiago, %60tik %40ra entzuten dutenek emaitza hobekak lortzen dituzte %40tik %20ra entzuten dutenenekin alderatura. Hemen aurkeztutako ikerketan behintzat, hori erakusten dute emaitzek.

Euskararen garapenean normaltasunaren inguruan, bestalde, hemen aurkeztutako datuak ikusirik, badirudi aurkitu diren aldeak —euskararen inporteko hizkuntza nagusitzat ez duten elebidunekiko— 26tik 30 hilabeteko tartean esanguratsuak izan arren, aurrez ere espero zitezkeela. Agian, uste izandakoak baino hobekak dira. Batetik, jabekuntzaren erritmoan aldeak izatea iragarrita egon da, gaineko ikerketetan ikusi den legez. Bestetik, erritmoaren inguruko aldeak esanguratsuak neurri mugatuan baino ez dira aurkitu, datuei zein adinari begiraturik.

Gainera, datuek baietsi egin dute 10 pertzentilaren azpitik badirela, bai euskara hizkuntza elebakar legez garatu dutenak zein modu nagusian entzun duten elebidunak ere.

Datu horiek, nolanahi ere, bizpahiru ohar garrantzitsu behar dituzte. Batetik, ez da inon, guk dakigula, erlazio zuzena baietsi 30 hilabetez beheko haurren hizkuntzaren garapenean 10 pertzentilaren azpitik egotearen eta hiz-

kuntzaren garapen ez-ohikoa izatearen artean. Aldiz, badakigu pertzentil horren azpitik egonik ere geroago hizkuntzaren garapen normala gauzatzen dutela 30 hilabetez azpiko haurrek (Thal eta Katich 1996).

Bestetik, gogoan izan behar da ikerketa honetan elebidunen hizkuntzetako bat baino ez denez aztertzen ezin dela behin betiko daturik eskaini, norbanakoka, eta oso desegokia litzatekeela ondorioztatzea euskaraz atzerapen handia duten haurren kasuan hizkuntza-arazoren bat dutenik, bereganatzen ari den beste hizkuntz(et)ako datuen berri izan gabe, zeinetan garapen guztiz normala izan dezaketen.

Azkenik, garapenean antzemandako haur batzuen balizko zailtasunaz edo atzerapenez era egokiagoan hitz egin ahal izateko, 30 hilabeterekin amaitzen den ikerketak haur zaharragoen datuak biltzen jarraitu beharko luke, hartara, adin txikietan aurkitutako ustezko zailtasunak edo atzerapenak hurrengo hilabete eta urteetan ere irauten duen ikusteko, baliteke eta 30 hilabeteak arte adinkideak baino atzerago abiatu arren hurrengo hilabeteetan adinkideen garapen-maila berera iristea ere, esate batera hiru urteen inguruan.

Kontu honi dagokionez, beraz, argi dago ikerketa sakonagoa beharrezkoa dela kasuan kasuko diagnosi argia egiteko: haur elebidunen hizkuntza bietako garapenei begiratu behar zaie haur elebidun edo eleanitzen kasuan, batetik, eta bestetik, 30 hilabetez gorako garapenari ere begiratu beharko litzaioke.

## 5. Ondorioak

Euskaraz eta gaztelaniaz (edo frantsesez) aldi berean jabetzen ari diren haurren euskararen garapenean eragin zuzena du entzundako euskararen kantitateak: lexikoarenean, morfologiarenean zein esaldi luzerarenean. Eragin hori nabarmena egiten da 26tik 30 hilabetera bitarteko adin-tartean. Goizago ere, 21etik 25 hilabetera bitartean, badira aldeak elebakarren eta euskara maila ertainean eta txikian (erdararen paretsu edo gutxiago) entzun duten elebidunen alde, baina aldeok ez dira esanguratsuak.

Hiztegia, morfologia edota esaldien luzera motelago garatzea edo gutxiago garatzea salbuespen barik gertatzen da 26-30 hilabete bitartean euskara erdararen paretsu edo gutxiago entzun duten haurren kasuan (euskarak inputaren %60 baino gutxiago osatzen duenean). Halere, aurkakoa ez da beti betetzen, hots, euskara hutsik entzun arren edo euskara nagusiki entzun arren, haurrak ez du segurtatuta bere adineko batez bestekoen maila lortuko duenik beti.

Emaitzek, bestalde, hiztegiaren tamainak morfologiaren eta esaldiaren luzeraren garapenerako duen munta ere baieztatzen dute. Badirudi 300 hitzeko hiztegia baino handiagoa duen haurrak gramatika-markak ere bizkorrago bereganatzen dituela.

Bestalde, euskara motelago garatu duten haurrak, adin-tarte bakoitzeko 10 pertzentilaren azpitik agertzen direnak alegia, euskara asko entzundako zein gutxiago entzundako haurrak izan daitezkeela ikusi da. Horrek elebidunen garapen normala baiesten du, inoiz motelagoa den arren -euskara inpute-ko hizkuntza nagusia ez denean bereziki-.

Halere, ikerketa honek mugak ere baditu. Batetik, ikerketa honetan ez da elebidunen hizkuntza bietako daturik bildu, soilik jaso ahal izan dira euskarazko datuak. Bestetik, ez da bildu hogeita hamar hilabetetik aurrera gertatzen dena. Eta kontu horiek garrantzi handikoak dira biak ala biak. Horregatik guztiagatik oso garrantzitsua izango da hurrengo ikerketetan hogeita hamar hila- betetik gorako hurrekin gertatzen dena aztertzea, eta hizkuntza bietan gerta- zen denari begiratzea.

Bestalde, interesgarria litzateke, baita ere, euskara txiki-txikitatik baina ko- puru apalean entzun duten haurren euskararen garapena arreta handiagoaz begiratzea, hots, erdara nagusidun elebidunen euskararen garapena. Ikerketa honetan berezitasun horietako oso haur-kopuru txikia aztertu da, eta komeni- garri ikusten da kopuru handiagoetan oinarritutako ikerketak gauzatzea.

Gure ustez, eta hau hipotesi hutsa da, euskara inputean nagusi ez duten haur elebidunek aro edo aldi luzeagoa behar dute, gramatikaren jabetzea abia- raziko duen masa lexiko kritikoa bereganatzeko baina behin hiztegi-maila hori lortuz gero elebakarren adinako maila izango dute gramatikan ere.

Gainera, inola ere ez da ulertu behar elebidunen hizkuntza-garapena atzerago datorrenik. Batetik, badirelako garapen-erritmo motelagoa duten ele- bakarrak ere. Bestetik, elebidunen garapena normaltasunaren parametroen barruan gertatzen delako, talde legez hartuta.

## Bibliografia

- ALMGREN, MARGARETA (2000), *La adquisición del tiempo y aspecto verbal en euskara y caste- llano*. Euskal Herriko Unibertsitatea: Doktorego Tesia.
- ALMGREN, MARGARETA eta BARREÑA, ANDONI (2001), «Bilingual Acquisition and Separation of Linguistic Codes: Ergativity in Basque Versus Accusativity in Spanish». In K.E. Nelson, A. Aksu-koc eta C.E. Jonson (arg.) *Children's Language*, Volume 11: *Interactional Contribution to Language Development*, Mahwah, New Jersey: Lauwren- ce Erlbaum Associates, 27-48 or.
- (2005), «El desarrollo de la morfología de futuro en castellano y euskera en ni- ños monolingües y bilingües». *Cognitiva* 17 (2): 127-142 or.
- ARRATIBEL, NEKANE, BARREÑA, ANDONI, PÉREZ-PEREIRA, MIGUEL eta FERNÁNDEZ, PILAR (2005), «Comparaciones interlingüísticas euskara-gallego del desarrollo léxico y gramatical infantil». In M.A. Mayor, B. Zubiauz eta E. Díez (arg.) *Estudios sobre la adquisición del lenguaje*, Salamanca: Aquilafuente - Ediciones Universidad de Salamanca, 983-996 or.

- BARREÑA, ANDONI (1997), «Desarrollo diferenciado de sistemas gramaticales en un niño vasco-español bilingüe». In W. Glass eta A.T. Pérez-Leroux (arg.) *Contemporary Perspectives on the Acquisition of Spanish*, Somerville: Cascadilla Press, 55-74 or.
- (2000), «Estructuras Subordinadas en Niños Monolingües y Bilingües Vasco-Españoles». In R.P. Leow eta C. Sanz (arg.) *Spanish Applied Linguistics at the Turn of the Millennium*, Somerville: Cascadilla Press, 157-173 or.
- (2001), «Grammar Differentiation in Early Bilingual Acquisition: Subordination Structures in Spanish and Basque». In M. Almgren, A. Barreña, M.J. Ezeizabarrena, I. Idiazabal eta B. McWhinney (arg.) *Research on child language acquisition*, Somerville: Cascadilla Press, 78-94 or.
- BARREÑA, ANDONI eta ALMGREN, MARGARETA (1999), «Jabekuntza elebiduna eta kode-be-reizketa: subjektuen eta objektuen markak». *Uztaro* 29: 61-94.
- BARREÑA, ANDONI eta EGUZKITZA, ANDOLIN (2005), «Gaztelaniazko de preposizioaren eta euskarazko genitiboaren jabekuntzaz». In P. Etxeberria eta E. Knör (arg.) *Nerekin yajo nun: Txillardegiri omenaldia*, Bilbo: Euskaltzaindia (Iker 17), 125-145 or.
- BARREÑA, ANDONI, GARCÍA, IÑAKI eta EZEIZABARRENA, MARIJOSE (2008), «Influence of the linguistic environment on the development of the lexicon and grammar of Basque bilingual children». In C. Pérez-Vidal, M. Juan-Garau eta A. Bel (arg.) *A portrait of the young in the new multilingual Spain. Issues in the acquisition of two or more languages in multilingual environments*, Londres: Multilingual Matters, 146-169 or.
- BARREÑA, ANDONI, GARCÍA, IÑAKI, ALMGREN, MARGARETA eta ARRATIBEL, NEKANE (2006), «Lexikoaren eta gramatikaren garapenen arteko erlazioaz». *Gogoia* VI-I: 55-76.
- BARREÑA, ANDONI, GARCÍA, IÑAKI, EZEIZABARRENA, MARIJOSE, ALMGREN, MARGARETA, ARRATIBEL, NEKANE, OLANO, IDOIA, BARNES, JULIA, PETUYA, ALAZNE eta COLINA, AMAIA (2008), *MacArthur-Bates komunikazio garapena neurtzeko zerrenda. Erabiltzaileentzako gida eta eskuliburu teknikoa*. Bilbo: UEU.
- BASSANO, DOMINIQUE (2000), «Early development of nouns and verbs in French: Exploring the interface between lexicon and grammar» *Journal of Child Language* 27: 521-559.
- BATES, ELISABETH eta GOODMAN, JUDITH C. (1997), «On the inseparability of grammar and the lexicon: Evidence from acquisition, aphasia and real-time processing». *Language and Cognitive Processes* 12: 507-586.
- BATES, ELISABETH, BRETHERTON, INGE eta SNYDER, LYNN (1988), *From first words to grammar: Individual differences and dissociable mechanisms*. New York: Cambridge University Press.
- BATES, ELISABETH, MARCHMAN, VIRGINIA, THAL, DONNA, FENSON, LARRY, DALE, PHILIP, REZNICK, J. STEVEN, REILLY, JUDY eta HARTUNG, JEFFREY (1994), «Developmental and stylistic variation in the composition of early vocabulary». *Journal Child Language* 21: 85-123.
- BERGMAN, CORAL R. (1976), «Interference vs. Independent Development in Infant Bilingualism». In G.D. Keller, R.V. Teschner eta S. Viera (arg.) *Bilingualism in the Bicentennial and Beyond*, New York: Bilingual Press/Editorial Bilingüe, 86-96 or.
- BERNARDINI, PETRA eta SUZANNE SCHLYTER (2004), «Growing syntactic structure and code-mixing in the weaker language: The Ivy Hypothesis». *Bilingualism: Language and Cognition* 7 (1), 49-69.
- BIALYSTOK, ELLEN (1991), *Language processing in bilingual children*. Cambridge: Cambridge University Press.



- BROWN, ROGER (1976), *A first language. The early stages*. Cambridge: Harvard University Press.
- BUTLER, YUKO G. eta HAKUTA, KENJI (2004), «Bilingualism and second language acquisition». In T.K. Bhatia eta W.C. Ritchie (arg.) *The handbook of bilingualism*, Malden, MA: Blackwell, 114-144 or.
- CASSELLI, MARÍA CRISTINA, CASADIO, PAOLA eta BATES, ELISABETH (1997), «A comparison of the transition from first words to grammar in English and Italian». *Journal of Child Language* 26: 69-111.
- CUMMINS, JAMES (1979), «Linguistic interdependence and the educational development of bilingual children». *Review of Educational Research* 49: 222-251.
- DE HOUWER, ANICK (1991), *The Acquisition of Two Languages from Birth: a Case Study*. Cambridge: Cambridge University Press.
- (1995), «Bilingual Language Acquisition». In P. Fletcher eta B. McWhinney (arg.) *The Handbook of Child Language*, Cambridge MA: Blackwell, 219-250 or.
- DEUCHAR, MARGARET eta QUAY, SUZANNE (2000), *Bilingual Acquisition: Theoretical Implications of a Case Study*. Oxford: OUP.
- DEVESCOVI, ANTONELLA, CASELLI, MARIA CRISTINA, MARCHIONE, DANIELA, PASQUALETTI, PATRIZIO, REILLY, JUDY eta BATES, ELISABETH (2005), «A crosslinguistic study of the relationship between grammar and lexical development». *Journal of Child Language* 32: 759-786.
- ELOSEGI, KRISTINA (1998), *Kasu eta preposizioen jabekuntza-garapena haur elebidun baten gan*. Bilbo: Euskal Herriko Unibertsitatearen Argitalpen Zerbitzua.
- EZEIZABARRENA, MARÍA JOSÉ (1996), *Adquisición de la morfología verbal en euskera y castellano por niños bilingües*. Bilbo: Euskal Herriko Unibertsitatearen Argitalpen Zerbitzua.
- (1997) «Morfemas de concordancia con el sujeto y con los objetos en el castellano infantil». In A.T. Pérez-Leroux eta W.R. Glass (arg.) *Contemporary Perspectives on the Acquisition of Spanish*, Somerville: Cascadilla Press, 21-36 or.
- (2001), «Non-finite root sentences: a language specific or a child language specific option?». *Working Papers in Multilingualism* 26, 1 (University Hanburg): 54-72.
- (2002) «Root infinitives in two pro-drop languages». In A.T. Pérez-Leroux eta J. Licerias (arg.) *The Acquisition of Spanish Morphosyntax: the L1 / L2 connection*, Dordrecht: Kluwer, 33-64 or.
- FENSON, LARRY, DALE, PHILIP S., REZNICK, J. STEVEN, THAL, DONNA, BATES, ELISABETH, HARTUNG, JEFFREY P., PETHICK, STEVE eta REILLY, JUDY S. (1993), *Communicative Development Inventories. User's Guide and Technical Manual*. San Diego: Singular Publishing Group, INC.
- GALLEGO, CARLOS eta LÓPEZ-ORNAT, SUSANA (2005), «El desarrollo del vocabulario temprano. Su evaluación con el iLC». In M.A. Mayor Cinca, B. Zubiauz de Pedro eta E. Díez-Villoria (arg.) *Estudios sobre la adquisición del lenguaje*, Salamanca: Aquilafuente - Eds. Universidad de Salamanca, 909-928 or.
- GARCIA, IÑAKI, ARRATIBEL, NEKANE eta BARREÑA, ANDONI (2008), «Adaptación de los inventarios MacArthur-Bates al euskara: desarrollo comunicativo entre los 8 y 30 meses». *Infancia y Aprendizaje*, 31 (4): 411-424.
- GENESE, FRED (2001), «Bilingual first language acquisition: Exploring the limits of the language faculty». *Annual Review of Applied Linguistics* 21:153-168.
- GENESE, FRED, NICOLADIS, ELENA eta PARADIS, JOHANNE (1995), «Language differentiation in early bilingual development». *Journal of Child Language* 22: 611-631.



- GROSJEAN, FRANÇOIS (1982), *Life with two languages*. Cambridge: Harvard University Press.
- GUASTI, MARIA TERESA (2002), *Language Acquisition. The Growth of Grammar*. Cambridge Massachusetts: The MIT Press.
- HOMEL, ANNE, HANSEN, ELISABETH, GIMBEL, JORGEN eta JORGENSEN, JESS NORMANN (1988), *Bilingualism and the individual*. Clevedon, UK: Multilingual Matters.
- IDIAZABAL, ITZIAR (1991), «Haur txikien hizkuntz heldutasuna neurtzeko baliapide bat: esaldien bataz besteko luzeera (EBBL) edo "MLU"». In J.A. Lakarra (arg.) *Memoriae L. Mitxelena Magistri Sacrum*, Donostia: ASJU gehigarria, 1289-1295 or.
- (1995), «First Stages in the Acquisition of Noun Phrase Determiners by a Basque-Spanish Bilingual Child». In C. Silva-Corvalan (arg.) *Spanish in Bilingual Context*, Washington: Georgetown University Press, 260-278 or.
- JACKSON-MALDONADO, DONNA, THAL, DONNA, FENSON, LARRY, MARCHMAN, VIRGINIA A., NEUTON, TYLER eta CONBOY, BARBARA (2003), *MacArthur inventarios del desarrollo de habilidades comunicativas. User's Guide And Technical Manual*. Baltimore: Paul H. Brookes.
- JUAN-GARAU, MARÍA eta PÉREZ-VIDAL, CARMEN (2001), «Subject realization in the syntactic development of a bilingual child». *Language Cognition* 3 (3): 173-191.
- LANZA, ELISABETH (1998), «Cross-linguistic influence, input and the young bilingual child». *Bilingualism: Language and Cognition* 1 (3): 181-182.
- LINDHOLM, KATHRYN J. eta PADILLA, AMADO (1978), «Child bilingualism: report on language mixing, switching and translations». *Linguistics* 211: 23-44.
- (1979), «Language mixing in bilingual children». *Journal of Child language* 5: 327-335.
- LLEO, CONXITA KUCHENBRANDT, IMME, KEHOE, MARGARET eta TRUJILLO, CRISTINA (2003), «Syllable final consonants in Spanish and German monolingual and bilingual acquisition». In N. Müller (arg.) *(In)vulnerable Domains in Multilingualism*, Amsterdam-Philadelphia: Benjamins, 191-220 or.
- MARCHMAN, VIRGINIA eta BATES, ELISABETH (1994), «Continuity in lexical and morphological development: a test of the critical mass hypothesis». *Journal of Child Language* 21: 339-366.
- MARCHMAN, VIRGINIA A., MARTÍNEZ-SUSSMANN, CARMEN eta DALE, PHILIP S. (2004), «The language-specific nature of grammatical development: evidence from bilingual language learners». *Developmental Science* 7 (2): 212-224.
- MARISCAL, SONIA, LÓPEZ-ORNAT, SUSANA, GALLEGO, CARLOS, GALLO, PILAR, KAROUSOU, ALEXANDRA eta MARTÍNEZ, MARIA (2007), «La evaluación del desarrollo comunicativo y lingüístico mediante la versión española de los inventarios MacArthur-Bates». *Psicothema* 19 (2): 190-197.
- MEISEL, JÜRGEN M. (1989), «Early Differentiation of languages in bilingual children». In K. Hyltenstan eta L. Obler (arg.) *Bilingualism across the Lifespan: Aspects of Acquisition, Maturity and Loss*, Cambridge: Cambridge U. P., 13-40 or.
- (1994), *La adquisición del vasco y del español en niños bilingües*. Frankfurt am Main: Vervuert-Iberoamericana.
- (2001), «The simultaneous acquisition of two first languages: Early differentiation and subsequent development of grammars». J. Cenoz eta F. Genesee (arg.) *Trends in Bilingual acquisition*, Philadelphia / Amsterdam: John Benjamins Publishing Company, 11-41 or.
- (2004), «The bilingual child». In T.K. Bhatia y W.C. Ritchie (arg.) *The handbook of bilingualism*, Oxford: Blackwell 91-113 or.

- (2007), «Age of onset in successive acquisition of bilingualism: Effects of grammatical development». In M. Kail, M. Fayol eta M. Hickman (arg.) *Proceedings of the International Conference on First and Second Language Acquisition*. Paris.
- MÜLLER, NATASCHA (1998), «Transfer in bilingual first language acquisition». *Bilingualism: Language and Cognition* 1 (3): 151-171
- PADILLA, AMADO eta LIEBMAN, ELLEN (1975), «Language acquisition in the bilingual child». *Bilingual Review* 2: 34-55.
- PEARSON, BARBARA Z., FERNÁNDEZ, SILVIA C. eta OLLER D. KIMBRIUGH (1995), «Lexical Development in Bilingual Infants and Toddlers: Comparison to Monolingual Norms». In B. Harley (arg.) *Lexical issues in Language Learning*, Ann Arbor: Benjamins, 31-57 or.
- PEARSON, BARBARA Z., FERNÁNDEZ, SYLVIA C., LEWEDEG, VANESSA eta OLLER D. KIMBROUGH (1997), «The relation of input factors to lexical learning by bilingual infants». *Applied Psycholinguistics* 18: 41-58.
- PÉREZ PEREIRA, MIGUEL eta GARCÍA SOTO, XOSE RAMON (2003), «El diagnóstico del desarrollo comunicativo en la primera infancia: adaptación de las escalas MacArthur al gallego». *Psicothema* 15 (3): 352-361.
- PÉREZ PEREIRA, MIGUEL, ALMGREN, MARGARETA, RESCHES, MARIELA, EZEIZABARRENA, MARÍA JOSÉ, DÍAZ, C. eta GARCÍA, IKAKI (2006), «Cross-linguistic comparisons between Basque and Galician». Dubrovnic Meeting on the Adaptations of the MacArthur-Bates Test.
- PÉREZ-PEREIRA, MIGUEL (2008), «Early Galician/Spanish Bilingualism: Contrasts with Monolingualism». In C. Pérez-Vidal, M. Juan-Garau eta A. Bel (arg.) *A portrait of the young in the new multilingual Spain. Issues in the acquisition of two or more languages in multilingual environments*, Londres: Multilingual Matters, 39-62 or.
- PÉREZ-VIDAL, CARMEN (1995), *La adquisición del Inglés de un niño bilingüe (Catalán/Inglés)*. Universidad de Barcelona: Doktozero-tesia.
- REDLINGER, WENDY E. eta PARK, TSCHANG-ZIN (1980), «Language mixing in young bilinguals». *Journal of Child Language* 7: 337-352.
- ROEPER, THOMAS (1999), «Universal bilingualism». *Bilingualism: Language and Cognition* 2 (3), 169-186.
- RONJAT, JULES (1913), *Le développement du langage observé chez un enfant bilingüe*. Paris : Champion.
- SERRAT, ELISABET, SANZ-TORRENT, MÓNICA eta BEL, AURORA (2004), «Aprendizaje léxico y desarrollo de la gramática: vocabulario verbal, aceleración morfológica y complejidad sintáctica». *Anuario de Psicología* 35 (2): 221-234.
- SCHWARTZ, BONNIE D. (2004), «On child L2 development of syntax and morphology». *Lingue e Linguaggio* 3: 97-132.
- TAESCHNER, TRAUTE (1983), *The Sun is Feminine: A Study of Language Acquisition in Bilingual Children*. Berlin: Springer-Verlag.
- THAL, DONNA J. eta KATICH, JEANNETTE (1996), «Does the early bird always catch the worm? Predicaments in early identification of specific language impairment». In K. Cole, P. Dale eta D. Thal (arg.) *The measurement of communication and language: Vol. 6. Assessment*, Baltimore, MD: Brookes Publishers, 1-28 or.
- VIHMAN, MARYLIN MAY (1985), «Language differentiation by the bilingual infant». *Journal of Child Language* 12: 297-324.
- VOLTERRA, VIRGINIA eta TAESCHNER, TRAUTE (1978), «The acquisition of language by bilingual children». *Journal of Child Language* 5, (2): 311-326.

