Mecánica cuántica: interpretación e invariancia

(Quantum mechanics: interpretation and invariance)

Olimpia LOMBARDI, Mario CASTAGNINO, Juan Sebastián ARDENGHI

Recibido: 9.9.2007
Versión Final: 11.5.2008

BIBLID [0495-4548 (2009) 24: 64; pp. 5-28]

RESUMEN: El propósito del presente trabajo consiste en analizar los vínculos entre la interpretación modal-hamiltoniana de la mecánica cuántica y las transformaciones de Galileo, a fin de poner de manifiesto que el grupo de tales transformaciones permite reformular la regla de actualización de un modo más básico desde un punto de vista teórico, aplicable a otras teorías cuánticas. Además se argumentará que, bajo esta nueva forma, la regla de actualización manifiesta explícitamente su invariancia frente al grupo de Galileo.

Descriptores: interpretación modal-hamiltoniana, transformaciones de Galileo, grupo de Galileo.

ABSTRACT: *The purpose of the present work consists in analyzing the links between the modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics and the Galilean transformations, with the aim of showing that the group of such transformations allows to reformulate the actualization rule in a theoretically more basic way, applicable to other quantum theories. Moreover, it will be argued that, under this new form, the actualization rule explicitly manifests its invariance with respect to the Galilean group.*

Keywords: *Modal-Hamiltonian interpretation, Galilean