# Etika merkataritza kredituan: bertuteak eta ekimenak<sup>1</sup>

LEIRE SAN-JOSE\*,\*\* ETA CHRISTOPHER COWTON\*\*

\* Finantza Ekonomia II saila (Enpresa Ekonomia eta Merkaturatzea). UPV/EHU

\*\* Business School. University of Huddersfield-UK

## (Ethics in trade credit: virtues and initiatives)

### Abstract

*Business ethics is growing in importance in both academic writing and in corporate policy and practice. Yet, in spite of the importance of finance as a component of business relatively little has been written about ethics in finance. In particular trade credit has not been subjected to ethical analysis. This paper develops an analysis of the ethics of trade credit through a focus on payment «virtues». Payment virtue in organizations should include not only prompt payment, but also quick payment. However, speed (slowness) of payment, as measured by the number of days' credit taken, is a misleading indicator of the commendableness of a firm's behaviour because of differences in the supply chain characteristics of different industries. The other novel aspect of our analysis is to go beyond a focus on the buying firm to introduce into the picture the responsibilities of the firm supplying the goods or services and credit. It is a financial problem with an ethical component in which we emphasize the operational aspects of trade credit. Some countries, such as UK have introduced some initiatives to encourage better payment behaviour by companies. The possibility of implementing similar initiatives in Spain is considered.*

**Keywords:** *ethics in finance, trade credit, suppliers, payment policy, organizational virtue.*

**JEL Classifications:** *G01 - Financial Crises. G38 - Government Policy and Regulation*

---

<sup>1</sup> Gure esker ona txostengile anonimoei, edukiei eta erabilitako euskarari buruz egindako ohar-  
rarak balio handikoak izan direlako.

## Sarrera

Gaiak bere garrantzia izan arren, enpresen finantza-etikari buruz ez da askorik idatzi (Boatright 1999, 2008); gainera, arreta gutxi jarri zaio etikari finantza literaturan (Whitely 1986; Prindl & Prodhon 1994). Honela, finantza gaiak gutxitan azaldu dira ikuspegi etiko batetik, izan ere, finantza arloko zenbait gai ez da inoiz aztertu etikaren perspektibatik. Horiatariko gai bat merkataritza kreditua dugu, zeinen ondorio negatiboak egungo kreditu krisian nabarmendu diren.

G20ren dokumentuetan azaltzen denaren arabera (2008), hauek dira krisiaren kausak: «harpidetza irizpide ahulak, arrisku kudeaketaren praktika okerrak, finantza produktu opaku eta konplexuen hazkundea, eta hauen ondorioz sortutako gehiegizko zorpeketa». Horrela izanik, inbertsio espekulatzaileretan, inbertsore eta kudeatzaileen diruzalekerian, gizabanakoen egoera aprobetxategian edo gobernuen erregulazio eta kontrol faltan dago sistemaren ahultasun finantziarioaren oinarria. Zentzu honetan, sistema finantziarioaren ikuspegi etikoa zalantzan jartzen dugu, eta hazkundea, teoria etikoaren eta finantza sistemaren integrazioaren menpe egon daiteke.

Enpresetan arazorik larriek finantza aspektuekin dute erlazioa, iliki-deziarekin eta kaudimengabeziarekin. Alde batetik, erakunde finantziarioetatik lortutako diru fluxuak jaisten dira (ekonomia krisietan kreditu bankarioa jaisten da [ikusitako adibidez, Demirgüç-Kunt, Detragiache & Gupta 2006; Eichengreen & Rose 1998]) eta bestetik, ekonomia krisiaren ondorioek (salmenten jaitsiera, enpresen hazkundera oztupoak edo enpresen lehiakortasunaren igoera) enpresen kutxa fluxuan eragin negatiboa dute. Aipatutako krisi ondorio hauek enpresetan merkataritza kreditua erabiltzeko erarekin erlazio zuzena dute.

Finantza eta enpresen kudeaketa testu liburuetan, merkataritza kreditua era askotan definitu da: «baliabide naturala» (Block & Hirt 1994), «erraza den finantza era» (Stern & Chew 2003), «informala» (Arnold 2005), «negozio aribide normalean saltzaile edo hornitzailearengandik datorren kreditua» (Block & Hirt 1994), «onarturiko praktika» (Pike & Neal 1993), «diruaren hedapen liberala» (Van Horne & Wachowicz 2001) edo «ez-ziurra den epe laburrerako finantzaketa» (Van Horne & Wachowicz 2001). Hain zuzen, merkataritza kredituen hartzekodunek, kreditura erositako ondasun edo zerbitzuengatik zor den dirua errepresentatzen dute. Horrela izanik, hornitzaileak bezereen epe laburrerako inbertsioen finantzatzaileak ditugu, beren jardueraren funtsa horixe izan ez arren.

Kreditura saltzen denean kreditu arriskuaren analisia egiteko zenbait neurtresna erabili daiteke, adibidez kreditu indizea. Honen bidez, arriskua hobeto aurreikusteko eta finantza larrialdiak ebazteko bezereen ordainketa

portaerari buruzko informazioa lortuko da. Zoritxarrez, beren kostu handiak direla medio enpresa askok (txiki eta ertainak gehienetan) ez dituzte eskuragarri tresna hauek. Egoera honetan beste bide batzuk erabili beharko dira enpresen ordainketa portaera aurreikusteko; ordainketa bertutea horietariko bat izan daiteke, zeren enpresaren portaera bertutez «egokia» izango balitz merkataritza kredituaren arriskuaren arazoa murriztuko litzakete. Jadanik,

«bertute etikak xede baloreak motibatzen ditu eta ondorengo galdera erantzuten ahalegintzen da, 'zein antolaketa mota izan behar dugu?'»  
(Chun 2005, 269 or.).

Bertutea bi ikuspuntu ezberdinetatik azaldu da literaturan, gizabanakoen ikuspuntutik eta enpresen ikuspuntutik. Merkataritza kredituaren bertuteari dagokionez, edo zehazki, gure lanean ordainketen bertuteari buruz hitz egingean, enpresaren ikuspuntutik egingo dugu. Baina, zein da ordainketa bertutea enpresan? Enpresen ordainketa bertutea erabakitako epean ordaintzean datza, azkar ordaintzean baino, bereziki hornitzaile eta bezeroen artean informazio eta botere asimetriarik egon ez denean. Arazo hau ekonomikoa izan arren, etikak badauka bere garrantzia. Baina badago goreneko dimentsioa arrazoibide honetan. Nahiz eta hitz-ematea funtsezkoa den, promesa guztiak ez dira onak. Promesa «txar» bat tinko jarrai daiteke, baina hori ez da derrigorrez ona izango, bereziki botere asimetria negozio harremanetan dagoenean. Enpresa batek puntualki ordain dezake, baina jadanik beranduegi gerta daiteke. Arazo honi dagokionez, lan honetan azalduko da, enpresetan ordainketari dagokion bertute falta dagoela. Zenbait herrialdek, Erresuma Batuak behintzat bai, enpresen ordainketen portaerak hobetzeko ekimenak aurrera eroan dituzte, hauen artean, ordainketa kodeen edo enpresei dagokien legediaren aldaketak. Espainian ez da ekimen esanguratsurik aurrera eraman.

Lan honen ekarpen nagusiak bi dira: merkataritza kredituaren erabilera etikaren ikuspuntutik azaltzea eta hornitzaileei ordaintzerakoan enpresek behar duten bertutea aztertzea. Erresuma Batuko eta Espainiako kasuak erabili dira. Aurretik ez da inoiz azaldu merkataritza kredituaren erabileraren etika. Beraz, lan honek, horregatik behintzat, baina ez horregatik bakarrik, ekarpen berriak izango ditu.

Lan honen gainerakoa hurrengo eran antolatuko da. Lehenik, enpresa etikaren aldeko eta aurkako teorioren azalpenak berrikusiko dira. Bigarrenik, merkataritza kredituaren erabilera ikuspuntu etiko batetik azalduko da. Hirugarrenik, enpresaren ordaintze bertutean sakonduko dugu, azkenik lan honen ondorioak azaltzeko.

## 1. Aurrekari teorikoak enpresa etikan

### 1.1. Enpresa etikari buruzko aurkako arrazoibideak

Enpresa etikan egin daitekeen lehen galdera honakoa dugu: Ba al dago lekurik etikarentzat enpresen kudeaketa modernoan? 1926an John Maynard Keynes ekonomialariak *The End of Laissez-Faire* liburuan idatzi zuen:

Uste dut kapitalismoa, zuhurki kudeatuta, seguraski beste edozein hautabidezko sistema ezagunekin konparatuz, ekonomiako helburuak burutzeko eraginkorragoa dela, baina zentzu askotan erabat eztabaidagarria da bere horretan.

Badirudi Keynesen balioespen pesimistak aditzera ematen duela kapitalismoan eraginkortasun ekonomikoaren arauak betetzeak ondorio sozial disfuntzionalak dakartzala. Adierazpen berriago bat, baina ez hain xehea, honako hau dugu: eraginkortasun ekonomikoa eta ardura etikoaren arteko gatazkan, enpresa etika oximoron (terminoen kontraesan) bat dela. «Negozioen negozioa negozioak dira», eta lehiakortasunaren presioak etika albora uzten duela esango lukete batzuek.

Eraso xeheago batek dio enpresa etika terminoen arteko kontraesanik ez dagoela, baina terminu zehaztugabea, nahasgarria eta «irristakorra» dela. Bigarren eraso honetan bi gauza dira aipagarri. Lehenik, zein den enpresa etikaren definizioa. Orain urte batzuk Philip Lewisek (1985) egindako berrikusketa batean enpresa etika «zelan itsatsi gelatina orma batean» esaldiarekin erlazionatzen zuen. Zaila zitzaion, ezinezko ez bada, enpresa etika formulazio koherente batez edo berezko «identitate» ezberdindu batez azaltzea (Whetstone 1998). Bigarrenik, enpresa etika «irristakortzat» hartzeko arrazoiak erlatibismo moralean du oinarria. Gizabanako gehienak praktikan erlatibista moralak dira, zeren absolutismoaren aurkako erasoek konfidantza barik uzten dituzte haien motiboen ebazpen moralak. Gizabanako hauek zaila dute ziurtasunez baieztatzea negozioetako portaeran zer den egoki eta zer desegoki, zer den on eta zer den txar.

Enpresa etikan agertzen den bestelako arazo bat, literatura gehiengan agertzen denaren arabera, praktikoa ez izatearena da. Andrew Starkek (1993) *Harvard Business Review* aldizkarian argitaratzen duen ideiarekin erlazionatua dago hau. Hark aitortu zuen aldizkari horretan argitaratutako artikuluek ez zietela enpresa kudeatzaileei laguntza askorik eman, autoreak kezka praktikoe-tatik eta errealitateko arazoetatik urrun zeudelako. Dena den, beste batzuek, Starkek bezala negozioen ikuspegi praktikoa jarraitzen dutenek, ez dute ikusten arazorik balizko enpresa etikan. Haien kritika oinarritua dago. Haien ikuspuntuari jarraituz, era oinarritzkoetan salbu, etika ez da beharrezkoa eta ezin da justifikatu enpresetan. Iritzi hau aditzera emateko, Ekonomia Nobel sariduna den Milton Friedmanen idazkietan oinarritzen dira azaltzaileak askotan.

Adibidez, orain dela 40 urte Friedmanek enpresaren erantzukizun sozialari buruzko kritikan zera idatzi zuen:

Enpresetan erantzukizun sozial bakarra dago. Erantzukizuna soziala baliabideak erabiltzeko eta mozkinak handitzeko jardueretan parte hartzean datza. Enpresetako jarduerak jokoaren erregelak bete beharko dituzte, hau da, enpresek engainu eta iruzurrik gabeko lehiakortasun ireki eta aske batean jokatu beharko dute. (Friedman 1970)

Friedman kritikatzeko ez da lan honen helburua, beraz ez gara honekin gehiago luzatuko. Hala ere, enpresa eta merkatu «jokoaren arauak» buruz, hau da, merkatuen jokabideei buruz ari dela esango dugu haren alde.

## 1.2. Enpresa etikari buruzko aldeko arrazoibideak

Gaur egungo eztabaidan, zenbait arrazoi azaltzen dira enpresetan, ingurune arau-emailean dauden etika arauak zehazteko borondatez.

Lehenik, etikak etekinak ematen dituela argudiatu daiteke. «Irabazi-irabazi» egoerak posible dira zeren ondasun etiko edo sozial batzuei esker kalte batzuk murrizten dira, eta ondorioz mozkinak hazi egiten da. Hori lortzeko era bat, produktu eta zerbitzu etikoetan oinarritutako merkatu «nitxoetako» estrategia jarraitzean oinarritzen da. Beste argudio bat honako hau da: ikuspuntu etiko sendoek langile hobekiak erakarri ditzaketela (graduatuak direnak beziki) eta honela langileen zintzotasuna handitu dezaketela.

Bigarren arrazoibideak minimo legala gainditzeko ekintzekin dauka zerikusia. Enpresen gobernuaren ekintzen barruan eta enpresaren irudia babesteko helburuaz, erregulazioak eskatutako minimoak gainditzen dira, segurtasun margina sortuz. Legedia baino zorrotzagoa den estandarrak jarraituz enpresaren ospea salbatu egiten da eta enpresak balio erantsia ematen dio markari. Era honetan, okerren bat egitekotan segurtasun margina izango luke eta akzio judizialen eta publizitate txarraren arazoak ebatzi ditzake.

Hirugarrenik, enpresa batzuek, beharbada lehiakideekin batera, enpresa portaeraren arau zorrotzagoak ezarri ahal dituzte, etorkizuneko erregulazio baten arriskua murrizteko. Testuinguru honetan, interesgarri da aipatzea Langileria, Arazo Sozial eta Aukeren Berdintasunerako Europako Komisioak dokumentu bat argitaratu duela, erantzukizun sozialaz aritzen direnean enpresek lortzen dituzten abantailak («irabazi-irabazi») garatzen dituenak. Borondatez jarraitzen diren aholkuak baino ez dira, beraz, interesgarri izango litzakete hauek jarraitzen ez dituztenen egoera aztertzea etorkizuneari.

Azkenik, ospearen elementuak ditugu (adibidez erregelekin eta prebentzioarekin zerikusia dutenak). Elementu hauen garrantzia goraiatu egin da,

bai negozio liderren artean, baita analisten artean ere. Hau, «balio duen erregistro legala duen enpresa» baino gehiago da, zeren gizarteak baieztatu egiten ditu enpresa batzuk, eta horiei buruz ari gara mintzaten. Horrela izanik, enpresak, jarduteko lizentzia lortzeko, gizarteak desio duen negozio motaren menpe egongo lirateke.

### 1.3. Enpresa etikaren funtsa

Enpresa etikaren aurkako arrazoibide batzuk baliozkoak izan daitezke, baina arrazoibide legitimoa badago. Honetan aurrera jotzeko erarik egokiena gaur egun dagoen egoeran oinarritzea da. Bestalde, beste kritikari batzuek birbaieztatu egiten dute enpresen eskubidea dela beren portaera etika-gogoetaren menpe egotea ala ez. Argudiatu daiteke etikak bere lekua badaukala, baina leku hori enpresen efikazia eta efizientzia bermatzen duen oinarri arauemai-learen esparruan dago. Negozioetan, etikarekiko arreta aktiboa zuzenean deuseztatzea ez da zuzena, bereziki ondorengo arrazoiengatik.

Etika gure bizitza bizitzeko eran garrantzitsua bada, enpresetan ere garrantzitsua da, enpresa kontuak gure giza-esperientziarekin elkarreaginean baitaude. Bizi eta lan egiten dugun munduan «the modus operandi» negozioak dira. Gainera, finantza munduko ikuspenak menperatzen (Cowton 1999) ditu negozio hauek. Aldaketa honetan garrantzitsuak diren bi prozesu azalduko ditugu.

1. *Pribatizazioak* sektore pribatura transferitu ditu aktibo publikoak, beraz, aktibo horien kudeaketa negozio «arrunten» metodo eta estandarren menpe dago orain, ez bakarrik Erdialdeko eta Ekialdeko Europan, baizik baita Ingalaterran ere; pribatizazioaren intentzioaren aitorpena horixe izan zen. Azkenengo hiru hamarkadetan ikusi ditugu zenbait sektoreren pribatizazioak; aire-garraio, gas, ikatz, elektrizitate, trenbide, ur eta aeroespazial sektoreena.
2. *Formalizazioa*: bizitzak merkatu bidez dihardu – pribatizazioa baino epe luzeragoko tendentzia da, eta agian garrantzitsuagoa. Kontsumitzearen eta probetxua ateratzearen arteko tarte handia mozkina oinarritzat duten erakundeetatik dator; beraz erakunde horietan erabiliko dugu soldata gehiena, familiei, lagunei eta auzotarrei ordaindu beharrean. Adibidez, jakiak gehiago landutako eran erosten ditugu, pertsona gutxi egiten dituzte beren jantziak eta entretenimendu zerbitzuek negozio ikaragarria dute. Egia biribila da, gero eta gehiago gainera, honako esaldi hau: «lan egiteko eta erosteko bizi gara gu». Gure bizi kalitatea gure negozio esperientzien menpe dago gero eta gehiago, langile bezala nahiz bezero bezala. Horrela izanik, etika kontuan hartzen duen negozio eszenatokian bizi nahi izatea legitimoa da.



## 2. Merkataritza kredituaren erabilera: arazoaren sakontasuna. Erresuma Batua eta Espainia

Etikak enpresen kudeaketan zeresanik baduela argudiatu ondoren, finantza krisiak, etika goraipatzeko, edo behintzat, eztabaidatzeko aukera suspertu egin du. Gaur egun, etika finantzetan garrantzitsua dela onartu egin da, sentimendu orokor moduan behintzat, eta agian, finantza krisiaren eragin finantziario negatiboak direla medio. Finantza arloan, garrantzi handia duen merkataritza kredituaren erabileran sakonduko dugu.

Merkataritza kredituak rol garrantzitsua jokatzen du enpresen kanpo finantziaketan, finantza baliabiderik garrantzitsuenetarikoa delarik (Ng, Smith & Smith 1999; Wilson & Summers 2002; Stern & Chew 2003; Van Horne & Wachowicz 2001). Estatu Batuetan, adibidez, 1990etik 2000ra lau bider igo dira ordaintzeko kontuak, 3.758 bilioi ( $10^9$ ) \$-etaraino helduz (Estatu Batuetako Estatistika Laborpena 2003, <http://www.census.gov>). Erresuma Batuan antzekoa da egoera. Kohler, Britton eta Yatesek (2000) estimatzen dute 1983tik 1995era, Britainiako enpresek lortutako epe laburreko kredituen %55, merkataritza kreditu eran egin zela. Erresuma Batuan, era orokor batean onartu egiten da «egunero negozioen arteko transakzioen %80a baino gehiago kreditu terminoetan egin dela» (Wilson & Summer 2002, 319 or.). Bestalde, 2007. urtean, Europar Batasuneko enpresei ordaintzeko atzerapenen kostua 250 bilioi €-koa ( $10^{12}$ ) zen eta 55,5 egun baino gehiago behar ziren batez beste ordainketa egiteko. Ordaindu gabeko zorraren portzentajea igo egin da, %1,9-tik %2-ra 2006tik 2007ra bitartean. Europar Administrazioa, 2007. urtean, ordaintzaile txarrenen artean dugu, 65 egun behar dituelarik ordainketak egiteko; enpresek 55 egun eta kontsumitzaileek 40 egun (Intrum Justitia, [www.intrum.com](http://www.intrum.com)) behar dituzte. Administrazioaren ordainketei dagokienez, Espainiaren kasua dugu txarrena, 2007. urtean erakunde publikoek 140 egun baino gehiago behar izan baitzituzten beren hornitzaileei ordaintzeko<sup>1</sup> (Intrum Justitia).

Merkataritza kredituari buruz ikerketa mota ezberdinak egin dira, baina orokorrean, argudio hau erabili dute: merkataritza kreditua finantza fondoak lortzeko finantza tresna erabilgarria da (Fisman & Love 2003); argudio hori hor dago, noski, baina ez hori soilik. Arrazoiak hainbat dira: transakzio eta finantza kostuen murriztapena (Nadiri 1969; Schwartz 1974; Emery 1987); informazio asimetriaren murrizketa, produktuaren kalitatea bermatuz edo eroslearen kaudimen informazioaz (Lee & Stowe 1993; Ng, Smith & Smith 1999; Cheng & Pike 2003); politika monetarioen posizionamendua, zeinetan merkataritza kredituak eta finantza politika zorrotzak korrelazioa daukaten (Meltzer 1960; Brechling & Lipsey 1963; Jaffee 1969; Schwartz 1974); edo beste batzuk, adibidez, erosle eta saltzailearen erlazioaren hobetzea, marketina edo lehiakortasuna (arrazoien berrikusketarako ikusi Ng, Smith & Smith 1999;

Cheng & Pike 2003; Paul & Boden 2008). Beste autore batzuen helburua analisi deskribatzailea egitea dugu, eta deskribatzaile aztertuenak tamaina eta sektorea izan dira (Meltzer 1960; Nadiri 1969; Chant & Walker 1988; Nilsen 2002; Ng, Smith & Smith 1999).

Badira urteak (1997tik hasita) Erresuma Batuan zenbait ekimen martxan jarri direla, hain zuzen ere, merkataritza kredituaren erabilerak dakartzan arazoak ebazteko. Adibidez, 1997ko erregulazioan aipatzen denez, enpresa handiek beren urteko kontuetan azaldu behar dituzte hornitzaileekin dituzten ordainketa baldintzak; hornitzaileekin egindako negoziazioaz eta ordainketa baldintzak betetzeko konpromisoaz informazioa eman behar dute. Urteko kontuetan, gainera, ordainketa kodea jarraitzen dutenek, zein kode den eta nola lortu den azaltzeko betebeharra dute. Ordainketa kodearen hiru bertsio egon dira Erresuma Batuan. Lehena, 1991n, *Confederation of British Industry* garatu zuen; bigarrena, 1997an, *Department of Trade and Industry* garatu zuen; eta hirugarren bertsioa *Institute of Credit Management* eta *Department for Business, Enterprise and Regulatory Reform* esku utzi da. Bertsio bakoitza aurrekoa baino zehatzagoa izan da, eta erabakitako momentuan ordaintzearen garrantzia eta ordainketa praktika onen bultzatzea gero eta argiago goraiatu da. Nahiz eta helburu zehatz eta argiak izan, horrelako koderik ez dago beste herrialdeetan.

## Ordainketa Kodea

### Prompt Payment Code (2008)

Kreditu Kudeaketarako Institutuak (*Institute of Credit Management*) kudeatzen du ordainketa kode hau 2008ko abendutik aurrera, Gobernuako Enpresa Departamenduaren agindupean (*Department for Business, Enterprise and Regulatory Reform*) eta zenbait banketxeren babesaz; RBS-k (*Royal Bank of Scotland*) eta NatWest-ek hasieratik, eta geroago Barclays-ek eta HSBC-k, ekintza honetan parte hartu dute.

#### 1. Hornitzaileei puntualki ordaintzea

- Hasierako kontratuan erabakitako baldintzetan.
- Ez ahalegintzea baldintzak *a posteriori* aldatzen.
- Ez aldatzea enpresa txikiei ordaintzeko epeak, zentzugabeko arrazoiengatik.

#### 2. Hornitzaileei gida argia ematea

- Hornitzaileei ordainketa prozesuei buruzko gida argia eta lortzeko erraza dena ematea.

- Hornitzaileekin eztabidak eta desadostasunak bideratzeko sistema bermatzea.
- Erabakitako baldintzetan fakturak ez ordaintzeko arrazoiren bat baldin bada, hornitzaileei aholkularitza bizkortasunez ematea.

### 3. *Praktika onak suspertzea*

- Hornitzaileei (liderrei) eskatu kodearen jarraipena beren produkzio-kateko etapa guztietan.

<http://www.promptpaymentcode.org.uk/>

Ordainketa kodeaz aparte, Erresuma Batuan beste ekimen batzuk garatu dira; Ordainketa Ligaren Taula, adibidez, zeinetan ordainketetan hoberenak diren enpresen taula sortzen den. Zerrenda hau erabilitako ordainketa egunen arabera antolatzen da; horrela, zerrendako lehena ordainketan arinena dugu. Hala ere, taulan lehena egoteak ez du esan nahi beste enpresak baino hobea denik. Adibidez, FTSE100 Top Hamarretan dauden enpresa guztiek ez dute beren ordainketa egoera erreala erakutsiko. Gainera, merkataritza kreditu beharra ezberdina izan daiteke zenbait aldagaien arabera, sektorea edo produkzio katea horietariko bat delarik. Taula honetan erakusten da enpresa azkarrenak zeintzuk diren beste enpresa handiekin konparatuz, baina ez da erakusten hornitzaileen finantzaketa haien produkzio katerako edo bestelako intziotarako den.

Espanian, hornitzaileei egiten zaien ordainketa erlatiboki motela da. Arrazoiatariko bat bere sistema judizial ahula izan daiteke. Europar Batasuneko beste herrialde batzuk, Portugalak edo Greziak esate baterako, sendoak ez diren sistema judizialak dituzte, eta Espainiaren antzeko eran jarduten dira ordainketa aldagaiei dagokienez. Iparraldeko herrialdeetan, zeintzuetan sistema judiziala zorrotza den, merkataritza kredituaren erabile-ra txikiagoa da. Aipatzekoa ere Iparraldeko herrialde horien maila herrialdeen etika rankinean, adibidez Ustelkeriaren Nazioarteko Transparenzia Indizean. Gainera, gobernuen ekimenek beren garrantzia izan dezakete ordainketetan. Britainiar gobernuak, Espainiarrak ez bezala, ordainketak 10 egunetan egiteko konpromisoa hartu du, eta bete ere egin du 2009ko lehen bi hiruhilabetetan behintzat. Honek erakutsiko die enpresei ordainketak egiteko hartu behar duten jokabidea. Espainian neurri hau ezinezkoa da, bereziki gobernu eta erakunde publikoak baitira hornitzaileen ordainketetan luzamendua gehien erabiltzen dutenak finantza bide bezala. Espainiar politika pasiboa da; Britainarra, berriz, aktiboa. Espainiar gobernuak ordainketa politika aldatu beharko luke; horretarako, enpresek erregulazioa ezartzen hasi beharko lukete eta ondorioz, gobernuen hipokresia desagertuko litzakete.

### 3. Erakunde bertutea

Ordainketari buruzko erakunde bertutea aztertzerakoan ikusten dugu aurretik badagoela bestelako eztabaida bat, zeren zalantzan ere jarri baita bertutea enpresari egokitu ahal zaion ala ez. Bertutea, printzipioz, gizabanakoetan sakondu da urteetan zehar, baina azkenengo hamarkadan erakunde bertutea azaltzeko ahaleginak egin dira (Schudt 2000; Gowri 2007).

Aristotelesek giza bertuteaz dihardu. Honek, morala oinarri bezala erabiliz 9 bertute intelektual identifikatzen ditu, baina aipatuenak zuhurtzia, justizia, indarra eta neurritasuna dira. Era sinplean azalduta, haren pentsamenduan bertutea ez dago muturretan, giza karaktereen bertutea erdian dago. Aristotelesen doktrinan gehiegizko eta gutxienezko akatsen batezbestekoa dauka oinarria bertuteak.

Erakunde bertuteari buruz, Schudt (2000) eta Gowriren (2007) arabera, negozioa eta bertutea batera eman daitezke eta erakunde bertuteak ez dauka izan beharrik erakundearen dauden giza bertuteen batuketa. Nahiz eta autore hauek erakunde bertutea goraitatu eta bertutea eta negozioa batera eman daitezkeela defendatu, ez daude ados erakunde bertutea zer den azaltzerakoan. Schudtek (2000) muturreko erakunde-izaera bertutea dela defendatuko du, adibidez, produkzioan muturreko efizientzia; eta Gowrik (2007) argudiatuko du hori guztiz egokia ez dela eta benetako bertutea Aristotelesek erabilitako batezbestekoa dela. Schudten (2000) arabera, enpresa batek gero eta produktu gehiago egin arren, kostu gutxiago izango ditu. Hori ez da zuzena, behintzat egoera guztietan, zeren krisi finantzarioan gertatzen den bezala, erakunde batek saldu ahal dituen baino produktu gehiago sortu ahal ditu. Beraz, ekonomia atzerapenak, eragina dauka posiblez lortzeko gaitasunean, eta ez bakarrik ekonomikoetan, sozialetan ere bai (Gowri 2007). Schudten (2000) iritziz, ez dago arazorik enpresa bat efizientea bada, behintzat beste bertuteekin, alegia prezioen xehaketekin, gatazkarik ez badauka. Baina Schudtek (2000) Aristotelesengandik bere burua ezberdindu nahi du eta argi uzten du erakunde bertutea Aristotelesek azaldutako giza bertuteetik urrun dagoela.

Horrela izanik, ikusten dugu erakunde bertuteak definizio ezberdinak izan ditzakeela. Schudten (2000) arabera, erakunde bertutea enpresaren ekintza eta portaerei dagokie, eta horiek enpresaren ongia dakarte; horrela, bertuteak enpresatan posiblez lortzera daramatza erakundeak. Williams (1985) bertuteaz mintzo da eta bertutea etikoki nabarmen diren ekintzak aukeratu edo errefusatzeko ezaugarria dela dio. Laburbilduz, erakunde bertutea erakundearen ezaugarri etikoen batura bezala uler daiteke, eta ezaugarri etiko hauek enpresaren bizitzako pilaketa portaeretatik datoz. Ezaugarri berezi horiei esker

barne eta kanpo *stakeholder*<sup>2</sup>-en asetasuna lor daiteke; gainera horiek posizionamendu estrategian erabilitako balio etikoekin alineatuta (lerrokatuta) egongo dira. Gowrik (2007), berriz, Schudtek (2000) azaldutako mugek portaera guztietan bertutea ez dutela azaltzen dio; hau ez da ordainketaren kasuan beteko, adibidez. Horrela izanik, ordainketa bertutea, Chunen (2005) arabera erakunde bertutean bezala, zenbait aldagaien arabera izango dela defendatzen dugu, hauen artean, enpresa mota, egoera, produktu, industri eta mozkin aldagaien arabera. Zailena, baina interesgarriena, egoera bakoitzean egokiena dena erabakitzea izango da.

Beraz, giza bertute arauemailea unibertsalki ona bezala definitu arren, erakunde bertutea eta honen inguruko estrategia erlatibo da eta sektore, merkatu edo *stakeholder* taldeen arabera izango da. Erakunde bertutea erregela unibertsalekin ezin da lotu ildo honetan, zeren bertutea ezberdina izango da egoera ekonomiko eta sozialaren arabera. Hala ere, zenbait muga adieraztea, goi eta behe mugak alegia, lagungarri izango da erakunde bertutea garatzerakoan.

#### 4. Etika merkataritza kredituan eta ordainketa bertute falta enpresatan

Hornitzaileek ondasun eta zerbitzuak hornitzen dituzte, baina ondasun eta zerbitzuak entregatzen dituztenean ez dituzte jasotzen ordainketak. Beraz, hornitzaileek etorkizunean ordainketa bat egingo zaiela itxaroten dute, eta ordainketako zenbatekoa epe laburreko pasibo moduan sailkatuko dute (Ryan 2008). Merkataritza kredituaren tamainak erakutsiko du zein den hornitzaileek enpresen negozioetan finantzatzen duten zatia (Holmes, Sugden & Gee 2002). Orokorrean, bezeroek berandu ordaintzea onartuta dagoen araua da, bereziki zenbait sektoretan. Horien artean manufaktura sektorea dugu (Atrill & McLaney 2002). Baina ontzat ematen den egoera txarragoa da, bezeroek fakturen ez ordaintzea edo behintzat horien ordainketa atzeratzea egoera «normala» bezala jasaten baita. Zenbait finantza-liburuk horrela dela azaldu eta defendatzen du (Brealey, Myers & Allen 2006; Ross, Westerfield & Jaffe 2005), argudiatuz enpresa batek ondasunak beste enpresa bati edo gobernu-agentziei saltzen dizkienean, ordainketa berehalakoa ez izatea itxaron behar duela (Brealey, Myers & Allen 2006). Zenbait finantza liburutan iradokitzen da hornitzaileek ematen dizkieten kredituak ahalik eta gehien luzatzen ahalegindu behar dutela bezeroek (McMenamin 1999).

---

<sup>2</sup> Nahiz eta aurretik *stakeholder* kontzeptua erabili izan, erabilera orokorra Freemanek (1984) geroztik gertatu zen. «Taldeen edo gizabanakoek, nortzuek eragin dezaketen erakundearen helburuen burutzapenean, edo nortzuek jasan dezaketen haien burutzapenaren eragina» (Freeman 1984, 6 or.).

Ordainketa gomendio eta praktika hauek etika arazoak izaten dituzte. Adibidez, Gitman, Forrester eta Forresterrek (1976, 169-170 or.) ondorengo ezartzen dute:

«Normalean kaxa kudeatzeko erabiltzen diren oinarrizko bi estrategiak ondorengoak dira: (1) Kobratzeko kontuak kobratu ahalik eta arienen, presio handiko bilketa teknikak erabiltzeagatik etorkizuneko salmentak galdu gabe. (2) Ordaintzeko kontuen ordainketa ahal de gehien geroratu enpresaren kreditu kalifikazioa eta hornitzaileekiko erlazioak kaltetu gabe.»

Horrela, bezeroen atzerapenek, edo oraindino okerragoa dena, ordaintze huts egiteek, bereziki enpresa handiek egiten dituztenean, hornitzaileengan finantza ondorio zorrotzak edo ezinbestekoak izango dituzte. Ondorio hauek eragin negatiboak izango dituzte, bai hornitzaileengan, bai enpresako beste talde interesdunengan (*stakeholder*), adibidez langileengan.

Merkataritza kreditu kontratuak, naturaz, osatugabeko kontratuak dira, eta nahiz eta enpresa txikiek netoki kreditu gutxiago izan (Kreditu Netoa = Emandako Kreditua – Eskuratutako Kreditua) handiekin konparatuz, txikiek bereganatzen duten kreditu arriskua askoz handiagoa da. Berez, enpresa txikien kreditu emateak, haientzat finantza eta ekonomia arazoak suposatuko ditu, zeren normalean, merkataritza zorren ordainketen atzerapenak haien kaudimen-gabezia finantzarioa edo hazkuntza oztopatuko du, haien biziraupena kolokan jarriz (Grablowsky 1984).

«Negozio txikiak bereziki zaurgarriak dira enpresa bezero handien ordainketa berantiarrek sortutako arazoekiko, bezero horiek merkatu posizioa erabil baitezakete ordainketa baldintzak ezartzeko. Enpresa handi askok enpresa txiki hornitzaileak erabiltzen dituzte beren banku-ontzi bezala, zera lortuz, interesik gabeko agerikoak» (Ryan 2008, 373 or.).

Gaur egungo finantza sistema ahulak enpresa txikien biziraupena inoiz baino gehiago kolokan jartzen du eta merkataritza kredituaren erabilera ez da alternatiba bat haientzat, behintzat ondorioak kontuan izan gabe. Enpresa txikietan, bereziki, onartu egiten da arau bezala enpresa handiek ordainketak atzeratuko dituztela eta promesei tinko ez dietela eutsiko (Dalton 2007; Hodgetts & Kuratko 2001). Horrez gain, testu liburuek enpresa txikiek portaera antzekoa izan dezatela gomendatzen dute, hau da, berandu ordaintzeko portaera jarrai dezatela. Hala ere, enpresa txikien kudeaketari buruzko liburu batzuetan aldarrikatzen da ordainketa baldintza eta sektore edo saldutako produktu motaren artean erlazio zuzena dagoela, nahiz eta zerbitzu sektorean gutxiago gertatu hori (Hodgetts & Kuratko 2001), zeren produkzio katearen ezaugarriek ordainketen portaeran eragin dezakete. Baina zehazki, merkataritza kreditue-

tan etika ez dago menpekotasun honetan oinarriturik, baizik eta merkataritza kredituaren berezko erabileran eta hornitzailearen betebeharrak legitimoetan. Liburuetan ez da sakontzen puntualki ordaintze konpromisoan, ezta azkar ordaintzearen abantaila eta ondorioetan, baina kudeaketa liburuaren gomendioak hutsegite hau baino esanguratsuagoak dira. Enpresa hornitzaileek (txikiak, alegia) badakite enpresa bezeroek haien ordaintza promesa ez dutela mantenduko (ez dute ordaintzeko kontratua ezarritako datan) eta ordaintzeko egiteko egun gehiago erabiliko dituztela (finantzaketa); hala ere, salmenta-baldintza horiek onartzen dituzte. Egoera hauetan, finantza eta kudeaketa liburuak ez dute askorik laguntzen, ordaintza baldintza horietan ondasunen eta zerbitzuen salmentak egin behar direla gomendatzen baitute. Liburuak hornitzaileen egoera, ondorio eta arazoei buruz ez dute aipamenik egiten. Egoera horrelakoa dela suposatzen dute, «desegokia» agian, baina ez dute hornitzaileen ikuspuntutik aldarrikapenik egiten, eta askoz ere okerragoa dena, enpresak ordaintza-portaera hori jarraitzea bultzatzen dituzte. Hala izanik, merkataritza kredituaren erabilerak enpresa hornitzaile txikietan finantza arazoak suspertzen ditu, bereziki enpresa handien ordaintzen atzerapenengatik, baina ez horregatik bakarrik; hornitzaile txikiak ere egoera honen erantzule dira, salmentak egoera «ez etiko» hauetan baimentzen baitituzte.

Finantza teoriaren ikuspuntutik, transakzioen kostu murrizketa dugu bezero eta hornitzaileen arteko finantzaketa era hau erabiltzeko arrazoi ikertu eta onartuena. Gainera, merkataritza kreditu emaileek (hornitzaileek) merkataritza kredituen hartzaileei buruz daukaten informazioak abantailak ekarriko ditu erlazio komertzial honetan (Emery 1987; Shwartz 1974). Erreserba likido handiak dituzten enpresak erreserba likido gutxi dituzten enpresei kreditua ematea zilegizkoa dela argudiatu ohi da (Schwartz 1974; Ng, Smith & Smith 1999). Hala ere, erreserba likido asko duten enpresek (hornitzaileek), haien bezeroei berandu ordaintzen uzteak zentzua izango du bezero eta hornitzaileen artean informazio eta botere asimetriarik ematen ez denean bakarrik, eta bezeroaren likidezia beharrak produkzioarekin zerikusi zuzena daukanean. Horrela ez bada, hornitzaileak produkzioarako ez den finantzaketa emango luke eta horrela izanik, hornitzailea finantza erakundeen lehiakide izango litzateke, epe laburrerako finantzaketan behintzat. Egia da, hornitzaileek bezeroak finantzatzeko erantzukizunik ez dutela eta legitimoki hornitzaileek ez dutela finantzatzaile izan beharrik, ez baitira finantza aditu ezta kreditu arriskuen aztertzaile ere. Gainera, merkataritza kredituaren gehiegizko erabilerak finantza arloko ondorio negatiboak izango ditu bere produkzio katekoak ez diren bestelako ekintzetarako, produkzio katean portaera zuzena edukitzen ahalegintzen diren beste enpresetan bereziki. Orokorrean, enpresa handiek produkzioa finantzatzeko erabili ordez, bestelako ekintzetarako erabiltzen dute merkataritza kreditua; gainera, askotan eta bolumen handitan erabiltzen dute, zehazki enpresa handiek enpresa txikiei buruz lor ditzaketan informazio

eta boterea dela medio. Adibidez, jasota geratu da Holmes, Sugden & Geeren liburuan (2002) Erresuma Batuko supermerkatu handi bati buruz (Tesco) honako hau:

«Tesco-ren hornitzaileek beren inbentarioa eta zordunak finantza-tzeaz gain beren moneta merkatuko inbertsioak ere finantzatzen dituzte, Tesco-rentzako interesak emanez eta ez haren hornitzaileentzat» (Holmes, Sugden & Gee 2002, 96 or.).

Hornitzaileen ordainketen inguruan enpresen ordainketa bertutearekin erlazioa duten bi aldagai daude: ordainketa egiteko epea eta egindako promesei tinko eustea. Lehen ordainketa egiteko erabiltzen diren egunekin neurtzen da, datuak urteko kontuetatik datoz eta orokorrean egun gutxi erabiltzea saritzen da. Bigarrena promesari eustean datza, kontrolatzen ez den aldagaia dugu, baina kontratuan ezarri denaren eta gero erabiltzen diren egunen arteko desbideratzean izango luke oinarria. Kasu honetan, ezarritako egunetan gero eta zehatzagoa izatea hobe, behintzak aldagai hau independenteki aztertzen denean (*ceteris paribus*). Bi aldagai hauen inguruan enpresen ordainketa bertutea definituko dugu; horretarako enpresen bertute kontzeptua erabiliko dugu. Lehenik, batezbestekoaz mintzatzen den enpresa bertutea dugu, hau da, enpresa bertutea erdibideko zenbait bereizgarritan kokatuko lukeena (Schudt 2000). Bigarrena muturretan oinarritzen da eta bereizgarri batzuk goien mailan edukitzean kokatuko luke bertutea (Gowri 2007). Batezbesteko edo muturreko ereduak ordainketa bertutearen bi aldakiak dira, baina promesa eta arintasuna/moteltasuna azaltzerakoan konturatzen gara hirugarren eredu baten arabera azaldu behar dugula ordainketa bertutea. Hirugarren eredu erlatibista dugu eta enpresa bertutea zenbait aldagairen menpe dagoela arrazoitzen du; egoeraren, enpresa motaren, produktuaren, sektorearen eta sasoiaren menpe, adibidez (Chun 2005).

Ordainketa bertutea batezbestekoetan oinarrituko bagenu, promesaren aldagaiak zentzu handirik ez luke izango, zeren promesaren betetzea erdibidean geratuko litzakete. Horrela izanik, hornitzaileen ziurgabetasuna igoko litzateke eta hornitzaileen moneta fluxua bezeroen promesen menpe utziko genuke. Bigarren aldagaiari dagokionez, zenbat egun batezbeste adierazteak logikaz ez dauka zentzurik.

Muturreko ereduaren arabera era teorikoan behintzat mugak bertutea azal dezakeela esango genuke, ahalik eta azkarren ordaindu eta promesa tinkoa mantenduz hobe. Baina ideia honetan sakontzen dugunean, zalantzak agertzen dira. Nahiz eta hasiera batean promesa egitea ona dela pentsatu, sakontzerakoan konturatzen gara promesa guztiak onak ez direla, zeren promesa mantentzeari bertute dei al diezaiokegu, promesa betetzeko motelki ordaindu behar denean? Edo, hobe da promesa «txar» bat betetzea baino ordaintzeko



egun gutxi erabiltzea? Gainera, hemen hornitzailearen ikuspuntutik aztertu behar dugu gaia, zeren zilegizkoa al da hornitzaileak bezeroak ordainduko ez diola jakinda, hau da promesa beteko ez duela jakinda, ondasun eta zerbitzuen salmenta egitea? Alde honetatik, aipatzekoa da baita ere, hornitzailearen portaera etika aldetik zalantzan jar daitekeela. Hornitzaileak sinatzen duen merkatal kontratua gezur batean oinarrituta egongo da askotan eta hornitzaileak jakin badaki horrela dela. Horrek hornitzailea bankari lanera bultzatzen du, produkzioa ez den beste ekintza batzuen finantzatzaile dugu eta ekintza espekulatzaile bat bultzatzen ari da. Egia da, teorion behintzat, hornitzailea banketxe rola betetzen ari denean, bere helburua betetzen ez dela ari. Baina praktikan egoera hau ematen da eta lehiakortasun desleialaren barnean koka dezakegu. Beraz, nahiz eta teorikoki azkar ordaintzea eta aginduta bezala ordaintzeak enpresen ordainketa bertutea definitzen dutela pentsatu, ordainketa bertutea bi aldagai hauen muturretan oinarritzea zalantzakoa dela azaldu dugu.

Ordainketa bertutea merkatal ekintzen araberkoa da. Egoera, enpresa mota, produktu edo sektorearen arabera promesak tinkoagoak eta ordainketak arinagoak izango dira. Hau da, aldakortasun handiko produktuen salmentak promesa zalantzarrien menpe egon daitezke eta salmenta azkarreko produktuak azkar ordaindu beharko litzaizkieke produkzio katean dauden hornitzaile guztiei. Hornitzaileek produkzio katea finantzatzea zilegizkoa izango da, baina hornitzaileek banketxe posizioa ez dute onartu behar. Beraz, ondasunak eta produktuak saltzerakoan merkataritza kreditua zati operatiboan eta finantzarioan banatzeak, hornitzaileari bere erantzukizuna zein den jakiten lagundu diezaioke.

## 5. Ondorioak

Enpresa etikaren izaera azaltzerakoan azken urteotan aurkako eta aldeko arrazoibideak izan dira. Etikak bere garrantzia dauka gure bizimoduan. Giza portaerak, bizitzak berak eta lan munduak enpresa erakundeekin erlazio nabaria daukate, eta hauek finantza arloarekin loturik daude. Honela izanik, enpresa etikaren eta finantza etikaren ekarpenen beharra plazaratu dugu lan honetan. Zehazki, enpresa etikaren arloan edo finantza eta kudeaketaren arloan ez dago merkataritza kredituaren erabilerari buruzko etika ikerketarik, baina etikak finantza arloan zeresanik baduenez, merkataritza kredituaren erabilera aztertzeak interes berezia dauka.

Finantza krisialdi honek finantza merkatu, finantza portaera eta finantza profesionalen etikari buruz hitz egitera bultzatu gaitu. Merkataritza kredituaren erabilera aurretik ikertu da, baina ikerlariak merkataritza kreditua finantza

teoriaren ikuspuntutik aztertu dute, eta etikak lekurik ez du izan. Baina merkataritza kreditua garrantzitsua da, bai bolumenarengatik eta baita dakartzan ondorio finantzario negatiboengatik. Orokorrean, esan dezakegu merkataritza transakzioak gehienetan kredituak erabiliz egiten direla herrialde guztietan, bai Estatu Batuetan, bai Europako herrialdetan ere. Gainera, gaurko enpresen kaudimen-gabeziaren arrazoiatariko bat dugu merkataritza kredituaren erabilera. Zenbait herrialdeko gobernuak, merkataritza kredituaren erabilera murrizteko, edo behintzat haren erabilera politika aldatzeko ekintzak eraman dituzte aurrera. Erresuma Batuan politika aktiboak ezarri dituzte ildo honetan, batzuk derrigorrezkoak, erregulazio bidez, eta beste batzuk borondatezkoak, ordainketa kodeak direla medio. Hau ez da, ordea, Espainiako kasua. Nahiz eta merkataritza kredituaren erabilera, bai enpresen aldetik, eta baita bereziki gobernu-agentzien aldetik ere, Europar herrialdeetako motelenetarikoa izan (ordainketa epeak kontuan izanda) politika aktiborik aurrera ez da eraman.

Gure analisiak hornitzaileen ordainketei buruzko hutsunea erakutsi du. Ordainketa bertutea azaltzerakoan bi aldagai garrantzitsu eta ezberdinu daude, beharrezkoak direnak: ordainketa abiadura eta ordainketa promesa. Ordainketa bertutea definitzen ahalegindu gara; hala ere, teorikoki baino ezin dugu esan promesari eustea eta ahalik eta arinen ordaintzea ordainketa bertutea direla. Teoria honetan sakontzerakoan, ordainketa bertutea, egoeraren arabera promesa jarraitzea edo epea luzatzea, erlatibotasunaren menpe egongo da. Enpresa batek puntualki ordain dezake baina beranduegi. Arazo honi dagokionez, bai datuen arabera, bai testuliburuengomendioak direla medio, baieztatu dezakegu ordainketa bertute falta dagoela. Orokorrean, promesak ez dira mantentzen eta motelki ordaintzen dira hornitzaileen fakturak. Gainera suspertu egiten da hornitzaileengandiko finantzaketa erraza eta produktu «merkearen» lorpena.

Gure ekarpen garrantzitsuenak bestelakoak dira. Lehenik, enpresaren portaera «ona» azaltzeko ordainketa abiadura edo ordainketa epea erabiltzea maularazko adierazlea da, ordainketa bertutea promesa betetzearren menpe eta enpresaren produkzio katearen menpe egongo delako. Bigarrenik, enpresa eroslearen ikuspuntutik at, ondasun, zerbitzu eta kredituaren emailearen portaera aztertuz agerian jarri da lan honetan merkataritza-kreditu emailearen erantzukizuna ez dela bezeroei kredituak ematea. Hornitzaileek ez dute banku baten moduan jokatu behar. Hala ere, askotan ematen den egoera da hau, merkataritza kreditu epea zilegizko epea baino handiagoa izaten delako. Ondorioz, zilegizkoa da hornitzaileek merkataritza kreditu operatiboak ematea, baina ez finantzarioak.

## Erreferentziak

- ARNOLD, GLEN (2005), *Corporate Financial Management*. England: Pearson. 3th edition.
- ATRILL, PETER & EDDIE McLANEY (2002), *Management Accounting for Non-specialists*. Harlow: Prentice Hall. 2nd Edition.
- BLOCK, STANLEY & GEOFFREY HIRT (1994), *Foundations of Financial Management*. Burr Ridge, IL: Irwin. 7th Edition.
- BOATRIGHT, JOHN RAYMOND (1999), *Ethics in Finance*. Malden, MA: Blackwell. Boatright (2008)-n berragitaratua.
- BRECHLING, FRANK & RICHARD GEORGE LIPSEY (1963), «Trade Credit and Monetary Policy». *Economic Journal* 73 (2): 618-41.
- CHANT, ELIZABETH & DAVID WALKER (1988), «Small Business Demand for Trade Credit». *Applied Economics* 20 (7): 861-76.
- CHENG, NAM SANG & RICHARD PIKE (2003), «The trade credit decision: evidence of UK firms». *Managerial and Decision Economics* 24 (6-7): 410-38.
- CHUN, ROSA (2005), «Ethical Character and Virtue of Organizations: An Empirical Assessment and Strategic Implications». *Journal of Business Ethics* 57 (3): 269-84.
- COWTON, CHRISTOPHER (1999), «The world of finance». *Etika Podnikání a Veřejné Správy* (Prague: Vuste Envis) 1: 8-16 or.
- DALTON, TONY (2007), *Business on a Shoestring: Cash Management*. Huntingdon: A & C. Black.
- DEMIRGÜÇ-KUNT, ASLI; ERICA DETRAGIACHE & POONAM GUPTA (2006), «Inside the crisis: An empirical analysis of banking systems in distress». *Journal of International Money and Finance* 25 (5): 702-18.
- EICHENGREEN, BARRY & ANDREW ROSE (1998), *Staying afloat when the wind shifts: External factors and emerging market banking crises*. Working paper No. 6370, NBER.
- EMERY, GARY (1987), «An optimal financial response to variable demand». *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22 (2): 209-25.
- FISMAN, RAYMOND & INESSA LOVE (2003), «Trade Credit, Financial Intermediary Development and Industry Growth». *Journal of Finance* 58 (1): 353-74.
- FREEMAN, EDWARD (1984), *Strategic Management: A Stakeholder Approach*. Boston: Pitman Press.
- FRIEDMAN, MILTON (1970), «The social responsibility of business is to increase its profits». Chryssides, George eta Kaler, John (1993)-n berragitaratua, *An Introduction to Business Ethics*. London: Thomson, 249-54 or.
- GITMAN, LAWRENCE; KEITH FORRESTER & JOHN FORRESTER (1976), *Principles of Managerial Finance*. New York: Harper and Row.
- GOWRI, ADITI (2007), «On Corporate Virtue». *Journal of Business Ethics* 70 (4): 391-400.
- GRABLOWSKY, BERNI (1984), «Financial Management of Inventory». *Journal of Small Business Management* 22: 59-65.
- HODGETTS, RICHARD & DONALD KURATKO (2001), *Effective Small Business Management*. Orlando, FL: Harcourt. 7th edition.
- HOLMES, GEOFFREY; ANDREW SUGDEN & PAUL GEE (2002), *Interpreting company reports and accounts*. Harlow: Prentice Hall. 8th edition.
- JAFFEE, DWIGHT (1969), «Credit Rationing and the Commercial Loan Market». *Journal of Finance* 24 (4): 729.
- KEYNES, JOHN MAYNARD (1926), *The End of Laissez-Faire*. London: Hogarth Press.

- KOHLER, MARION; ERIK BRITTON & TONY YATES (2000), *Trade Credit and the Monetary Transmission Mechanism*. Working Paper Series, no. 115, Bank of England.
- LEE, YUL & JOHN STOWE (1993), «Product Risk, Asymmetric Information and Trade». *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 28 (2): 285-300.
- LEWIS, PHILLIP (1985), «Defining business ethics: Like nailing jello to a wall». *Journal of Business Ethics* 4: 377-83.
- MCMENAMIN, JIM (1999), *Financial Management. An Introduction*. New York: Routledge.
- MELTZER, ALLAN (1960), «Mercantile Credit Monetary Policy, and Size of Firms». *The Review of Economics and Statistics* 42 (4): 429-37.
- NADIRI, ISHAK (1969), «The Determinants of Trade Credit in the U.S. Total Manufacturing Sector», *Econometrica* 37 (3): 408-23.
- NG, CHEE; JANET SMITH & RICHARD SMITH (1999), «Evidence on the determinants of credit terms used in interfirm trade». *Journal of Finance* 54 (3): 1109-29.
- NILSEN, JEFFREY (2002), «Trade Credit and the Bank Lending Channel of Monetary Policy Transmission». *Journal of Money, Credit, and Banking* 34 (1): 226-53.
- PAUL, SALIMA & REBECCA BODEN (2008), «The secret life of UK trade credit supply: setting a new research agenda». *The British Accounting Review* 40 (3): 272-81.
- PIKE, RICHARD & BILL NEAL (1993), *Corporate Finance and Investment. Decisions and Strategies*. London: Prentice-Hall.
- PRINDL, ANDREAS & BIMAL PRODHAN (1994), *Ethical Conflicts in Finance*. Oxford: Blackwell.
- REALEY, RICHARD; STEWART MYERS & FRANKLIN ALLEN (2006), *Principles of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill Irwin. 8th Edition.
- ROSS, STEPHEN; RANDOLPH WESTERFIELD & JEFFREY JAFFE (2005), *Corporate Finance*. New York: McGrawHill International edition. 7th edition.
- RYAN, BOB (2008), *Finance and Accounting for Business*. London: Thomson. 2nd Edition.
- SCHUDT, KARL (2000), «Taming the Corporate Monster: An Aristotelian Approach to Corporate Virtue». *Business Ethics Quarterly* 10 (3): 711-23.
- SCHWARTZ, ROBERT (1974), «An Economic Model of Trade Credit». *Journal of Finance and Quantitative Analysis* 9 (4): 643-57.
- STARK, ANDREW (1993), «What's the matter with business ethics?». *Harvard Business Review* 71 (3): 38-48.
- STERN, J.M. & D.H. CHEW (arg.) (2003), *The Revolution in Corporate Finance*. Oxford: Blackwell. 4th edition.
- VAN HORNE, JAMES & JOHN WACHOWICZ (2001), *Fundamentals of Financial Management*. New Jersey: Prentice Hall. 11th edition.
- WHETSTONE, THOMAS (1998), «Teaching ethics to managers: Contemporary problems and a traditional solution». In Cowton, Christopher eta Crisp, Roger (arg.), *Business Ethics: Perspectives on the Practice of Theory*. Oxford: Oxford University Press: 177-206 or.
- WHITELY, RICHARD (1986), «The transformation of business finance into financial economics: the roles of academic expansion and changes in U.S. capital markets». *Accounting, Organizations and Society* 11 (2): 171-92.
- WILLIAMS, BERNARD ARTHUR OWEN (1985), *Ethics and the Limits of Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- WILSON, NICHOLAS & BARBARA SUMMERS (2002), «Trade credit terms offered by small firms: survey evidence and empirical analysis». *Journal of Business Finance & Accounting* 29 (3/4): 317-51.

# Arrazonamendu analogikoa fisika modernoan: inbariantza eta simetria<sup>1</sup>

ALAIN ULAZIA

ILCLI (UPV/EHU)

## (Analogical reasoning in modern physics: Invariance and symmetry)

### Abstract

*In this critical notice we discuss the role of analogical reasoning in some important fields of modern physics. We do that by analyzing the heuristic relevance of invariance and symmetry, especially of the latter, following van Fraassen's epistemological formulation of the Symmetry Principles.*

**Keywords:** *Analogy, heuristics, Physics, invariance, symmetry, ontology*

Inbariantza, sistemaren transformazio batean zehar kontserbatzen den horren ideia, 1 eta 2 egoeran berdin dirauen kantitatearena, funtsezkoa da fisikarien pentsamoldean: energiaren, momentuaren, momentu angeluarraren, masaren kontserbazioa, edozein problema askatzeko, edozein egoera transformazio kontsideratzeko, oinarritzkoa da.

Edalontzi batean ur gainean flotatzen daukagu izotz puska bat. Apur bat beranduago edalontziari begiratu eta izotza urtu egin dela ikusi dugu. Zenbat igo ote da uraren maila?

Ez da igoko. Izotza flotatzen zegoenean (1 egoera), urpean zegoen izotz zatiaren bolumenak desplazatzen zuen ur kantitatearen pisuak izotz osoarenaren berdina izan behar zuen (Arkimedesen legea). Izotza urtzean (2 egoera), bere bolumena murriztu egingo da (izotzaren bolumena urarena baino handiagoa baita), hain justu, lehen urpean zegoen izotz zatiaren bolumen harexetara. Zergatik? Izotz zati bat urtzen denean hasierako izotzak eta amaierako urak masa berdina dutelako. Masa da 1tik 2rako transformazioan kontserbatzen dena, eta masa horrexen pisua da murgildutako izotz zatiak ur bezala desplazatu behar duena, urtzean izango dugun ur kantitea, hain zuzen.

---

<sup>1</sup> Nire esker ona iruzkinak eta aldaketarako proposamenak egindako txostengile anonimoei.

Bi egoeren artean «kontserbatzen dena», inbariantea dena topatzea, ahaztu dugun ohiko propietate bat izan edota kantitate matematiko hagitz abstraktu bat izan, gakoa izan daiteke. Horrela, inbariantza bi elementuren arteko erlazioan kokatzen da, bata bestea transformatzen den egoera batean, zeinetako bat problemaren itua izango den, analogia batean bezalaxe.

Are gehiago, analogia motatzat har daiteke. Inbariantzaren prozedura heuristikoa, alta, antzekotasuna *a posteriori* dator, ez da aldez aurreko mugapen nagusia. Inbariantzaren erabilera heuristikoak konparatzen diren bi egoerak hasiera batean desberdinak direlako eta elkarren arteko analogiari inolaz antzik ematen ez diogulako hartzen du berezko indarra. Estructura da kasu honetan mugapen nagusia, atzean dagoen estructura kontserbatua.

Inbariantzaren estatus kognitiboa analogiaren perfektzionamendu batera murriz daitekeela dirudi. Beraz, inbariantzaren izaera, pentsamendu analogikoarekin zuzenki loturik, heuristikaren domeinuan sar daiteke, analogiari funtsezko balio kognitiboa emanda (Clement 2008).

Hala eta guztiz ere, euren eginbeharrarekiko handiustez akaso, maiz naturaren baitan estatus ontologikoa eman izan diete fisikariek (maizago fisikaz ari diren filosofoek) nire ustez tresna heuristikoak baino ez diren halako kontzeptuei. Adibide nabarmenena simetriena da, natura deskribatzen duten ekuazio batzuk transformazio talde batzuen pean duten inbariantzarena.

Noetherren teoremak, halakoetan, kontserbatzen den magnituderen bategon egon behar duela iragartzen du, sistema fisikoaren barnean usu esangura fisiko garrantzitsuren bat izaten duena. «Esangura fisiko garrantzitsu» bati bide eman arren (adierazpide horixe erabili ohi dute fisikariek), neure iritzian, simetriak fisikariaren pentsatzeko eta sortzeko artearen baitan baino ez dira kokatzen, eta ez naturaren ontologiaren muinean.

Are gehiago esango nuke, heuristikaren barnean identifikatu ohi diren alderdi kognitibo desberdinen artean, simetrien erabilerak fisikariaren gogoprozesu sortzaile batekin bat egiten du klarki: analogiarekin.

Oro har, sormen handiko genesi teorikoen kasuan ere, fisikariaren inbariantza abstraktu eta matematikoaren adierak kontserbatu behar den eskema batean hartzen du gorputza. Fisika bezain «gogorak» ez diren zientzietan kontserbazio eskema batzuek sormen prozesuaren baitako aurrerabide teorikoan aingura finko bat eskaintzen dute eraldatzen ari den ezagutzasarean.

Aproposa da, etsenplurako, Gruberren (1974) epistemologia genetikoaren araberrako Darwinen kasu azterketa aipatzea, biologia bezalako zientzia «bigunago» baten baitan. Gruberrek Darwinen 1837-1839 epealdiko koadernoak erabili zituen honen hautespen naturalari buruzko ideien eraldaketa azter-

tzeko. Piageten asimilazio/egokitzapen mekanismoa erakusten duen Darwinen pentsamenduaren mailakako transformazio bat atzeman zuen. Bilakaera horretan zehar, Gruberren aburuz, gutxi gorabehera finko dirauen ideia multzo bat badago beti, ideioi parte hartzen duteneko ezagutza sistema orokorra nabarmenki aldatzen den arren. Inbariante bat bezalakoa litzateke ideia multzo hau. Darwinen hasierako teoretan inbariante bat zen existitzen zen espezie kopuruaren kontserbazioa. Gruberrek «kontserbazio eskema» deitzen zien elementu mota hauei, bere ustez naturan jarraitasun bat bilatzeko konpromisoari eusten ziotenei, hain zuzen. Bere bigarren inbariantza mota bat «orekatze eskema» zen, moldaketa, aldaketa moldatzailea eta formen serie jarraituak barne zituena. Análisi honen bidez Gruberrek ardatz finkoak marraztu zituen aldatzen ari zen sare teoriko batean. Lakatosen hitzetan Darwinen ikerketa-programaren nukleoa litzateke kontserbazio eskema eta programaren historian zehar lerratzten den inbariantzaren beharra heuristika negatiboak bermatuko luke.

Semantika adibidetzat hartuta ere, teoria semantiko moderno bezala, Barwise eta Perryren 80. hamarkadako semantika situazionalak egoera moten arteko informazio transferentzia ildo honetan du aipagai (Barwise & Perry 1981). S egoera batek S' egoeraz informaziorik baldin badu, komun euren ezaugarrien arteko korrelazio sistematiko bat dutelako da. Korrelazio hori emanda, S egoerak S' egoera adierazten duela esan dezakegu. Eboluzio biologikoaren ondorioz, organismoak egoera arrotzei buruzko informazioa orainean lortzeko kapazak dira, egoera horren zenbait ezaugarri gailen atzemanaz eta beste egoerei buruz informazio lortzeko baliatuz, dagozkien korrelazioak ezagutzeari esker. Mintzaira ez da salbuespen bat. Berez, esaldi deklaratiibo baten adiera berau proferitzen den egoeraren eta beronek deskribatzen dituen egoeren arteko erlazio bat baino ez da. Horrela, semantika minimalista baten baitan kokatuta, pragmatikoki egoeraz egoera eman daitezkeen aldaera anitzetatik libre helduleku inbariante bat dago proferentzia jakin bakoitzean, kontserbatzen den muin bat, zientzialarien arteko elkarrizketetan teoria berri bat sortzen ari denean oinarri zientifiko handirik gabe, kale edo bale, erabaki beharra dagoena. Antza, fisikarien komunitatearen elkarrizketen baitako teoria baten genesian kontserbazio eskema deritzogunak figura ilustratibotzat ezezik, pentsalariaren iturri analogikotzat funtzionatu ahal du.

Energiaren kontserbazio legea, adibidez, kimikan erreakzioen masa kontserbazioarekiko analogiaz, mekanikan energia zinetikoa eta potentziala kontuan hartuta kontserbatzen denarekikoaz, eta termodinamikan lana eta beroa kontuan hartuta kontserbatzen denarekiko analogiaz ordena altuko erlazio mikrofisiko eta kosmologikoetaraino hedatu den lege bat da, bide horretan jasan duen jasokunde nomologikoaren ondorioz naturaren funtsezko printzipioaren estatusa lortu duena. Hala ere, edozein ontologiatan duten konfidantzaren ispilu, problema korapilatsu baten aurrean ezinean

daudenean horrelako printzipio funtsezko bat ere dudan jartzeko gai dira fisikariak.

Adibideok ilustragarriak dira, izan ere, aldagaiztasunaren ideiak bete-betean bat egiten du pentsamendu analogikoarenarekin. Fisikari dagokionez, natura deskribatzen duten ekuazioek, transformazio batzuk aplikatu eta gero, ekturura bera mantentzen segitzen dute eta modu batean antzekoak edo *analogoak* izaten. Fisikariek badakite ekuazioek natura egokiro deskribatuko badute, transformazio talde batzuen pean aldagaitzak izan behar dutela. Funtzio hori bete zuten Lorentzen transformazioek elektrodinamika erlatibistan ekuazio klasikoak abiadura handitarako birformulatzean. Funtzio hori bete zuten Gauge transformazioek, Lorentzeneri beste berri batzuk gehiago batzen dizkietenek, eremuen teoria kuantikoko ekuazioak eraikitzean eta oinarritzko partikula berrien bilaketan. Hor kokatzen dira fisikariengandik hainbestetan entzuten ditugun simetriak.

Halaz, definizioan ekturura gailena inbariante mantentzen duen transformazio bat dela esan ohi da simetriaz. Transformazioa *simetria taldeak* du. Jakina, *gailen* hartu beharrekoa aldatu egiten da testuinguru batetik bestera. Zentzu honetan, simetriaren nozioak berezko izaera *pragmatiko* bat badauka. Testuinguru jakin batean pentsalariak gailena irizten dionaren arabera determinatuko da ektururaren zein ezaugarrik irautea nahi den, eta zeinek ez. Honen ez du esan nahi pentsalariari nahikoa zaionik aldagaitz zein ezaugarrik iraugo duen erabakitzea. Mugapen objektiboak daude tartean, pentsalariaren edo testuinguruaren menpekoak ez direnak. Adibidez, ez da existitzen zenbaki naturalen kardinaltasuna inbariante mantentzen duen transformaziorik zenbaki naturaleratik zenbaki errealetara banan-banako korrespondentzia ezarri nahi denean, Cantorrek diagonalaren teoremarekin argi frogatu zuenez. Hala, ekturura hauentzat ezinezkoa da halako inbariantza bat topatzea. Batek ezin du inbariantza bat sortzea hala-moduz erabaki. Alta, izaera pragmatikoak badirau. Azken buruan, ezinbestekoa da ektururaren iraupen prozesuan ekturura baten zein osagai hartuko den gailentzat kontestuarrekiko libreki erabakitzea.

Ezaguna denez, ektururaren aldagaiztasun nozioak isomorfismo nozioaz hartzen du bere formulazio matematikoa, aplikazio linealetako homomorfismo bijektiboez, alegia. Horrela, ez da harritzekoa isomorfismoa ere testuinguruaren menpekoa izatea: ekturura mota diferenteek diraude aldagaitz testuinguru diferenteetan. Adibidez, aritmetikan, bi ekturura isomorforen artean kontserbatzen direnak, zenbaki naturalen ordenaz aparte, zenbaki horien gaineko eragiketa aritmetikoak dira. Talde teoriaran, ekturura isomorfoez kontserbatu beharreko ezaugarri gailenduak apur bat diferenteak dira, taldeen arteko kidezta erlazioen ezaugarriekin zerikusia dute-eta. Edota, algebra linealean, beste propietate batzuek diraude: isomorfismoak bektoreen propietate matematikoak kontserbatzen ditu.



Inbariantza kontzeptua azpimarratzerakoan inportantea da, berriro ere, inbariante dirauten elementu motak argi izatea. Inbariantza mota inportante bat Tarskyren eredu teoriaren egia-balioena da (Hodges 2001). Hots, lehen mailako bi estruktura homologo elementalki baliokideak badira, orduan estruktura batean egia den edozein enuntziatu egia izango da bestean, eta alderantziz. Inbariantzak, kasu honetan, aintzat hartutako enuntziatuen egia-balioarekin du zerikusia.

Baina zer dute komunean fisikaren simetriek, matematikaren isomorfismoek, eta Tarskyren baliokidetza elementalak? Hirurak har daitezke tresna heuristiko inportantetzat. Bi estruktura isomorfoak badira, orduan elementalki baliokideak dira. Jo dezagun  $P$  enuntziatu bat egia dela  $S$  estruktura batean. Orduan  $S$   $S'$ -rekiko isomorfoa dela ezarriz (edota  $S'$ -rekiko elementalki baliokideak) segituan ondoriozta dezakegu  $P$   $S'$ -n ere egia dela. *Transferentzia-printzipio* bat da hau, emaitzak domeinu batetik bestera transferitzea ahalbidetzen duen printzipio bat. Simetriak ere, hain justu, transferentzia-printzipio bat eskaintzen du. Estruktura bat inbariante mantenduz, simetriak emaitzak domeinu batetik bestera hedatzea ahalbideratzen digu, domeinuen arteko *antzekotasun estrukturalean* oinarrituta, analogia matematiko doietan oinarrituta. Simetria printzipioetan topa ditzakegu, zehatzago, simetria, isomorfismoa eta baliokidetza elementala erlazionatzen dituen erabilera heuristikoaren gakoak.

Simetriak zein printzipiopean formula ditzakegu filosofian? Neuk aukeratu dudana, van Fraassen aintzat hartuta (1989, 223-246 or.), simetrien zeregin heuristikoa azpimarratzen duen ikuspegia da, zenbaiten iritziaren kontra, naturaren berariazko izaera egituratuko lukeen simetrien estatus ontologiko batetik at. Heuristikoa da, neure ustetan, fisikan simetriek duten zeregin nagusia (adibidez mekanika kuantikoan), eta argi izan behar da zeregin hau aurerra egin baino lehen.

Ikus ditzagun bada, modu lauean, van Fraassenen bi simetria printzipioak, (SP1) eta (SP2):

(SP1) *Funtsean berdinak diren problemek funtsean soluzio berdina izan behar dute.*

Formulazio honek simetrien zeregin heuristiko analogikoa nabarmentzen du: simetriek problema baten formulazioa gidatzen dute eta bere soluziorako estrategiak adierazten dituzte, bi problema analogoren artean. Alde batetik, (SP1) printzipioak problema batean simetriak bilatzeak eta problema ezaugarritzen duten propietate gailenak identifikatzeak daukaten garrantzia aldarrikatzen du. Ezaugarriok jatorrizko problemarekiko esanguratsuki antzekoa den problema berri bat sortzeko erabiliko dira gero. Problema berria ebatziz, (SP1)-ek soluzioa jatorrizko problemara transferitzea ahalbidetzen digu. Muinean, (SP1)-ek gida orokor bat eskaintzen digu problema ebazpenerako, eta gida hau

segituz, estruktura gehiago eratzen da, problema berri bat gorpuzten baita. Finean, estruktura analogo gehigarri bat erabiliz, diferentea den baina erlazionatua dagoen problema bat ebazten da, zeinak jatorrizko problemaren soluzioa eskaintzen duen.

Esaterako, Erlatibitate Orokorrean, hiperazalera esferikoki simetrikoez xehe daitekeen grabitate eremu bat Schwarzschilden eremu bat da, zeinaren metrika Einsteinen eremu ekuazioentzat ezagutzen den soluzio zehatz bakarretarikoa den. Beste soluzio mota zehatz famatu batek ere, Friedmann-Robertson-Walkerren metrikak, simetriak aitzin-suposatzen ditu. *Simetriari arabera soluzio motak* definitzen dira, horrela problemak soluziobide motaren arabera sailkatzeko. Problema mota zehaztean problemaren eduki fisikoa ezezik soluziobidea ere zehazten da.

Edota espazio eta denbora translaziopean inbariantek diren fenomenoek leku eta une partikular batean egiaztaturiko esperimenteren errepikaportasuna eta lege naturalen aplikagarritasun unibertsala bermatzen dituzte. Halaz, problema zinematikoa mota jakin bat funtsean soluziobide batera murriztuko da.

Espazio-denboraren baitako arazootan, Galileok jada behatu zuen prozesu fisikoak modu berean garatzen direla geldik dagoen laborategi batean edo mugimendu uniformean den batean. Naturaren simetria hau erlatibitate printzipioaren oinarria da: newtondarra, simetria taldea Galileoren taldea bada; einstendarra, simetria taldea Lorentzen taldea bada. Erlatibitateari buruzko hausnarketak, Einsteinen obran inspiratuta, inbariantzia eta simetria, ontologikoki, objektibotasun edo errealtate irizpidetzat hartzea dakar zenbaitentzat (Winnie 1986). Denbora propioa eta geldioneko masa bezalako kantitateak, Lorentzen transformazioen pean inbariante dirautenak, bene-benetako errealtate fisikoak liriateke; ez, aitzitik, dimentsio espazialak edota denbora tartekak. Baina, jakina, zer esango dugu masa erlatibistaz, hots, gorpuzak laborategiarikiko azelerazioari jartzen dion erresistentziaz? Ez dirudi zentzuzkoa irrealtzat hartzea partikula azeleragailuak eraikitzen eta administratzen dituztenentzat, eragiten dituen kostuak kontuan hartuta. Edozein ontologia eraiki nahi izateak dirudi irrealia simetriari inguruan.

(SP2) *Problema batean edozein asimetria beste asimetria batetik dator.*

Van Fraassenen simetria printzipioaren bigarren formulazio honek simetria estruktura kontserbazioaren itzalpekoa dela nabarmentzen du. Simetriaren bat hausten baldin bada, aurretik kontuan hartu ez den asimetriaren batengatik izan behar du derrigor. *Simetria hausturaren* nozioa, etsenplurako, partikula elementaletan  $n$ -koteetan SU(3) taldeko zortzikotean, nahiz kosmologian, materia eta antimateriaren arteko asimetria txiki baten karira eboluzionatu duen gure unibertsoa deskribatzean, hitz egiteko modu ohikoa da egungo fisikarien lengoaiari.

Har dezagun adibidez isospin simetria interakzio ahulean, aipaturiko SU(3) Lieren taldekoa. Neutroiak eta potroiak masa igualtsua dutela ikusita eta edozein bi nukleiren (protoi edo neutroi) arteko interakzio gogorraren indarra berdina dela aintzat hartuta, simetria fundamentalago batek egon behar du quarken artean. Halaz, *up* eta *downquarkekin* hasitako simetria triangularretan *strange* quarka sartu zenean sortu zen zortzikotea, mesoiak eta barioiak sailkatzeko erabiltzen dena. Izan ere, interakzio gogorra inbariantea da quark diferenteen trukaketarekiko. Isospin simetriaren bortxaketa *up* eta *down* quarken masak eta kargak diferenteak direlako agertzen da. Baina interakzio gogorrean asimetria hau mespretxagarria denez, isospin simetriak kalkulu tresna erabilgarria izaten segitzen du. Gell-Man fisikariak proposaturiko  $\Omega^-$  partikularen bilaketa harrigarria ere simetria talde honen pean burutu zen, konfigurazio simetrikoa ixteko falta zen partikularen existentzia iragarritz.

Laburki esanda, simetria tresna heuristiko indartsuenetakoa da partikula fisikan. Simetriaren bortxaketak eta asimetrien agerpenak naturaren ulerpen sakonagora garamatzaten problema teoriko eta esperimentalak dakartza.

Honenbestez, simetriek seinala ditzaketen transferentzia zilegien baitan, fisikarien sormen prozesuarentzat honelako galderak ardatz dira: zein eraldaketaren pean segitzen dute aldagaitz ekuazio esanguratsuek? Eta alderantziz hobeki, transformazio-ekuazio funtsezkoak aintzat hartuta (Lorentz edo Galileorenak adibidez), zeintzuk dira hauen bahetik pasatzen ez diren ekuazio deskribatzaileak? Galdera hauek, klarki, pentsamendu analogikoaren baitan daude, nahiz eta teknika matematiko sotilez formalizatuak eta jantziak egon; eta, inportanteena, honen arabera ebatzi beharreko problema motak (eduki fisiko zehazdunak) planteatzen ditu.

Adibidez, eremuen teoria kuantikoaren baitako *gauge* simetriek eurek *gauge* eremu baten existentzia eskatzen dute (espazio-denboran puntuz puntu aldatzen den transformazio talde bat). Horrela, taldearen propietate matematikoez lotura estua dute teoriarik errepresentagarria den eduki fisikoarekin, eta irmoki mugatzen dute hau. Henneaux eta Teitelboimen arabera (1992), teoria mota honetan askatasun graduak baino aldagai gehiago erabiltzen dira deskripzio fisikoan; fisikoki esanguratsuak diren kantitateak inbariantek dira *gauge* transformazioen pean; azkenik, aldagai gehigarrien erabilera deskripzioa argiagoa egiten du eta honekin batera teoriaren eduki fisikoa seinalatzen eta azpimarratzen duen simetria bat eratzen du.

Beraz, meta-problema ikuspegitik, ebazpen analogikoak hainbat problema ezberdin batzen ditu simetria taldeen kasuan. Simetria eskakizunak dakarkigun *problem-solving* hau, alabaina, fisikarien sormenean analogiak hartzen duen eremu zabalaren barneko ebazpen mota bat baino ez da, teoria modernoetan berebiziko garrantzia izan duena. Neure ustez, zientzialarien analogien eboluzioak, pentsamendu prezientifikotik eta alkimisten metafora plura-

listatik (Lloyd 1966) fisikari modernoen analogia matematikora, *gauge* transformazioak gisako formalismo matematiko konplexuetan jotzen du goia. Izan ere, jada azken etapa honetan, *irudikagarritasun* oro galtzen da inbariantzaren metodoan analogia erabat formalizatzean. Hala eta guztiz ere, ahozko komunikazioan eta elkarrizketa ez-formalean betiko irudiak mantenduko dituzte fisikariek, eta berriak sortuko.

Finean, fisika matematikoak, bere sormen prozesu teorikoa ahalbideratzearen, analogian oinarritutako formalismo matematiko oso bat garatzea lortu du. Halatan, *irudi* batean ainguratu ohi zen analogia sortzaileak bitarteko sistematiko bat aurkitu du bere garapenean, arrazonamendu analogikoaren barnean dagoen prozedura bat formalizatzeraino. Psikologiako inplizitu/esplizitu terminoetan hitz eginda, irudi inplizitu batek forma kognitibo esplizitu bat hartu du.

## Erreferentziak

- BARWISE, JON and JOHN PERRY (1981), «Semantic Innocence and Uncompromising Situations». In P. French, T. Uehling and H. Wettstein (eds.), *Midwest Studies in the Philosophy of Language*, vol. VI. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- CLEMENT, J. J. (2008), *Creative Model Construction in Scientists and Students: The Role of Imagery, Analogy, and Mental Simulation*. London: Springer.
- GRUBER, HOWARD E. (1974), *Darwin on Man: A Psychological Study of Scientific Creativity*. New York: Dutton.
- HENNEAUX, M. and C. TEITELBOIM (1992), *Quantization of Gauge Systems*. Princeton: Princeton University Press.
- HODGES, WILFRID (2001), «Tarski's truth definitions». In Stanford Encyclopedia of Philosophy. See: <http://plato.stanford.edu/entries/tarski-truth/>
- LLOYD, G.E.R. (1966), *Polarity and Analogy*. Bristol: Bristol University Press.
- VAN FRAASSEN, B. C. (1989): *Laws and Symmetry*. Oxford: Clarendon Press.
- WINNIE, J. A. (1986), «Invariants and objectivity: a theory with applications to relativity and geometry». In R. G. Colodny (ed.), *From Quarks to Quasars: Philosophical Problems of Modern Physics*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 71-180 or.

# Kategoriak analogia matematikorako

ENETZ EZENARRO

ILCLI & Ekonomia Aplikatua III saila  
(UPV/EHU)

## (Categories for mathematical analogy)

### Abstract

*Analogy in Mathematics has to be taken from a triple point of view: Conceptual analogy, analogical reasoning, and analogy-based approaches to generalisation in some relevant mathematical fields. My basic point in this short notice is that Category Theory can play an important role in defining that idea of analogy, and therefore in providing new ideas and methods for the construction of a more unified conception of Mathematics.*

**Keywords:** *Category Theory, functor, analogy, reasoning, generalisation, unification*

Ohar honetan ez dut Kategoriaren Teoriaren oinarriak adieraziko, ezta teoria horren balio fundatzailerik aztertuko matematikaren oinarriak gogozkiela. Helburua beste hau da: matematikaren arlo ezberdinetan arrazonomendu analogikoak hartzen duen eginkizuna gogoan izanda, Kategoriaren Teoriak bideratzen duen funktoreei buruzko kontzeptzioa horren harira eztabaidatzea.

Hiztegi on bat kontsultatzen bada (esaterako, *Cambridge International Dictionary of English*), analogia aurkezten zaigu bi objektuen arteko erlazio moduan, bi objektu horiek antzekoak badira ezaugarri batzuk batera dituztelako. Arazoa da antzekotasun terminoarekin zer ulertzen dugun argitzea, ahal bada modu formal batez. Modu ez formal batez egiteak nahasmendurako arriskua du, Erdi Aroko filosofian sarritan gertatu zenak erakusten digunez.

Konparazioa eta analogia ezagutza jasotzeko prozesuaren bi aspektu oinarrikoak dira, inola ere. Bereziki ezagutza matematikoari dagokionean. Matematika eredu/egituren zientzia bezala definitu izan da sarritan, nahiz eta eredu bat zer den argitzea ez den kontu erraza. Garbi dago, hala ere, ereduak sailkatzeko eta bata bestetik bereizteko objektuen arteko konparaketan oinarritzen garela: objektu matematikoen ezaugarri konkretuak konparatzen ditugu, eta jakineko ezaugarri batzuk (eredua definitzen dutenak) konpartitzen dituz-

ten objektuak baliokidetzat hartzen ditugu eta klase berberaren barruan sailkatzen (antzeko triangeluak, taldeak, espazio euklidearrak,...). Are gehiago, Kleinek (1872, 1893) bere garaiko geometria ezberdinak sailkatzeko asmoarekin martxan jarritako *Erlangen* programan esaten zuenez, aztertu nahi den klasearen izaera, bertako objektuek hortik kanpora atera gabe eduki ditzaketen transformazio onargarriek definitzen dute. Eta horrela geometria proiektiboa hartu zuen oinarri bateratzaile gisa.

Analogia ez da konparazio hutsa, konparaziotik abiatzen bada ere. Analogiak konparatzen diren egituren arteko «paralelotasun» konsistente bat topatzea du helburu, eta prozesu gisa ikusita arrazonamendu analogikoa beti da helburu jakin batzuetara bideratutakoa (Holyoak & Thagard 1995). Analogiaz hitz egiterakoan, nire ikuspuntutik hiru funtzio bereizi behar dira: kontzeptuen artekoa, metodoen artekoa eta bateragarritasunari dagozkiona. Hiru funtzio hauek era egoki batez biltzen ditu Kategorien Teoriak hasiera beretik Kleinen programa zabaldu eta orokortu zuenean Eilenbergen eta Mac Lanen 1945eko artikulu ezaguna medio (*A general theory of natural equivalences*).

Kontzeptuen arteko analogia esplotatzen duen adibide ezagun bat, Eilenberge eta Mac Lanek aipatutako artikulua argitaratu zutenean oso hurbilekoa zitzaien topologia algebraikorako kontzeptu kategorialen erabilera daukagu. Garai hartan oraindik zaila zen metodo kategorialez hitz egitea, Kategorien Teoriako oinarriak (kategoriak, funktoreak, transformazio naturalak) jartzen hasiak bazeuden ere, gerora azalduko baitziren teoria horretako elementu nagusiak, hala nola, funktore adjuntuak, Grothendiecken topoiak eta Lawvereren topoiak, horrela era bikoitz batean teoriaren oinarrietan sakonduz aldi berean logika algebraikoari eta logika geometrikoari bidea zabalduz. Adibidea sinplea da. Espazio topologikoen sailkapenaren auzia ebazteko espazio topologikoen kategoriatik taldeen kategoriara pasatzeko funktore egokia definitzen da eta azken kategoria honetan lortzen da, metodo algebraikoak erabilita, hasierako sailkapen arazoa ebaztea.

Analogia kontzeptualarekin hasita, analogiak bere indar guztia arrazonamenduan azaltzen du, berezia baita dedukzioarekin, indukzioarekin eta abdukzioarekin konparatuz. Arlo ezberdinen arteko analogia metodo nagusien analogiara pasatzen da, metodoak lehen itxura batean ezberdin samarrak izan arren funtsean berdin samarrak direlako, muinean metodo kategorial oinarrikoak izanik (Marquis 2009). Jakina, situazio honen ondorioa goian aipatutako analogiaren hirugarren aspektua da: bateragarritasuna. Ez dago esan beharrik ez gaudela abstrakzio zentzugabe baten aurrean, antzekoen bateratze eta oinarritze uniforme baten aurrean baizik. Sarritan, Marquisek aipatzen duen moduan, teorema ezagun baten frogaz zail batean metodo kategorialak erabiltzen dira, zuzenean jakin gabe halaxe denik.

Horrela bada, hizkuntza aldaketa bat (objektuetatik funtzioetarakoa) baino suposatzen ez zuela eta matematikari askok Kategorien Teoria «*general abstract nonsense*» bezala kalifikatzen zuten hasierako urte haietatik gaur egunera bitartean, teoria honek bere lekua egin du matematikaren barruan, kontzeptu eta metodo interesgarri eta erabilgarriak eman dituen heinean, eta matematikariak egitura eta metodo hauen sakontasunaz jabetuz joan diren heinean.

Antzeko zerbait gertatu zen aurrez ere taldeen teoriarekin. Gaur egun argi dago taldeak matematikaren esparru asko eta askotan etengabe agertzen direla, eta agertzen diren bakoitzean situazioaren ezaugarri garrantzitsu eta sakoneko osagai kontzeptualak azaleratzen dituztela. Beste modu batera ezinezkoak edo behintzat luzeak eta ilunak liratekeen konputazioak ahalbidetzen dituzte (Galoisek ekuazio polinomikoen erradikalen bidezko soluzioak bilatzeko problemari emandako soluzio dotorea da horren lekukoa). Eta Kategorien sorrerako hasierako asmoa hori ez bazen ere, taldeek kategoria konkretu bat baino ez dute osatzen.

Kontzeptu eta metodo kategorialen esplotazioa dexente hedatuta dago gaur egun, bai matematikan eta baita honekin muga egiten duten beste zenbait esparrutan ere, konputazio zientziak edo fisika teorikoa, kasurako. Problema edo esparru jakin batek argitzea eskatzen duen tokietan bilatu ohi dute aplikazioa, sarritan. Matematikaren oinarri-oinarrizko kontzeptuak kontzeptu kategorialen kasu partikularrak izateak erakusten duena da situazio matematikoen ezaugarri klabeak jasotzeko balio duela teoria honek. Mac Lanek esaten zuten bezala, arazoaren muina non dagoen seinalatzen digu.

Sarritan gertatzen denez, hasiera batean oso esparru ezberdinak diruditekin kontzeptu kategorial abstraktu berera eramaten gaituela ikusteak matematikaren sakoneko batasun bat agerian uzten du. Badirudi funktoreek esparru matematiko ezberdinen arteko informazio fluxu bat bideratzen dutela, kontzeptu eta metodoen fluxu bat, esparru batean garatutakoa beste esparruetan eskuragarri egoteko balio duena, eta bide batez aipatutako matematikaren batasuna sendotzeko balio duena. Hala ere ez da beti posible izaten funktore egokiak aurkitzea, informazio fluxu hori nahieran bideratzeko. Matematikarientzako lan tresna bat da kategorien teoria.

Baina ez hori bakarrik, Mac Lanek bere *Mathematics: Form and Function* (1986) liburuan behin eta berriz erakutsitako matematikaren kartografia edo nolabaiteko grafo haiek zentzuz beterikoak zirela egiaztatu da, eta gainera Kategorien Teoriak parte ezberdinen arteko erlazioak argitzen dituen heinean grafoak osatuz joan daitezkeela. Eraikin matematikoa eta honen parte ezberdinen arteko erlazioak agerian jartzeak jardun matematikoa bera zertan den argitzeko balio dezake, matematika bere osotasunean zer den hobeto ulertzeko eta matematikaren filosofia egoki baterako, azken finean.

Labur bada ere ezin aipatu gabe laga eztabaida sortzaile izan den proposamena: multzoen teoria ez, kategorien teoria baizik izango litzateke matematikaren oinarri orokorra. Bi bide jorratu arren, bata Kategorien Teoria axiomatikara eramanez eta bestea morfismo kontzeptua oinarri-oinarrizkotzat hartuta topoi bereziak eraikiz, ez batak eta ez besteak ez diote alternatibarik eskaini multzoen teoriari eta Hilbertek *Infinituaz* artikuluan 1926an esandakoak indarrean segitzen du: «ez gaitu inork Cantorrek sortutako paradisuak kanporatuko». Areago axiomatika bat egiteak Kategorien Teoriarentzat kutsu erabat artifiziala du, ez baita multzoen teoriaren kasuan bezala premiak eragindako gauza. Bestaldetik, aritmetika elementala egiteko topoiak ez dira baltare «naturalak» eta Lawvereren toposak barruan duen logika ez da klasikoa, intuizionista baizik.

Hasierako puntura itzuliz, hemen azpimarratu nahi dudana hauxe besterik ez da: analogia bere osotasunean gaur disziplina anitzetatik aztertzen den gaia da, bereziki zientzia kognitiboaren aldetik, adimen artifizialaren aldetik eta logikaren aldetik, eta azterketa horretan sakontzeak ikuspegi osoagoa eskainiko dio analogia matematikoa esaten zaionari; edonola ere, azterketa horretarako Kategorien Teoriak tresna egoki bat eskaintzen du goian azalduko arrazoiak medio.

## Erreferentziak

- EILENBERG, SAMUEL and SAUNDERS MAC LANE (1945), «A general theory of natural equivalences». *Transactions of the American Mathematical Society* 58: 231-294.
- HILBERT, DAVID (1926), «Über das Unendliche». *Mathematische Annalen* 95: 161-90.
- HOLYOAK, KEITH J. and PAUL THAGARD (1995), *Mental leaps: Analogy in creative thought*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- KLEIN, FELIX (1872,1893), «Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen». *Mathematische Annalen* 43: 63-100. English translation: «A comparative review of recent researches in geometry». *Bulletin of the American Mathematical Society* 2(10): 215-249.
- MAC LANE, SAUNDERS (1986), *Mathematics: Form and Function*. New York: Springer.
- MARQUIS, JEAN-PIERRE (2009), *From a Geometrical Point of View. A Study of the History and Philosophy of Category Theory*.



## Everyday aesthetics

YURIKO SAITO

Oxford: Oxford University Press, 2007, xiii + 273 or.

Aipatu nuen aurreko batean<sup>1</sup> gaur egungo estetika filosofikoan, artea eta estetika bi gauza ezberdin gisa hartzen direla. Teoria estetikoak aldatuz joan dira azkenengo urte hauetan. Artearena, teoria estetiko filosofikoak azter ditzakeen esparruen arteko bat baino ez dela ere esaten nuen (interesgarrienetarikoa bat seguruenik, baina bat besteen artean). Ingurumenaren estetikaren banderadun den Alen Carlsonen lana ezberdintasun hori ongi ikusteko adibide ona dela aipatzen nuen orduan.

Ingurumenaren estetikak dituen aspektu interesgarrien artean dago, dudarik gabe, estetikaren eremu teorikoa artearen ertzetatik harago eramatea. Eta horrela, estetikaren kontzeptua bera, era egokiago batean ulertzeko moduan ipintzen digu. Baina ingurumenaren estetikaren mugen barruan (gizakiak naturarekiko dituen harreman estetikoak aztertzean) gerta daiteke paisaia eta ingurumen naturala ikerketa objektuaren arreta erabatekoa izatea. Eta horrela, lehenago arteak teoriarengan zuen eragin itsugarriaren antzeko zerbaiten aurrean egongo ginateke berriz ere. Horregatik da hain garrantzitsua artearen ertzetatik harago abiatzerakoan, bidearen muturreraino iristea. Eta horrek izan behar du eguneroko estetikaren (aurrerantzean EE) eginbeharretako bat.

Egon badaudelako naturarekin, paisaiarekin, edo artearen estetikarekin zerikusi handirik ez daukaten gauza asko, baina estetikaren eremuaren barruan kokatu beharko genituzkeenak. Eta hori, hain zuzen ere, egunerokotasunean, objektuekin eta giroarekin gizakiok ditugun harremanetan estetikak paper garrantzitsua jokatzen duelako. Hau egun askok defendatzen duten zerbait da, eta baita teoria estetikoaren aurrerapenaren sintoma ere. Eguneroko estetika horren teoriaren hedaduran ez dago objektu pribilegiatu bat bakarrik (arte lanak, natura, eta abar), baizik eta estetikaren ikuspegitik azter daitezkeen objektu ezberdin ugari. Askoz ere zabalagoa eta oinarritzkoagoa den zerbaitekin gabilza gaur egungo ikuspuntu horretan. Eta zabaltasun horrek benetan oinarritzko aspektuetara eraman behar gaitu, arazo berriak sortuz eta arazo zahar asko, bide batez, suntsituz.

---

<sup>1</sup> GOGOA, 8(2): 257-258.

Yosemitoko parke naturaleko ur-jauzi erraldoi, Amazoniako oihan mugarik gabeko, Rembrandten margo edo Beethovenen sinfonietatik at, eguneroko esperientzia arruntean bizi ditugun fenomeno askoren artean estetika filosofikorako adibide onak ere aurki ditzakegu. Horren kontu eman dute azkenengo urteetan ingurumen estetikaren gorakadarekin batera (batera, baina beste ildo batetik), eguneroko estetika lantzen hasi diren beste ikerlari askok. Horren adibide on eta ezberdinak dira Jonathan Smithek eta Andrew Lightek argitaratutako *The Aesthetics of Everyday Life*, edo Katia Mandoki mexikarrak idatzitako lan ezberdinak *Estética Cotidiana* edo *Prosaica* titulupean. Eta esan beharra dago, sortu berria den eremu honetan izen bat nabarmendu behar dugula: Yuriko Saito, azkenengo urteetan lan asko egin baitu honen inguruan Japoniako kulturaren analisitik abiatuz.

Yuriko Saitoren kokaera kultural eta teorikoa eskuarteetan daukan proiektua aurrera eramateko guztiz aproposa dela dirudi. Alde batetik, Tokion ikasi zuen filosofia (tradizio mendebaldekoan), eta geroago naturaren apreziazio estetikoari buruz egin zuen doktorego tesia Estatu Batuetako Wisconsinen unibertsitatean. Beste aldetik, bere jatorri kulturala Japonian izateak pribilegiozko perspektiban jartzen du zentzu batean, mendebaldeko tradizio artistiko eta estetikoak, historian zehar, arte ederren eta eskulangintzen artean sortu duen mozqueta zorrotza ez delako hain gogorra izan ekialdeko kulturetan, eta konkretuki Japonian. Zentzu batean ez dela existitu esan dezakegu. Saito urteetan zehar japoniar kulturaren estetikaren ikerlari eta horren irakasle izan da *Rhode Island School of Design* izenekoan. Modu kritiko eta analitikoan egin du lan hori. Eta badirudi kultura horretan aurkitu izan dituela adibide ugari eta onak, hainbat urtetan zehar ingurumenaren apreziaziotik egunerokotasunaren estetikaren esparrura iristeko. Liburu honetan aurkezten dizkigu urte horietan egindako ibilbidearen emaitzak. Beraz, artetik atera eta ingurumen naturalaren estetikara doan bidetik abiatuz, egunerokotasunaren aspektu estetikoetara iristen den ibilbide baten aurrean gaude.

*Everyday Aesthetics* titulupean EEra hurbilketa egiten du. Egileak liburua-aren amaieran ohartarazten digun moduan, lanaren helburua ez da hori baino: gaira sarrera ona egitea. Liburua sarrera batez, bost kapituluz eta konklusio batez osatuta dago. Saitok hitzaurrean margotzen digun paisaiaren aurrean jarrita, batek sentitzen duen poza handia da, ematen duelako funtsezko arazo ugari konponduko dituela. Baina esan beharra dago, geroago, testuaren barrena sartzen garenean sentitzen duguna baino handiagoa dela lehendabiziko poz hori, kapituluaren garapenean ez duelako agindutakoa hain ondo betetzen. Hau aurretik ohartaraziz, esan behar da ukitzen dituen puntuak, behintzat, ukitu beharrekoak direla.

Lehenengo kapitulua salaketa batekin hasten da, eragozpen baten salaketarekin. Gaur egungo estetika filosofikoaren diskurtsoak nagusiki bi mota-

takoak direla dio. Lehenengo motakoak interesa artean soilik daukatenak dira; bigarrenekoak esperientzia berezi batean (hots, esperientzia estetikoan) zentratutakoak dira. Bi eredu hauek beste fenomeno estetiko askoren azterketarako oztopo direla pentsatzen du autoreak. Artean oinarritutako teoria estetikoak erabat murriztuak geratzen direla uste du. Artetik datorren teoria estetikoak ezin du beste adibide askoren aurrean era aproposan konturik eman. Artistikoak ez diren objektu estetikoak, artistikoak diren azpitik daudelaren ideia dago. Egon daitezke eguneroko bizitzan estetikoki errebantzetan diren elementuak, artean oinarritutako teoria estetikoetan errebantzetat hartzen ez direnak. Artean oinarritutako estetikak eredu kontenplatiiboak indartzeko, baina eguneroko estetikak kontuan izan behar du oso interesgarria den kasuaren bilduma: ekintzetara mugitzen gaituzten eguneroko zenbait kontsiderazio estetikoena, hain zuten. Hau da, eragin estetikopean gaudela geure egunerokotasunean ekintza ugari aurrera eramaten ditugunean. Eta hori artearen teoria konplexuen edo aparteko esperientzia estetikoez guztiz aparte. Neurri arruntago eta ohikoago batean gertatzen da hau.

Argi ikusten da honekin eguneroko estetika ez datorrela artean oinarritutako teoria estetikoei aurka egitera, horiek osatzera baizik. Marko teorikoa zabalagoa aurkezten du, funtsezkoagoak diren egoera eta gertaerak joz. Bigarren motako teoria nagusiak dira esperientzia estetikoan (esperientzia berezi eta ohiz kanpoko batean) oinarritzen direnak. Ideia honen ondorio nagusienetarikoa bat da arte lanetatik aldentzen gaituela, baina, aldi berean, egoera oso berezi eta mugatuetara murrizten gaituela. Esperientzia estetikoak ez ditugu artearekin bakarrik izaten, baina ezta edozein gauzarekin edukitzen ere, diskurtso hauen arabera. Saitok, bi aukera nagusi hauen aurrean, hirugarren aukera bat proposatu nahi du, askoz ere zabalagoa eta oinarritutagoa aldi berean. Horrek, nire ustez, ondorioak izan behar ditu teoria klasikoetan, estetikaren ontologiarako bidean gaude eta. Baina lehenengo kapitulu honetatik hasita, eta liburu guztian mantenduz, askotan nahasten du Saitok EEz hitzegiterakoan «estetika» disziplina filosofiko bezala, «estetika» modu sustantiboarekin. Eta estetikaren oinarriak jarri nahi baditugu bereizketa hauek lehenengo momentutik egin beharrekoak dira.

Bigarren kapituluaren, EEren beharra arrazoi pragmatikoak emanez defendatzen saiatzen da. Esan dugunez, EEk inplikazio serioak dauzka eguneroko bizitzan: ekintza arrunt askotan hain zuten. Inplikazio horiek egiten ditugun judizioetatik datoz gehien bat. Ingurumeneko ondorioak hartzen ditu adibide gisa. Egiten ditugun judizio estetikoak ingurumenean eta gauzetan sortzen dituzte aldaketak, ekintzak eragiten dituztelako, hain zuten ere. «Estetikaren boterea» deritzo ideia estetikoek munduan aldaketak eragiteko daukaten botereari. Eta hau ez natura mailan bakarrik, gizarte mailan ere bai. Lege askok ideia edota judizio estetikoetan oinarria dutela pentsatzen du. Lege batzuek animalia batzuk babesten dituzte eta ez beste batzuk (ugaztunak eta ez insek-

tuak adibidez, 61 or.). Eta beste zenbait arau edo lege (grafitiaren aurkako le-  
 guen adibide interesgarriak ematen ditu), gertutik ikusten baditugu ez daukate  
 arrazoi teoriko handirik (estetika aparte). Gure kontsumo ohitura askok ere  
 estetikan dute oinarria, eta ohitura horiek natura eragiten dutenez, hortaz,  
 gradu batean hau estetikaren eragina dela uler dezakegu. Ematen dituen adibi-  
 deen arteko bat, kontsumitzaileen zura exotikoen nahia da (65 or.) eta horrek  
 oihan hezeetan duen eragin zuzena.

Platonek berak ikusi zuen aspaldi estetikak ekintzak baldintzatzeko duen  
 botere iluna (berak iluntasunez begiratzen zuen, behintzat). Baina eskertzekoa  
 da, gaur egun (eta Saitoren liburuan primeran ikusten dugu), estetika eta ar-  
 tearen arteko ezberdintasunak egin ondoren, daukagun argitasun teoriko be-  
 rria. Platonen garaian ez baitzen estetikaz hitz egiten, ezta arteaz zentzu mo-  
 derno eta orokorrean ere, baizik eta poesiaz eta musikaz soilik. Saitok gradu  
 baxuago batera apuntatzen du: gure egunerokotasunean, gure ekintzetan, era-  
 giten dituzten judizio, hobespen eta gustuetan baizik. Jendearen *erreakzio es-  
 tetikoak* ekintzak baldintzatzen ditu. Erreakzioa ona bada, (hau da, baikorra)  
 orduan gauza (objektua) babesteko eta sustatzeko ahaleginak egiten ditugu.  
 Erreakzioa txarra bada, orduan, axolagabezia, arduragabekeria, aldaketa, sun-  
 tsiketa etor daitezke ondorio bezala. Batzutan konzienteki erabiltzen dugu gi-  
 zakiok estetikaren eragin hau, besteetan konzientziarik gabe.

Oso gutxitan aztertutako fenomenoaz, giro edo objektu baten «berezita-  
 sun distintiboaz» dihardu hirugarren kapituluak. Adibideak XVIII. mendeko  
 estetika britaniarretik eta Japoniako estetikatik hartutakoak dira. Zer da obje-  
 ktu bat balioesterakoan berezitasun distintiboa nabarmentzea? Hemen dagoen  
 dimentsio morala aztertzen du, ikusiz, nola apreziazio estetiko horretan, obje-  
 ktuarekiko daukagun harrerak zer jarreran jartzen gaituen objektuaren atribu-  
 tuen aurrean: errespetuko jarrera edo errespetu faltako jarrera moral berezian,  
 adibidez. Objektua bere termino propioetan ikusten dugulako (hau zen Saitok  
 aipatzen zuena Carlsonen liburuan<sup>2</sup>, natura apreziatzeko jarrera egokia «bere  
 termino propioetan» zegoela). Esperientzia estetiko positibo hau lortzerakoan  
 objektuengan elementu moralak gehituz egin behar dela dio. Japoniar kultu-  
 ran hain garrantzitsua den giroaren ideia gogoan hartzen du jarraian. Asko-  
 tan, estetikoki ederretsi egiten ditugun gauzak ez direla objektu konkretoak,  
 inguruak edo egoerak baizik. Giro hauek batzen dituen zerbait daukate, gure  
 judizio estetikoan pean jauzten direnean.

Japoniar Kulturen zenbait ekintza arrunt edo giro «estetizatu» egiten dire-  
 la esaten digu, eta estetizazio horrek ospakizunaren kutsua daukala. Baina ez  
 daukagu «estetizazio» horren ideia argirik buruan, ez dakigu ekintza bat den

---

<sup>2</sup> Allen Carlson & Sheila Lintott (arg.) *Nature, Aesthetics, and Environmentalism: from Beauty to Duty*, New York: Columbia University Press, 2008.

eta izatekotan zer moduko ekintza. Hemen morala eta estetikaren arteko erlazioak ez dira batere argi azaltzen, baina argitu beharrekoak direla dirudi, ekarzen dituen adibideak ikusiz, gogorrak benetan. Alemania Naziaren estetikaren eginkizuna jendearen erabileran, eta gauza bera bigarren mundu gerran Japoniako ejerzitoarekin.

Laugarren kapituluan, egunero ohituta gauden zenbait esperientzia hartzen ditu adibide gisa, EEren garrantzia teorikoa ikusteko. Iragankortasun «lege existentzialarekin» (horrela esaten du) lotutako zenbait judizio estetikoaren analisia egiten du. «Garbia», «ordenatua», «zahartuta», «zikina», eta iragankortasunarekin zerikusia daukaten antzerakoak. Ezerk ez du berdin irauten, dena aldatuz doa. Baina gizakiok esfortzu handiak egiten ditugu gauzak berdin irauteko, edo, behintzat, beren momentu onenean dauden eran irauteko ahalegintzen gara. Hori arrazoi funtzionalak direla medio egiten dugu askotan, baina arrazoi estetikoak direla ere esaten digu Saitok. Gauzen ezaugarri optimoak mantetzea nahi dugu. Gertatzen diren aldaketak, «kualitate estetikoetan» bereziki nabarmenak egiten dira Saitoren ustez. Logela garbitu, idazmahaia taxutu, hautsa kendu, gure burua apaindu, belarra moztu eta abar dira adibide onak. Ekintza hauen guztien atzetik, zenbait uste eta jarrera estetiko dagoela pentsatzen du. Besteek guregan eratzten dituzten itxuran oinarritutako uste, ideiak eta judizio moralak, zenbaterainoko neurrian osagai estetikoak daukaten galdetzen dio bere buruari. Gure erantzunak zahartzearen eta desordenaren aurrean bi mutur dauzka. Alde batetik ezinezkoa den gauzen kurtsoaren erabateko kontrola. Beste aldetik gauzen iragaitearen aurrean lagatze erabatekoa. Bigarren kasu hau aztertzeo britaniar *picturesque*-a eta japoniar *wabi* kontzeptuak erabiltzen ditu. Eta bien erdiko jarrerak gero. Ildo honetatik sartzen da benetan problematikoa den gaian. Gauzen eta fenomenoaren estetizazioaren bidez gizakiok gauza horiek ospatzen ditugu eta bere «termino propioetan» onartu. Baina orduan, ordena sozial injustuen aurrean, edo bote-re gehiegikerien aurrean EEak erabat akritiko eta arriskutsu agertzen da. Hori dela eta, estetika eta behar ez bezalako erabilera politikoaren arteko harremanak aztertzen ditu gero (Nazien eta Japoniar armadaren kasuen bidez, 195-196 or.). Eta batek faltan botatzen duena arrazionalitate eta estetikaren arteko analisi eta ganorazko hausnarketa da.

Bosgarren kapituluan, berak judizio estetiko-morala deitzen duena proposatu eta aztertu egiten du aurreko kapituluetan esandakoaren ondoren. Judizio hauen erlazioa aztertzen du egunero erabiltzen ditugun tresna eta sortzen ditugun giroekin. Propietate estetikoaren bidez azaltzen diren bertute moralen judizioak dira: ardura edukitzea, arreta izatea, kontua izatea, sentikortasuna, errespetua, eta abar. Tresnen kasua hartzen du. Tresna horiek egiterakoan euren aspektu sumakorretan artisauak edo diseinugileak jartzen duen arretaz dihardu. Balore funtzionala daukate tresna horiek, baina judizio estetiko-moralen oinarria harago doa diseinuaren aspektu batzuen arabera. Materialeiei

arreta handia jartzen zaie, adibidez. Gero, ardura estetiko eta funtzional hori komunikatzen zaio, erabiltzaileari (edo ekintza jasotzen duenari). Bere iritzian, Japoniar kulturaren dagoen sentsibilitate estetiko hori moraletik ezin dezaie ezberdindu, eta hori judizio estetiko-moralean oinarrituriko tradizioa delako. Ekintzetan, sorkuntzetan eta irizpenetan eduki behar dugun zerbait da, bere ustean, gizarte hobe baten bila, eta bizitza hobe baten bila bagabiltza. Bertute moralen espresio estetikoak dagoela kulturaren zenbait elementutan sostengatzen du. Pentsatzen dut oso interesgarria dela moralitatea, kultura, eta estetikaren arteko erlazio hau.

Bukatzeko, azkenengo kapituluan, ohartarazten digu egileak, ez zaiola erraz egiten konklusio argi batera iristea. Liburuarekin ez baitu, momentuz, EEren ikerketan sarrera bat baino egin. Baina bidea hasteko testua baldin bada, hobe izango litzateke aspektu oinarritzko eta funtsezkoetatik hasia. Eta hau tituluaren lehenengo zatia, hau da «everyday» horrek, lortzen duela deritzot. Baina «aesthetics» bigarrenak anbiguotasun eta aldakortasunean jarraitzen du liburuaren bukaeran. Eta parte hori garrantzizkoagoa da aurrekoa baino. Ondorioa ez da, berez, ondorio logikoa (hasierako premisa argi batzuetatik, argumentu irmoen bidez, lortzen duen ondorio argia), baizik eta liburua amaitzeko idazten duen errepassoa, besterik ez. Eguneroko estetikari arreta eta denbora eskaini behar diogu egilearen ustez, harek gure bizitzan daukan ondorioen kontzientzia izateko. Estetika gizakion bizitzan ez dela huskeria bat ezta luxu soila ere, gure egoteko modua sakonki baldintzatu eta eragiten duen zerbait baizik. Gure eguneroko bizimoduarekin daukan lotura handia erakutsi beharra daukagu. «Estetizazioa» gehiegikeria izan daiteke eta ez da hori («estetizatzea») EEren bete beharra, bien arteko (arrunta denaren estetizazioa, eta estetikoki apartekoa dena arrunt bihurtzea) negoziazioa baizik, praktikotasunaren eta kontenplazioaren arteko oreka mantentzeko.

Aztertu dituen gauzak EEren zati txikia baino ez direla dio. Bigarren liburuaren zain jartzen gaitu orduan. Bere ideien eztabaida espero duela dio, halaxe espero dut nik ere. EEren barnean ikerketa egiteko beharraren garrantzia argi utzi duela espero dut Saitok berak behintzat: gure bizitza estetikoaren aspektu egunerokoagoenetan begirada gelditzearen garrantzia. Ikerketa ildo honetatik zenbait gauza lortzen dugula dio: alde batetik artean zentratutako teoria estetikoaren gabeziak hornitzea, beste aldetik diskurtso estetikoak aberastu, eguneroko objektu eta fenomenoekin zer nolako harreman estetikoak dauzkagun aztertuz. Nahiz eta baliorik gabekoak iruditu, eguneroko hartzen ditugun jarrera estetiko ugari izugarritzko eragina daukate guregan, geure ekintzetan eragina daukatela pentsatzen badugu. Munduaren egoera, naturalki eta sozialki, gure ekintzen bidez baldintzatzen dugu.

Esango nuke bide honetik abiatu dela Yuriko Saito liburu honetan. Beste askok lotsakizunez eta erdizka markatu duten bide batean irmotasunez sartzen

da. Japoniako adibide kulturalak, estetikoki hain urruti ailegatu den kultura baten ezagutza sakonak, esan bezala, egoera aiposean eta askotan pribilegiatua kokatzen duela uste dut. Saito garbi urruntzen da artearen paradigmaz menderatutako estetika batetik, eremua beste elementu berri batzutarara irekizko nahian. Hala eta guztiz ere, ez doa nire ustean estetikaren erro kontzeptualera, nozioaren analisi kritiko-linguistikoa egitera, eta honek daukan aspektu kognitiboak aztertzeraz. Eta hori izan beharko litzateke, nire aburuz, estetika filosofikoaren premiazko eginbeharra, esparru honen aukera teorikoak ongi aztertzeko. Hasieran estetikak arteak kanpo (artearen ikerketa baino zerbait gehiago delakoaren aldarrikapenari jarraituz) bere lekua bilatzeko eskakizuna egiterakoan, batek espero duena, gaur egungo zientzia eta filosofoaren lorpenak ikusita, horren justifikazioa eta defentsa egokia lortzeko erreflexio kognitiboa eta analisi linguistikoa dira. Baina ez dago halakorik Saitoren lanean. Erabiltzen duen lexikoan agertzen dira teoria estetiko baterako zentralak diruditen zenbait termino. Berak ematen die beharreko garrantzia hori bere teoriaran, baina aldi berean ez die behar bezalako analisi kritikoa (linguistikoa, epistemikoa) eskaintzen. Adibide ona, «propietate estetikoak» kontzeptuarena. Hasierako momentutik erabiltzen hasten da kontzeptu asko ulertuak izango balira bezala, horrela liburuak ematen duen aukera handia galduz.

EEn tentsio bat dago arlo deskriptiboaren eta normatiboaren artean. Saitok daukan arazoaren arteko bat da poliki poliki doala bere diskurtsoa lantzen, argumentu logikoen laguntzaz, kontzeptu berriak integratzen, baina ailegatzeko delat beti normatiboa den momentura, behar ez diren indukzioak ateratzen. Adibidez 202. orrian aztertzen du zenbateraino arduratzen gaituen beste ematen diegun itxura. Giza talde baten parte garen neurrian baloreak konpartitzen ditugu, eta balore horien artean balore estetikoak aurkitzen dira. Horregatik itxuraren kezka, taldearen sentsibilitate estetikoan parte hartzen dugulako. Eta horren arabera barnerago edo kanporago kokatu gaitezke taldearekiko. Ez da gauza erraza balore horietatik kanporatzea, egiterakoan arriskuak hartzen ditugu, ero ere dei gaitzakete egoeraren arabera, bakarrik itxura (estetikoki) kontuan hartuz. Horregatik, antropologikoki begiratuta, taldearen barrenean ikustea, hain gustuko daukagun lan horretan, itxuraren ardura dago. Baina hemendik, denok onartu dezakegun ideia honetatik, pasatzen da esatera nolakoa izan behar duen ematea gustatzen zaigun itxura hori. Intelektualki zuhurragoa izango litzateke lehenengo iritzian geratzea (hau da, giza taldean balore estetikoak daukaten garrantziaren defentsan) eta ez hastea hain azkar normatiboa izaten. *Punk* mugimendua, iritzi normatibo honen aurkako adibide ona da, eta orokorrean edozein balore sistema klasikoren aurkakoa.

Estetikaren ontologia edo analisi filosofikoa ez egitearen ondorioa honako hau da: ezin dugula argi ikusi adibide askotan non dagoen moralak eta estetikaren arteko muga. Eta ziur askotan muga hori, berez, anbigua edo iluna dela, baina ilunagoa bihurtzen du oraindik akats metodologiko honek. Gero eta

gehiago ikusten dugu estetikako antologietan artearen ontologiaz diharduten artikuluak. Artea zer den eta zer ez den galdetzen dutenak, noraino ailegatzen den arte lanen izatea eta abar. Estetikaren oinarrietara doan honelako liburu batean, askok espero genuen antzerako hautura (oinarrizko estetikaren arazo kontzeptualera) joatea. Eta pena da horrela ez izatea.

Beraz, zer eskatu diezaiokegu liburuari? Oraindik konpondu eta landu gabe dagoen eremu batera idatzitako sarrera ona izatea. Eta horixe da. Hasi baino ez duela egin dio EEko ikerketa. Hori horrela dela uste dut nik ere, eta egin (ikertu, ikusi) behar diren gauzen artean estetikaren ontologia batean oinarriturik (arestian esan dudanez) EE honek artearekin dauzkan harremanak ikusi beharko genituzke.

*Aitor Izagirre*  
ILCLI



# La mente moral

## Cómo la naturaleza ha desarrollado nuestro sentido del bien y del mal

MARC D. HAUSER

Bartzelona: Paidós, 2008, 573 or.

Liburuaren jatorrizko bertsioa, ingelesezkoa, 2006koa da eta izenburu honekin agertu zen: *Moral Minds. How nature designed our universal sense of right and wrong*. Goian gaztelaniazko itzulpenaren erreferentzia eman dut arrazoi sinple bategatik: bertsio horretan irakurria dut liburua. Dena dela, lan honen bukaeran ikusiko denez, zalantza zehatzak kasutan kontuan hartu dut ingelesezko testua ere.

Marc D. Hauser psikologiako irakaslea eta Eboluzio Kognitiboko Laborategiko zuzendaria da Harvard Unibertsitatean. Atxikia dagoen psikologia joera edo ikusmoldea kontuan hartzen bada, psikologo eboluzionista da bera; bestela esateko, eboluzioaren teoriatik datozen kontzeptuak erabiltzen ditu psikologiako gai eta arazoei heltzeko. Hemen hizpide dugun liburua argitaratu arte, autorea primateen kognizioari eta gizarte portaerari buruzko azterketa esperimentalengatik zen ezaguna. Horrelako lanen berri ematen duen liburu bat, ingelesez *Wild Minds. What animals really think*, asko ez dela euskarara ere itzulia izan da izenburu honekin: *Gogo basatiak. Zer duten animaliek benetan buruan*. Artetik esateko, ez dakit zergatik itzuli den itzuli den bezala ingelesezko *think* hitza. *Moral Minds* liburuan garbi ikusten da Hauser beste ikerketa-arlo batean buru-belarri murgildua dagoela orain, filosofia eta psikologia moralaren arloan hain zuzen ere, moraltasunaren zientzia eraikitzea duela helburu (26 or.)<sup>1</sup>. Egia esan, moraltasunaren auziak lehenagotik ere kezkatzen zuen autorea: 2000. urteko *Wild Minds* liburuan kapitulu bat eskaini zien, liburu luzeena, «sen moralei». Hor, ordea, animalien sen moralaz ari zen; orain, berriz, gizakion iritzi eta intuizio moralak axola zaizkio.

Psikologia moralaren egitekoa giza iritzi edo judizio moralen azpian dauden mekanismoak azaltzea da. Egiteko hori hartu du bere gain Hauserrek: giza judizio eta intuizio moralen etorkia non dagoen ezartzea. *Moral Minds* liburua-

---

<sup>1</sup> Besterik esaten ez bada, parentesi arteko orrialdeak gaztelaniazko itzulpenari dagozkio.

ren azpitoluak argi uzten du autorearen ustez non bilatu behar diren gure judizio moralen oinarriak: naturan, eta ez kulturan. Lehenbiziko kapituluaren hasieran, hainbat profesional aipatu ondoren —legelariak, medikuak, militarak, enpresaburuak eta abar—, horien guztien ikuspegia honako hau dela dio: «gure judizio moralen kausa arrazoibide moral kontzientea da, oinarria printzipio esplizitu batzuetan duena» (25 or.) Hauser ez dator bat nagusi den ikuspegi horrekin, horren atzean ilusio bat baitago beraren iritziz: uste izatea, printzipio esplizitu batzuetatik abiatuz ohartuki arrazoitzeko gai garenez, printzipio horiek direla gure erabaki moralen iturburua. Hauserrek, liburuan, honako tesi hau nahi du azaldu: giza moraltasunaren oinarria gramatika unibertsal bat dela, hizkuntzalari generatibistek giza hizkuntzaren zimendu eta oinarritzat daukatena antzekoa.

Hauserrek berak ohartarazten duenez, ez da bera izan Chomskyren hizkuntzaren teoriatik kognizio moralaren teoriara jauzi egin duen lehena. Analogia hori John Rawls filosofo politikoak, John Mikhail legelariak eta Chomskyk berak proposatua da. Hauserren lana agertu eta gero, eta lan hori ezertarako aipatu gabe, Gerd Gigerenzer (2008) psikologoak ere gramatika moralaren ideia jaurti du, tesi moduan erantsiz ezen gizakiek, hizkuntzarako bezalaxe, moraltasunerako ere sortzetiko gaitasuna dutela. Dena dela, *Moral Minds* da, oraingoz, ideia horri eskaini zaion arreta luze eta zabal bakarra.

Hauserrek bere gain hartzen du Chomskyk hizkuntzalaritzan erabilitako estrategia moraltasunaren arlora eramateko lana. Hizkuntzalaritza sortzailearen abiapuntuan honako egitate hau dago: edozein giza hizkuntzatan mintzatzen direnak gai dira lehenago behin ere entzun edo irakurri ez dituzten esaldi berriak ulertzeko eta sortzeko. Chomskyren arabera, edozein hiztunek duen gaitasun hori, esaldi berriak ulertzeko eta sortzeko, bere hizkuntzaren gramatikaren jakite ezjakinetik dator, hau da, badakiela jakitun ez dagoen gramatika hori jakitetik. Bestalde, haur guztiak moldatzen dira beren hizkuntzaz jabetzeko, jasotzen duten lagina mugatua eta osatugabea izan arren. «Estimuluaren pobretasuna» esaten zaio fenomeno horri. Fenomeno hori dela eta, Chomskyk uste du haurra, jaiotzean, «gramatika unibertsal» baten jabe dela eta horri esker antzematen diela hizkuntza guztiek elkarrekin dituzten ezaugarri bereizgarriei. Sortzetiko gramatika unibertsal horren laguntzaz, haurra ereduak ezarriz joango da entzuten duenari. Hizkuntza guztiek ezaugarri komun batzuk dituztela egia da, baina hori bezain egia da alde handiak daudela hizkuntzen artean gauzak adierazteko moduan. Haurrak ikasten dituen gauza askok bere xede-hizkuntzari dagozkionak izan behar dute. Hortaz, gramatika unibertsalaren edukia bi kategoriatan sailka daiteke: batetik, *printzipioak*, erabat unibertsalak, hizkuntza guztietan (edo ia guztietan) gertatzen direnak, eta, bestetik, *parametroak*, unibertsalak hauek ere modu batean edo bestean hizkuntza guztietan gertatzen direnez.

Hizkuntzaren arloan gauzak Chomskyk nahi bezala gertatzen diren ala ez oraingoz eztabaidan jarri gabe, ba ote da moralaren arloan antzeko fenomenorik? Baietz uste du Hauserrek. Honen arabera, mintzaira-ahalmenaren kasuan gertatzen denaren antzera —hizkuntza asko eta desberdinak, baina printzipio unibertsal sail baten gainean eraikiak—, moraltasunaren kasuan ere kultura batetik bestera alde handiak daude sistema moraletan, begien bistako gauza dena; hala ere badago gramatika moral unibertsal bat, haur bakoitzari, sistema moral posibleen artean, aukera mugatu bat baizik garatzen uzten ez diona (485 or.). Badira, beraz, arlo honetan ere sortzetiko printzipio eta parametroak. Horren aukerako adibidea urrezko araua izango litzateke («Ez egin inori berak zuri egitea nahiko ez zenukeena»), ia-ia tradizio moral eta erlijioso guztietan aurki baitaitezke horren aldaerak (415 or.). Eta zer esan nahi du gramatika moral unibertsal batez hornituak omen gaudelako horrek? Bada, hauxe: «printzipio orokor baina abstraktu batzuk garatu ditugula gauza hauek erabakitzeke: zer dagoen debekaturik, zer den zilegi eta zer den nahitaez bete beharreko» (486 or.). Printzipio horiek, hala ere, ez dute zehazten gizarte arauen edukia eta, printzipio eta parametro abstraktuak sortzetikoak badira ere, tokian tokiko gizarte arauen edukiak tokiko kulturatik jasotzen dira.

Gramatika moral unibertsalaren alde Hauserrek eskaintzen dituen frogen artean, psikologian «tranbiaren (edo trolebusaren) problema»<sup>2</sup> esaten zaion gogo-esperimentu morala nabarmentzen da beste guztien gainetik. Gogo-esperimentua da, zeren subjektuari hauxe bakarrik eskatzen baitzaio: bere iritzia ematea, «bai» edo «ez» erantzunez jarri zaion problema edo dilemari. Milaka lagunek problema horren aldaerei emandako erantzunak erabiltzen ditu autoreak. Hona horrelako problema bat. Eman dezagun tranbia bat errailen gainean doana. Gidariak, Malenek, bat-batean tranbiaren bidetik doazen bost bidazti ikusi ditu eta balaztatu nahi izan du, baina, hara, izuak hartu du ohar-tu denean balazta edo frenoak ez duela funtzionatzen. Bost lagun horien bizia salbatu nahi badu, gelditzen zaion aukera bakarra da bidez aldatzea, burdinbidez alegia, eta horrela harrapatzea eta hiltzea alboko bide horretatik doan pertsona bakarra. Ba al du Jonek bidez aldatzeko eskubiderik? Zer deritzazu? Jende gehienek, filosofo gehienak barne, «baietz» erantzuten dute (148 eta 163 or.).

Interesa, aldaerak sartzan direnean sortzen du tranbiaren problemak. Hona aldaera horietako bat. Eman dezagun badoala tranbia bere bidetik bost bidaztienganantz. Oraingoan, ordea, gidaria ez da bidez aldatzeko gauza, baina tranbiak Asier begira dagoen zubiaren azpitik pasa behar du. Asierrek izango luke tranbia geldiarazterik bere ondoan daukan gizon lodi bat bultzatzea egin eta tranbiaren bidera botako balu, era horretan tranbiari bidea itxiz. Asierrek egin al dezake hori? Bota al dezake gizon lodia goitik behera bost bidaztietan?

<sup>2</sup> Problema hau Phillipa Foot emakume filosofoak jarria da, Hauserrek dioenez (147 or.).

bizia salbatzeko? Zer deritzazu? «Ezetz» erantzuten baduzu, galdera hori egin zaien gehienek bezala erantzungo duzu (163 or.).

Jendearen erantzunetan egoera batetik bestera dagoen aldea interesgarria da, zeren, ondorioei dagokienez, ez baitago alderik: kasu batean nahiz bestean, bakarra da hiltzen dena, bost salbatzen direnak. Hala ere, lehenbiziko probleman % 90 batek ontzat ematen zuen Malenek tranbia alboko bidera aldatzea, baina bigarreanean % 10ek bakarrik onartzen zuen Asierrek gizon lodia zubitik behera botatzea (*ibid.*). Bestalde, horrelako ikerketetan parte hartu zuten milaka lagunei galdetu zitzaizenean zergatik zen onargarria Malenen ekintza eta zergatik onartezina Asierrena, gehienek (% 70ek, Hauserrek aurreko orrialde horretan bertan esaten duenez) ezin izan zuten inolako azalpenik eman: ez zuten horrela erantzuteko izan zituzten arrazoiak arrastorik ere. Nola esplikatuko, orduan, lehenbiziko kasuan judizio utilitarista, arreta ondorioetan jartzen duena, nagusi izatea eta bigarreanean judizio deontologikoa, arreta arauetan jartzen duena? Hizkuntzaren kasuan bezala (ezikasiak gai dira beren hizkuntzako esaldi bat zuzena den ala ez esateko, baina zergatik den hala esaten ez dakite), badirudi gramatika moral unibertsalaren printzipioek ihes egiten diotela kontzientziari.

Bada liburuan beste alderdi bat nabarmentzea merezi duena: filosofia moralari eskaintzen zaion lekua. Filosofia moralean judizio moralei buruz eratu diren teoriak aztertzen ditu hor autoreak. Hiru teoria bereizten ditu, horietako bakoitzari «sorkari» bat izendatuz: Kanten sorkaria (buruari hazka egiten dion irudi txiki batez irudikatua), Humeren sorkaria (bihotz handi bat erakusten duen irudi txiki batez irudikatua) eta Rawlsen sorkaria (burua ia dena begia den irudi txiki batez irudikatua). Kanten sorkariak balio unibertsala duen arau bat erabiltzen du, deliberatuki erabili ere, judizio moral bat sortzeko. Gezurrezko promesa, adibidez, ezin da lege unibertsal bihurtu; beraz, gezurrezko promesak egitea onartezina da moralaren aldetik (39 or.). Humeren sorkariak, aldiz, bestelako ikuspegia du: judizio morala munduko gertaera batek eragindako erantzun emozionalaren ondorio da funtsean. Esate baterako, pertsona bat aitoz armatua eta haren oinetan gizon bat hila ikusteak emozio bat abiarazten du guregan, hilketa ekintza debekatuen sailean jartzera garamatza (73-74 or.).

Ez Kanten sorkariak, ez Humerenak, ezin dute argitu zergatik izan den izan den bezalakoa tranbiaren probleman aurkitu den emaitza. Egoera batek eta besteak emozio desberdinak eragin dituztela esaten bada, berehalako galdera da zergatik gertatu den hori. Era berean, kasu bateko ekintza arau unibertsal bihur daitekeela eta beste kasukoa ez esango balitz, zergatik? Hauserren iritziz, judizio moralak sortzerakoan gertatzen dena erabat harrapatzeko, hirugarren sorkaria, «Rawlsena», sarrarazi behar da lehian. Egia esan, liburuan zehar etengabe aipatzen da John Rawls filosofoa. Honengandik hartzen duen

idea, gorago adierazi den bezala, honako hau da: judizio moralak oinarria duela hizkuntzarentzat bezala unibertsalak eta inkontzienteak diren printzipio batzuetan. Beste bi sorkarrietan ez bezala, ekintza bat edo gertaera bat ikusteak (tranbiaren probleman, adibidez) kausen eta ondorioen analisia abiarazten du eta analisi horretatik sortzen da judizio moralak (75 or.). Tranbiaren problemaren aldaerei dagokienez, judizio moralak desberdinak izatea erraz esplikatzen da orain: egiten den ekintzaren analisia ez da berdina bi kasuetan. Lehenbiziko kasuan, Malenek ez zuen bakarrik zihoan pertsona hura hiltzeko asmorik, ez zen aurrez ikusitako ondorio bat baizik; bost lagun salbatzea zen haren asmoa. Bigarren kasuan, aldiz, Asierrek gizon lodia erabiltzen du on handiago bat lortzeko. Rawlsen sorkariaren ikuspegitik, emozioen eta arrazoibidearen egitekoa, egitekorik baldin badute, judizio moralak sortu ondoren hasten da, ez lehenago.

Hauserren arabera (41-47 or.), XX. mendeko psikologia moralean Piageten eta Kohlbergen pentsaera izan da nagusi, Kanten arrazoibide kontzientearen tradizioari lotua zegoen pentsaera hain zuzen ere. Gogor kritikatzeko horien teoria moralak, batez ere bigarrenarena.

Liburua zertaz ari den esan ondoren, on izango da hona ekartzea horren iruzkingile batzuen iritzia. Egia esan, asko izan dira Hauserren lanari egin zaizkion iruzkinak, psikologoenak batzuk, filosofoenak gehienak. Iruzkinen ugaritasuna adierazgarria da, horietako asko, gehienak esango nuke, autorearen teoriaren aurrean aski kritikoa ageri badira ere. Liburuan defendatzen den tesiarekin bat ez datozenek ere gauza aipagarri franko aurkitzen dute hor; esate baterako, judizio moralen mekanismo psikologikoak azaltzeko orain arte egin den saio garrantzitsuena dela, psikologia moralari egin zaion ekarpen zientifiko nagusia dela, psikologia moralari eta horren garapenari buruzko ikerketa-lanen azalpen zehatza eskaintzen duela, ideia akuilatzailetan aberatsa dela, eta abar. Bada esaten duenik liburua oso irakurterraza dela, baina baita kontrakoa dioenik ere. Ni neu adosago nago azken iritzi honekin aurrekoarekin baino. Izan ere, ezin konta ahala esperimendu eta ikerketaren berri ematea aberasgarria izan daiteke, baina baita aspergarria ere horiek guztiak irakurtzea, batez ere oso garbi ikusten ez bada horietako askok zer lotura duten autorearen tesiarekin. Horri erantzen bazaio idazkera ez dela arina eta zaila, gaztelaniazko bertsioan nabarmen gelditzen dena, kostatzen zaio bati. Hala ere, berriz diot, liburuari iruzkin eta kritika asko eskaini izana horren garrantziaren adierazgarri da.

Aipatu ditudan iritzia liburuaren mamiari baino gehiago horren azaleko kontuei dagozkie. Kritikarik interesgarrienak, dudarik gabe, mamia ukitzen dutenak dira; eta, mamia esatean, autorearen tesia esan nahi dut, gramatika moral unibertsal batez hornituak jaiotzen garela dioena. Mereziko luke kritika horiek arretaz aztertzea, baina hemen ezinezkoa da hori egitea. Ea beste lanen

batek heltzen dion kontu horri; gaiak merezi duela iruditzen zait. Hemen, kritika nagusiak aipatuko ditut, aipatu besterik ez.

Hizkuntzaren eta moraltasunaren arteko analogia bera da kritika gehien hartzen duen puntua; iruzkingileak, gainera, arduratzen dira bi arloen arteko ez-antzak bana-banaka aipatzeaz ere. Horietako bat honako hau da: hizkuntza sistema sortzailea da; moraltasuna, aldiz, ebaluazio-sistema. Analogia hori dela eta, Hauserrek, berak proposatzen duen gramatika moral unibertsean, printzipioak eta parametroak bereizten ditu, Chomskyk hizkuntzaren gramatika unibertsean egiten duen bezala, baina ez du behin ere zehazki esaten zertan dautzan gramatika moralaren printzipioak eta parametroak. Hauserren teoriaren beste alderdi bat kritika ugari jaso dituen antebismoa da, hau da, gizakia sortzetik beretik ahalmen moral baten jabe delako ideia. Judizio moralak eratzeko prozesuan emozioei aitortzen zaien zeregina da beste puntu eztabaidagarri bat: ba al dute hor zerikusirik emozioek eta, baietz uste bada, noiz hasten da horien lana? Hauserrek dio (ikus 75 or.) ezen, izatekotan ere, judizioa eratu ondoren hasten dela emozioen eginkizuna. Beste batzuentzat, ordea, gaitasun moralaren eta emozioen artean ezin askatuzko lotura dago.

Harriztekoa bada ere, oso iruzkingile gutxik jartzen dute eztabaidan Chomskyren gramatika unibertsearen hipotesia. Eta eztabaidagai dela diotenek ere, bestela bezala esaten dute hori. Rorty (2006, 2 or.) filosofoak, adibidez, ez du hau besterik esaten: «Chomsky has argued, powerfully if not conclusively that...» (Chomskyk modu sinesgarrian, nahiz eta ez eztabaidaezinean, argudiatu du ezen ...). Sterelny (2007, 4 or.) filosofoak, berriz, honela dio: «Though not everyone is convinced...» (Mundu guztia konbentziturik ez dagoen arren ...). Analogia, hizkuntzaren eta moraltasunaren artekoa, zalantzan jartzen bada ere, analogiaren lehen osagaia sendo ezarritako teoriatzat edo hartzen da nonbait. Hauserrentzat, noski, ongi finkatua dagoen zerbait da hori. Baina nekez esan daiteke hala denik. Edsten eta Richerson (2007) uste horren kontra ateratzen dira, esanez hizkuntzalaritzan bertan ere eztabaidatua izan dela eta dela sortzetiko gramatikaren ideia hori. Sterelnyk izen handiko bi eszeptiko aipatzen ditu: Cowie eta Tomasello. Azken honek asko ez dela adierazia du honako hau —eta honekin amaitutzat emango dut puntu hau—: «Kontua ez da sortzetiko eredu sintaktiko motaren baten eboluzioa, gramatika unibertsearena adibidez, ezinezkoa dela, kontua da gaur egun ez dagoela horrentzat ez inolako ebidentzia enpirikorik, ez inolako formulazio teoriko zehatzik, ezta horren inolako beharrik ere» (Tomasello 2008, 313 or.).

Ez dut lan hau bukatu nahi gaztelaniazko itzulpenaz neure iritzia eman gabe. Itzulpena ez da ona. Itzulpen askoz ere zainduagoa merezi zuen liburuak. Horren erakuskari hiruzpalau adibide ekarriko ditut hona. Hasteko, liburuaren hasiera-hasieran, hitzaurrearen lehen orrialdean, Steven Pinkerren *The language instinct* liburuaren izena honela dago itzulita: *El instituto del lenguaje*.

Errua ez da beharbada itzultzailearena izango, baina norbaitena bada, eta ez txikia. Ondoren aipatuko ditudan hutsegiteak, bai, itzultzailearenak dira dudarik gabe. Hara zer irakur daitekeen 489. orrialdean: «... los padres nunca dicen: «Fui al mercado» ...». Egia ote? Zergatik ez ote dute esan behar hori? Ingeleseko bertsiora jo eta hara zer esaten den han: «...parents never say «I goed to the market»...». Orain bai, orain garbi dago zer gertatu den. Ingelesean *go* aditza irregularra da eta horren lehenaldia *went* da, ez *goed*. Autoreak hor esan nahi diguna da gurasoek hitz hori ez erabili arren, haurrek *go* aditza erregular bihurtu eta *goed* erabiltzera jotzen dutela hasieran. Hori gaztelaniara itzultzeak egokitzea eskatzen zuen, «Fui al mercado» esan ordez, «Esté en el mercado» esanez, adibidez. Era horretan, *esté* erregularra baina ez-zuzena *estuve* irregular baina zuzenaren ordez jarritz, autoreak hor adierazi nahi izan duenari utsiko litzaioke. 76. orrialdean honako hau irakur daiteke: «Nuestras formulaciones más obvias de reglas universales puede que no logren captar los principios que forman parte de nuestra facultad lingüística». Hor aipatzen diren arau unibertsalak arau moralak dira, aurreko esaldia kontuan hartuta ez dago dudarik; orduan, zer dela eta atzeman behar dituzte arau moralek mintzatzeko ahalmenaren printzipioak? Ingeleseko testuan argi geratzen da autoreak esan nahi izan duena: «Our more commonsense formulations of universal rules may fail to capture the mind's computations in the same way that grammar-school grammar fails to capture the principles that are part of our language faculty». Beraz, (lehen hezkuntzako) eskolako gramatikak ez ditu harrapatzen gure mintzaira-ahalmenaren printzipioak; bada, antzeko zerbait gerta daiteke zentzu komunekoak diruditen gure arau unibertsalen formulazioekin ere, hots, hauek ez harrapatzea gogamenaren konputazioak. Hori da Hauserrekin dioena. Kahneman eta Tverskyren «prospect theory» delakoa «teoría de la prospección»<sup>3</sup> bezala itzuli da (122. or.), gaztelaniaz aspaldi samarretik «teoría de la perspectiva» esaten denean. Goazen azken adibidera, gauza gehiago esaterik egongo balitz ere. Autoreak diotenaren kontrakoa esaten du 354. orrialdeko esaldi batek. Gaztelaniaz: «... la criatura rawlsiana no está diseñada para producir múltiples sistemas morales». Ingelesean: «...the temperate Rawlsian creature was not designed to produce a singular morality. Rather, it was designed to produce multiple moral systems». Beraz, sistema moral asko sortzeko diseinatua izan zen Rawlsen sorkaria. Hori esan nahi izan du autoreak, eta ez gaztelaniazko itzulpenak dioena. Luze samarra atera zait azken paragrafo hau, baina barkatuko ahal dit irakurleak. Gaztelaniazko itzulpena, batzuetan behinik behin, ez dela fidagarria ohartarazi nahi izan diot.

Pello Huizi  
ILCLI

---

<sup>3</sup> Nik dakidala, *prospect* aditzak bai, baina *prospect* izenak ez du zerikusirik prospekzioaren ideiarekin.

## Erreferentziak

- EDSTEIN, EDWARD & PETER RICHERSON, J. (2007), «Principles-and-parameters redux». *American Scientist* (online) (<http://www.wjh.harvard.edu/~mnkylab/publications/books/AmericanScientistJan-Feb07MoralMinds.pdf>)
- GIGERENZER, GERD (2008), *Decisiones inconscientes. La inteligencia del inconsciente*. Barcelona: Ariel. (Jatorrizkoa, ingelesez, *Gut feelings* izenburuarekin, 2007koa da.)
- RORTY, RICHARD (2006), «Born to be good». *The New York Times* (<http://www.nytimes.com/2006/08/27/books/review/Rorty.t.html>).
- STERELNY, KIM (2007), *Moral nativism: A sceptical response*. (<http://www.tempoandmode.com/wp-content/uploads/2007/12/ks-moralnativismv3.pdf>).
- TOMASELLO, MICHAEL (2008), *Origins of human communication*. Cambridge, MA: MIT.



## Filosofia

---

1. Nicholas Capaldi, *John Stuart Mill. A Biography*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004, xx + 436 or.

Millek berak idatzitako autobiografia laburrak asko mugatu du haren biografoen lana, jakina ez bizitzako lan eta urratsak jaso eta aipatzeko orduan, garrantzitsua zer den eta ez erabakitzerakoan baizik. Capaldi New Orleanseko Loyola Unibertsityko etikako irakasleak ongi daki hori eta nolabait aurre egin nahi dio horri biografia zabal bat argitaratuz. Liburuak hamaika kapitulu dauzka. Lehen hiru kapituluetan haurtzarotik gaztarora Millek izan zuen hezkuntza berezia eta isolatua azaltzen da lehenik (bere aita James Mill benthamistaren gidaritzapean), gero gaztaroko radikalismo politiko eta soziala, berriro ere bere aitaren eraginez, *Utilitarian Society* izenekoaren bidez lehendabizi (bere adiskide Charles Austinekin) eta ondoren *Society of Students of Mental Philosophy* izenekoaren eratu (besteak beste, adiskide zituen John Arthur Roebuck eta George Graham tarteko), 1826an krisi intelektual eta psikiko larriaren arte, Jeremy Benthamen utilitarismoak eta James Millen radikalismoak huts egin ziotela ohartuta. Liburuaren alderdi interesgarrietako bat hementxe hasten da, laugarren kapituluaren Capaldik Millek nola irakurtzen duen Wordsworthen poesia eta nola hurbiltzen den erromantizismora (Carlyleren eta Coleridgeren kontserbadurismoa gogoko ez dituen arren) azaltzen duenean, kontuan

izanda horrek haustura dakarkiola aurreko sentimenduekin eta jarrera filosofikoarekin. Bosgarren, seigarren eta zazpigarren kapituluetan Millen pentsamenduaren ardatzak aipatzen dira, ez bakarrik filosofia moral eta politikoa, baita logikan eta ekonomia politikoa ere, liberalismo politikoa sozialismoaren forma batzuekin uztartu nahian, batez ere Saint-Simonengandik zetozenekin. Garrantzi apartekoa ematen dio Capaldik zortzigarren eta bederatzigarren kapituluetan Harriet Taylorrekin izandako harremanari, berarekin ezkondu eta ezkondu aurretik, harreman horrek eraman zuelako ez bakarrik emakumeen aldeko ikuspuntu eta jarreretara, gizarte ikuspegiak ere aldatzera eraman zuelako baizik. 1858an hil zen Harriet Taylor-Mill eta ordutik 1869ra arte Mill erabat intelektual publiko bihurtu zen Britainia Handian, hogeigarren mendean Russellek, Mill aitapontekoaren eredu hartuta, segituko zuen bidea zabalduz. Hori da liburuaren hamargarren kapituluak azaltzen duena eta bukatu bukatzen da hamaikagarren kapituluaren azken laurteetan Millek moralista publiko gisa bete zuen zeregina argituz.

Liburuak lasai irakurtzea merezi du. Indize eta bibliografia onak ditu.

*Jesus M. Larrazabal*

2. Peter Goldie & Elisabeth Schellekens, *Philosophy & Conceptual Art*. Oxford: Oxford University Press, 2007, xxi + 273 or.

Artearen ontologian izan diren eztabaiden artean honakoa nabarmendu da, alegia zerbaite artetzat jotzeko objektuaren propietate artistikoetara jo behar dugulako ideia. Propietate hauek propietate estetikoetan oinarritzen direla ulertu ohi da. Berez, artea den edozer, lehenik, estetikoki kontuan hartu behar dugun gauza dela mantendu da. Ideia horrek arte klasikotik hartutako adibideekin ondo funtzionatzen zuen, baina abangoardiako adibideak sartuz joan diren heinean, arazoak sortuz joan dira. Muturreko kasua arte kontzeptuala-rekin (aurrerantzean AK) iritsi zen pasa den mendeko 60ko hamarkadatik hona. Artelan multzo honetan ideiak besterik ez diren obrak agertu dira, adibidez. Horretaz dihardu Goldiek eta Schellekensek argitaratutako liburu honek, AK filosofiaren ikuspuntutik aztertzen duen liburuak hain zuzen. Sarrera orokor batean eta lau parte nagusitan banatua dago liburua. Sarreran teoria estetiko filosofikoak AKrekin izan dituen erlazioak aurkezten dira, AKz zer uler dezakegun hausnartzen da, gaur egungo ikusgaitik dauden arazo garrantzitsuenak aurkeztuz. Arazo hauek kapituluetan datorenarekin bat datoz. Lehenengo zatian AK arte mota berezi bat bezala onartzeko baldintzez zenbait gogoeta egiten dute le-

hen mailako egile batzuek (Peter Lamarque, Gregori Currie edo Robert Hopkins horien artean). Bigarren zatian AK eta balore estetikoaren arteko harremanak aztertzen dira; ideien balore estetikoari buruz idatzitako Schellekensen lana aipatzekoa da. Hirugarren zatian ezagutza, AK eta bere ulermenaren arteko harremanen inguruan mugitzen dira testuak. David Daviesek AKean implizituki dagoen narratibotasunari buruz idatzen du eta Peter Goldieren ekarpenak AKean zer motatako ezagutzarako lekua dagoen galdetzen du. Laugarren zatia, azkenengoa, hartzailearen ikuspuntuan kokatzen da. AK balioesteko zer nolako parametrotan kokatu behar garen eztabaidatzen dute ekarpenek. Arte munduan klasikoak izan diren artistikotasuna edo kreatibitatea bezalako nozioak AKren ikuspuntu berezitik planteatzen dira. Nabarmenezkoa da azkenengo ekarpena ez datorrela filosofiaren mundutik, baizik eta *Art & Language* artista britainiarren talde ospetsutik. Artearen ontologia sendoa egin nahi duen edonork AKren adibide problematikoak kontuan izan behar ditu. Eta zeregin horretarako sarrera ezin hobea da liburu hau.

Aitor Izagirre

## Logika eta matematika

---

3. Tourlakis, George, *Lectures in Logic and Set Theory. Vol I: Mathematical Logic. Vol II: Set Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003, I: xi + 328 or. II: ix + 575 or. (DZ)

Egitura berezia dute bi liburu hauek. Lehenak bi kapitulu besterik ez ditu. Bigarrenak zortzi kapitulu ditu. Lehen liburuak logikaren berri eman nahi du eta horretarako lehen kapitulua dauka: lehen mailako

hizkuntzak, indukzioa eta errekurzioa definizioetan, axiomatika, metateorema nagusiak, ereduaren teoriara sarrera, konputagarritasuna, aritmetika eta ez osotasunaren Gödelen lehen teorema. Bigarren kapitulua

erabat ez osotasunaren Gödelen bigarren teoremari eskainia dago. Oso ondo idatzitako kapitulua da, baliabide teknikoak argi azaltzen direlako: Peanoren aritmetika lehen mailara eramana indukzio axioma eskemarekin, funtzio eta erlazio errekursiboak, aritmetika formalaren aritmetizazioa Gödelen zenbakiekin, deribagarritasun kondizioak eta puntu finkoak. Bigarren liburuan lehen kapitulua logika oroitarazteko idatzia dago; bigarrena multzoen teoria ez formalaren berri emateko, Russellen paradoxa barne; hirugarrena multzoen teoria urelementuekin era axiomatiko batez

azaltzeko; laugarrena hautuaren axioma tratatzeko; bosgarrena zenbaki arrunten multzoari eskainia; seigarrena ordinalak azaltzeko egina; zazpigarrena kardinalen azterketarako egina; eta amaitzeko, zortzigarrena fortzamendu teknika azaltzeko idatzia, bai fortzamendu ahula eta bai sendoa esplikatuz. Bi liburuetako kapitulu guztien ondoren ariketa ugari datoz. Ariketak egitearen garrantzia azpimarraturik dator. Liburu sakona, bibliografia neurtu eta zentralarekin eta indize zabalekin.

*Jesus M. Larrazabal*

4. William F. Trench, *Introduction to Real Analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 2003, viii + 574 or.

Kalkuluarekin nolabaiteko ohitura izan dezakeen ikasleari, zientzia arloko ikasketetan barneratzeko beharrezko izango duen Analisi Matematikoko oinarritze sendo bat ematera bideratuta dago liburu hau. Helburua hori izanik, landutako gaiei ez ezik, erabilitako metodoei eta hauek argi azaltzeari ere garrantzia eman dio egileak. Errigore eta formalismo matematikora ohitzen hasteko abiapuntu ona izan daiteke.

Analisi Errealeko eskuliburu klasiko bat da eskuartean daukaguna. Zenbaki errealeen sistema ezaguna oinarrizteari zuzendutako sarrerako gaiaren ondoren, hiru kapituluz osatutako lehen parte nagusi batean, aldagai errealeko funtzio errealak hartzen dira aztergai. Funtzio hauen kalkulu diferentzialari zuzendutakoa da lehenbizikoa, kalkulu integralari bigarrena eta segida eta serie infinituen

konbergentziari buruzkoa azkena. Gero beste bi kapitulutan aldagai erreale anitzeko funtzio errealeen eta funtzio bektorialen kalkulu diferentziala ikusten da. Bi klase horietako funtzioen kalkulu integralari eskainitako beste kapitulu batek ixten du, liburuaren bigarren parte nagusi hau. Bukatzeko, aurrez ikusitakoa orokortzen duen espazio metrikoei zuzendutako azken kapitulu bat dator, ikuspuntu topologikoago batetik azaldua dagoena. Kapitulu bakoitzean, atalez-atal proposatutako ariketa zerrenda osatuak ematen dira, eta hauetako askoren emaitzak liburuaren atzekaldeko eranskin batean emanak datoz. Hamabi orrialdeko indize luzea ere badakar. Egilearen web orritik jaitsi daiteke pdf formatuan.

*Enetz Ezenarro*

## Hizkuntza eta komunikazioa

---

### 5. Jesus M. Larrazabal & Larraitz Zubeldia (arg.) (2009), *Meaning, Content and Argument*. Bilbo: UPV/EHU, 593 or. (DZ)

2009ko maiatzean Donostian egin-dako nazioarteko kongresu batean aurkeztutako lanen edukiak jasotzen dira liburu mardul honetan. Semantika, pragmatika eta erretorikako jardunaldiak bi edo hiru urtez behin antolatzen ditu ILCLIK, eta, oraingo honetan, kongresua hasterako prest zeuzkaten lan guztien bertsio osoak. Ez dute meritu makala argitaratzaileek, ezta autoreek ere. Hiru ataletan daude banatuta lanak. Hasteko, lau hitzaldi gonbidatuen lanak datoz: bi hizkuntzaren filosofiakoak (Emma Borg eta John Perry ezagunak tarteko), semantika eta pragmatika formalekoa bat, eta erretorikakoa laugarrena. Hurrena, lau «tutorial» edo gai jakinetarako sarrera moduko mintegietan aurkeztutako lanak jasotzen dira. Eta, azkenik, mundu osoko ikerlariek aurkez-

tutako komunikazioak: 19 guztira. Jardunaldietako hiru alorrek presentzia orekatua dute edukietan, baina, batez ere, semantika eta pragmatikako ikuspuntu filosofikoa nagusi dela esan daiteke; ILCLIK-aren beraren orientazio nagusiarekin bat, bestalde. Edukiak ere maila altukoak dira, nazioarteko batzorde zientifikoak bere lana ondo egin duenaren seinale da. Ez da oso ohikoa EHUk ingelesezko horrelako lanak argitaratzea. Horretan jarraitu beharko luke, eta erakundeek beren sostengua egonkortu. Izan ere, hemendik aurrera, gure ikerketak aurrera egiten badu, hizkuntza horretan egin beharko du, eta nazioarteko zabalkunderako bideak ere hobetu.

*Kepa Korta*

### 6. Erik Gunderson (arg.), *The Cambridge Companion to Ancient Rhetoric*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009, x + 355 or. (DZ)

Ikuspuntu historikotik gauza asko argitaratu ziren hogeigarren mendearen, bai artikulu moduan bai liburu moduan, Aintzin Aroko erretorikaz. Ikerlari nagusi bat aipatzekotan G. A. Kennedy aipatuko genuke. Ez dira, ordea, eskuliburu asko eman argitara ikuspuntu sistematiko batez garai horretako ikerketa gai nagusiak bildu eta argi eskainiz. Hori da Gunderson Torontoko Unibertsitateko ikasketa klasikoaren irakaslearen ardurapean argitara emandako liburu mardul honek azaltzen diguna. Lau zati ditu liburuarik eta hamasei kapitulu guztira, argitaratzaileak egindako sarreraz gain. Lehen zatian hiru kapitulu daude, erretorikaren arkeologiari eskainiak. Interesgarriena bigarrena da, Robert

Wardy idatzia, erretorikaren filosofiaz eta filosofiaren erretorikaz. Hirugarrena interesgarria bai, baina laburregia da Malcolm Heathek erretorikaren kodifikazioei buruz egindakoa, azkarregi pasatzen baita Aristotelesengandik Zizeron eta Kintilianoren-gana, garai bakoitzaren testuinguru historiko-politiko ondo seinlatu gabe. Bigarren zatian lau kapitulu daude. Aipamen berezia merezi dute seigarrenak, Gundersonen berak idatzia, teoria erretorikoaren erretorikaz, Kintilianoren *Institutio Oratorian* erretorikaz dauden ikuspegiak eztabaidatuz, eta baita zazpigarrenak ere, Joy Connollyk eginaren hezkuntza erretorikoaren politikaz, batez ere Isokratesen garrantzia azalduz, Sokratesen jarrai-

tzaileak filosofia *paideia* moduan hartu zuela gogoratuta. Hirugarren zatiko sei kapituluetan erretorika praktikan aztertzen da, Grezia klasikoa eta Erroman, bukatzeko hamahirugarren kapituluaren bigarren sofistikan gertatutakoa labur agertuz. Azken zatiak hiru kapitulu ditu epilogo gisa idatziak eta hor erretorikari kristautasunaren hastapenetan emandako leku urriaz zertxobait esaten da eta baita

erretorika klasikoaren berraurkitzea nola izan zen Errenazimenduko humanismoaren aldetik. Aipagarria da benetan lehen eranskinean datorren termino erretoriko nagusien azalpena, bigarren eranskinean datozen izen nagusien deskribapen laburra, erreferentzia ugariak, testuen parte zehatzak eta gaien indizea.

*Jesus M. Larrazabal*

## 7. Vyvyan Evans & Stéphanie Pourcel (arg.), *New directions in cognitive linguistics*. Amsterdam: John Benjamins, 2009, xi + 519 or.

Bost ataletan banatua dator liburua. Lehenbizikoa semantika kognitiboaz ari diren lau lanek osatzen dute. Horietatik aurreneko biek ikuspegi batez ere teorikoa hartzen dute: «esanahi» hitzaren erabilera azken urteetan argitara emandako hizkuntzalaritza kognitiboko lanetan, nola ulertzen duen irudikapen semantikoa LCCM teoriak, hau da, Lexical Concepts and Cognitive Models direlakoan teoriak. Beste bi lanek arreta metodoan jartzen dute: oinarria corpusean duten metodo kuantitatiboak ikuspegi kognitibotik erabil daitezkeenak analisi semantiko lexikalak egiteko, metodo kuantitatibo eta multifaktoriala erabileran oinarritua polisemia deskribatzeko hizkuntzalaritza kognitiboaren printzipioei jarraituz. Bigarren atalak metafora eta kontzeptu integrazioa (kontzeptu elkar-tuak) edo «blending» delakoa ditu aztergai. Atal hau ere lau kapituluk osatzen dute; lehenbiziko biak metaforaz ari dira eta beste biak «blends» direlakoek (bi hitz edo gehiagoren zatiz osatuak dauden hitzak dira hauek). Hirugarren ataleko kapituluek —lau dira hauek ere— gramatika hartzen dute kontuan, linguistika kognitiboaren ikuspegitik noski. Hona hor estudiatzen diren gaiak: eraikuntza gramatikala, hitzak

eraikuntzak diren aldetik, eraikuntzako esanahia eta egitura partonomikoak (hau da, osotasuna/zatia harremanak) sintaxian. Hurrengo atala hizkuntzalaritza kognitiboan garrantzi handia duen ikerketa-ildo bati eskainia dago, hots, hizkuntzaren, gorpuzduntasunaren («embodiment») eta egitura eta funtzio kognitiboaren arteko harremanari. Atal honetako lau kapituluek interfaze horren hainbat alderdiri buruzko ikuspegi berriak plazaratzen dituzte: hizkuntzaren teoria biokulturala, erlatibotasun linguistikoaren arazoa, etab. Azkenik, bosgarren ataleko lanen kezka honako hauetako bat da: nola zabaldu hizkuntzalaritza kognitiboaren tradizionalki aritu den arlotik hara, edo nola aplikatu linguistika kognitiboaren testu, kontakizun, eta filmetako diskurtsoaren analisiari, epaileen diskurtsoaren analisia baztertu gabe. Liburuan aurki daitekeena nolabait azaldu ondoren, bukatzeko esan dezadan argitaratzaileek bi asmo zituztela liburu hau kaleratzean: hizkuntzalaritza kognitiboan orain arte egin denaren ebaluazioa egitea, batetik, eta ikerketa-bide, metodo, analisirako baliabide eta ideia berriak aztertzea, bestetik.

*Pello Huizi*

## Gizarte zientziak

---

8. Olof Cramme & Patrick Diamond (arg.), *Social Justice in the Global Age*. Cambridge: Polity Press, 2009, xi + 266 or.

Gizarte justizia etengabe birpentsatu behar den kontzeptua da, justizia kontzeptuari izenlagun hori enpirismo filosofikoak erantsi zionetik aurrera. Hogeigarren mendeak izan duen filosofo handienetako batek horretan egin zuen lan bititza osoan: John Rawls (1921-2002) aipatu nahi dut eta *A Theory of Justice* idazteak hamabi urte eskatu zizkiola ere bai. Lau zati ditu Crammek eta Diamondek argitara emandako liburua, autore beraien sarrera interesgarri batez gain. Lehen zatian bi kapitulu daude eta bigarrenak aipamen berezia merezi du. Wolfgang Merkelek idatzitakoa da, gizarte justizia kontzeptuaren berritzeari buruz, Rawlsten posizioarekin batera, von Hayeken eta Walzerren posizioak eztabaidatuz. Bigarren zatiko hiru kapituluetan globali-

zazio ekonomikoaren analisiarekin batera, horren ondorio sozialak aztertzen dira, batez ere European. Hirugarren zatiko hiru kapituluetan aldaketa ekonomikoarekin batera datozen gizarte demokraziaren mugak azaltzen dira, neoliberalismoaren oinarrien kritika eginez. Laugarren zatiko lau kapituluetan aspektu praktikoko-politikoak kontsideratzen dira: elkartasuna nazio-estatuetatik harago, genero ezberdintasunak ekonomia globalean, langileengan globalizazio ekonomikoak duen eragina eta, azkenik, oparotasuna nola zabaldu eta banatu aztertzen da. Teorikoki sarritan ondo lotu gabeko liburua da, baina iradokizunez betea.

Jesus M. Larrazabal

9. Jean-Didier Vincent, *Viaje extraordinario al centro del cerebro*. Bartzelona: Anagrama, 2009, 459 or.

Frantziako eta Frantziatik kanpoko hainbat akademiatako kide da Vincent jauna. Paris-Sud Orsay Unibertsitateko irakaslea da eta, 1991tik 2004ra bitartean, CNRS Frantziako ikerkuntza zientifikorako zentro nazionalako Alfred Fessard neurobiologiako Institutuko zuzendaria izan da. Neuroendokrinologian aitzindaritzat daukaten zientzialari honek urte asko daramatza bere ikerketak jendarteratzeari emana arrakasta handiko lanak kaleratuz. Klasiko bihurtua da dagoeneko 1999an argitaratu zuen *Biologie des passions*, gaztelaniara itzulia *Biología de las pasiones* izenburuarekin. Orain aurkeztera goazen liburu honetan —frantsesez 2007an atera zen argitara—, autoreak garunean barrena bidaiatzera gonbidatzen gaitu. Tituluan,

bistan denez, Jules Verneren aipamena dago, baina liburua ez da inola ere zientzia fikziokoa. Bidaia bati dagokion bezala hasten da liburua, mapa kontsultatuz alegia: garunaren anatomia edo «garun-paisaia» azaltzen da lehen kapituluak. Bidaideak aukeratzen dira gero, 19 espezialista, kapitulu bakoitza osatuko dutenak beren ezagueren bidez. Hirugarren kapituluak meteorologiaz ari da, gorputzaren tenperaturaren kontrolaz, baina bereziki meteorologia psikikoaz. Ongi lo egitea garrantzi handikoa da bidaiariarentzat: loa eta ametsak dira laugarren kapituluaren gaia. Hurrengo lau kapituluak jateari eta edateari eskaintzen dizkio autoreak: horien beharra ere bai baitu bidaiariak. Eta jan-edanaz hitz egin ondoren, batere harritzekoa ez

denez, garuneko atsegin-lekuen eta barrearren txanda. «Pavlov bulebarra» du izena hurrengo kapituluak eta garuneko alde nobleen aurkezpenari ematen dio hasiera. Maitasunaren bideek arte ederren aretora garamatzate, non ikusmenaren eta entzumenaren azalpen zehatza egiten baita. Gelditzen diren kapituluak honako gai hauei eskaintzen zaizkie: garuna eta oroimena, garuna eta pentsamendua eta kontzientzia, garuna eta ekintza, norberaren garuna eta bestearena (bestea ispilu moduko bat izango litzateke nork bere burua ezagutzeko) eta garuna eta hizkuntza.

Azkeneko kapituluan —«Hizkuntzen lorategia» du izena— Vincentek esaten duenez, 70 urtean gizaki bakoitzaren ahotik, batez beste, 184.800.000 hitz ateratzen omen dira. Berak, hemen, ez dakit zenbat erabili dituen, asko, dudarik gabe, orrialde asko baititu liburuak, baina irakurtzera animatzen dena ez da, seguru egon, aspertuko. Ez dut bukatu nahi iruzkin hau esan gabe liburuak baduela eranskin interesgarririk bat ere, honela deitua: «Garunaren aurkikuntzaren historia».

*Pello Huizi*





# gogoa

Euskal Herriko Unibertsitateko  
Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio  
eta Ekintzari buruzko Aldizkaria

**gogoa** aldizkaria jaso nahi dut.

Urteko harpidetza (2009) 26 €

Erakundeak 50 €

Ale soltea 18 €

Izen/Abizenak: .....

Helbidea: .....

Herria: ..... Posta-kodea: .....

Probintzia: ..... Estatua: .....

Telefonoa: .....

## Ordainketa era

---

Posta-bidezko errenboltoz

Txeki bat bidaliz EHUko Argitalpen Zerbitzuaren izenean

VISA txartelaz

Zbkia: .....

Balio muga: .....

Data .....

Sinadura:

Orri hau betetzean helbide honetara bidal ezazu:

Argitalpen Zerbitzua-Euskal Herriko Unibertsitatea  
Postakutxa 1397 - 48080 Bilbao BIZKAIA



## INGELESEK

ingelesez irakurtzen dituzte eguneko berriak

### A Smelly Flower From a Refined Family

By CAROL KAESIK YOON

After more than 100 years of puzzling, scientists say they have solved the mystery of the evolutionary origins of the plant that produces the biggest flower on earth.

Researchers now say the bizarre rafflesia—whose blossoms can measure nearly one meter across and were described by the Swedish explorer Eric Rönner in 1818—“is penetrating itself more rapidly than any buffalo carcass in an advanced state of decomposition”—actually sprang from the genetic proclivities of plants that include possettias, or the wild passionflowers.

“It was a surprise,” says Rönner’s biographer, the University of Cambridge’s

University who was the lead author of the paper, published online last month in The Proceedings of the National Academy of Sciences. “Some people have thought it was related to some other big smelly flowers.”

Rafflesia (pronounced ra-FLAY-dia) are nothing if not strange. These plants not only make large and rank-smelling flowers, but they are also parasites. So unlike nearly every other plant, they’ve no leaves and no green time for photosynthesis.

Based, in their home in the rain forests of Southeast Asia, rafflesias bring by their own stinky

## ESPAINOLEK

espainolez irakurtzen dituzte eguneko berriak

### ► Cuatro personas fueron detenidas tras nueve horas de disturbios

AGENCIAS SYDNEY

Las autoridades australianas señalan apegada a la población aborigen tras la violencia del fin de semana en Sydney, que se redujo a cero gracias a medidas estrictas de policía herida y al menos cuatro detenciones.

El lugar de los hechos, el barrio de Redfern, con una importante población aborigen, comenzó a agitarse con diversas banderas plantadas en las paredes, símbolo de las demandas de los indígenas australianos, mientras algunos

agentes del orden que duró nueve horas.

Condolencias

Thomas Hilary de 17 años murió el domingo a consecuencia de la herida producida por una vana tentativa que, supuestamente, se cierró al saltado por la noche en una pensión con la Policía por

también al pararse, montar en bicicleta sin casco protector. El jefe del Gobierno del Estado de Nueva Gales del Sur, que

## FRANTSESEK

frantsesez irakurtzen dituzte eguneko berriak

### de l'histoire du XX<sup>e</sup> siècle

BERLIN

de notre essor québécois. Trois coureurs de fond du cinéma d'auteur international se sont joints, dans la dernière ligne droite, de la compétition berlinoise, au

peletero Ron Loach (86 años), Theo Angelopoulos (69 años) and Eric Rohmer (84 años). Le premier, faible à une maladie chronique d'insomnie, marie l'actualité sociale au romantisme dans *Le Fond d'écrit*, dont le sujet tourne autour d'une alliance problématique localisée à Châteauguay. Celle de Kaelin, son frère Patrick, a le goût d'une fiction

soviétique de préférence; l'autre, mais toujours d'un content accommodement à l'ambiguïté du réel et à la marche du temps, le cinéma d'Eric Rohmer accouche toujours d'un film vertigineux et intriguant, intitulé *Tout le monde*.

Le film, situé dans l'entre-deux-guerres, met en scène, en plus d'un fils divers de l'époque, un non classé d'un esprit de son époque. L'actualité est donc traitée d'un point de vue local et culturellement français.

# EUSKALDUNOK ERE EUSKARAZ IRAKURTZEN DITUGU EGUNEKO BERRIAK



Egin zaitez harpidedun:  
943 30 43 45  
harpidetza@berria.info

### HARPIDEDUNEN ABANTAILAK

1. Kioskoko prezioa baino %9 merkeago
2. Banaketa doan: etxean, lantokian...
3. Harpidedunaren Kioskoan zozketak eta opariak
4. Promozioetan abantailak

Euskaldunok behar dugun **berria**



## Egileentzako argibideak

GOGOAn argitaratzeko artikulua posta elektronikoz bidali behar dira, helbide honetara: [jesusmaria.larrazabal@ehu.es](mailto:jesusmaria.larrazabal@ehu.es). Artikuluak Word edo LaTeX formatuan bidali behar dira batetik, eta PDF formatuan bestetik. Horretaz gain, paperean ere bidali nahi izanez gero, honako helbide honetara bidal daitezke artikulua, zuzendariaren izenean: GOGO. ILCLI. UPV-EHU. Villa Asunción. Jose Elosegui etorbidea 275. 20015, Donostia.

Ebaluazio prozesua «itsua» denez, testuaren lehen bertsioan egileak saihestu egin behar ditu bere lanari buruzko erreferentziak.

Orrialdeak eta oin-oharrak segidako zerrendan zenbatuko dira (aipuak euskaraz ez badira, jatorrizko hizkuntzan oin-oharretan bakarrik egingo dira). Honako hau izango dute lan guztiek hasieran ingelesez, liburu erreseinek eta aurkezpen laburrek salbu: titulua, 20 lerro inguruko laburpena eta hitz-gakoak. Zabal-zehatz atalerako lanek 8.000 hitz izango dituzte gutxienez, eta 16.000 gehienez; artikuluentzat, 10.000 hitzetako muga izango da; ohar kritikoentzat, berriz, 3000 hitzetakoa. Oin-oharrak ez dira erabiliko bibliografia aipamen hutsetarako; aipamen horiek testuan bertan egingo dira, honela:

- Parentesi artean, erreferentzia zehatza eman nahi denean: (Searle 1969, 23 or.).
- Gidoi batekin, lanaren erreferentzia deklinatuta eman nahi denean: Searle (1969)-ren arabera...
- Egilearen izena deklinatu nahi denean: Searleren (1969) arabera...

Artikuluaren amaieran erreferentzien zerrenda emango da, honela:

- Liburuak: Perry, John (2000), *The Problem of the Essential Indexical and other Essays. Expanded edition*. Stanford: CSLI Publications.
- Artikuluak: Perry, John (1979), «The Problem of the Essential Indexical». *Noûs* 13 (1): 474-97. Perry (2000)-n berrargitaratua, 27-44 or.
- Liburu kapituluak: Perry, John (1997), «Indexicals and Demonstratives». In R. Hale & C. Wright (arg.), *Companion to the Philosophy of Language*, Oxford: Blackwell, 586-612 or.

Bidalitako orijinala zuzendariak aukeratutako bi aztertzailek ikusiko dute gutxienez, eta horien txostenaren arabera erabakiko da argitara emango denetz. Argitaratzeko onartuz gero, aurkitutako oztopo, oker edo aldabeharren zerrenda ere emango zaio egileari, lehenbailehen zuzendu eta bidaltzeko. Gero inprenta frogak jasoko dituzte, haiek ere zuzendu eta berehala itzultzeko. Lanak argitaratutakoan egileek ale bana eta 25 separata (10, liburu kritikak badira) jasoko dituzte.

Liburu kritikaren bat egin nahi duenak, egin diezaiola proposamena zuzendariari.

# gogoa

Euskal Herriko Unibertsitateko  
Hizkuntza, Ezagutza, Komunikazio  
eta Ekintzari buruzko Aldizkaria

9 (1) 2009ko apirila

## AURKIBIDEA

### ITZULPENA

Matematikari baten apologia (10-18 atalak) *G. H. Hardy*  
(Itzulpena: Enez Ezenarro), 1

### ZABAL-ZEHATZ BEGIRATUZ

Logika eta logikak. Begirada bat logika ez-klasikoei  
*Xabier Arrazola*, 15

### ARTIKULUAK

Elebakarren eta elebidunen euskararen jabeakuntzaren erritmoaren inguruan  
*Andoni Barreña, Iñaki Garcia eta Mari Jose Ezeizabarrena*, 63

Etika merkataritza kredituan: bertuteak eta ekimenak  
*Leire San-Jose eta Christopher Cowton*, 93

### OHAR KRITIKOAK

Arrazonamendu analogikoa fisika modernoan: inbariantzia eta simetria  
*Alain Ulazia*, 111

Kategoriak analogia matematikorako  
*Enez Ezenarro*, 119

### LIBURUEN KRITIKAK

Everyday aesthetics (Yuriko Saito)  
*Aitor Izagirre*, 123

La mente moral. Cómo la naturaleza ha desarrollado nuestro  
sentido del bien y del mal (Marc D. Hauser)  
*Pello Huizi*, 131

AURKEZPEN LABURRAK, 139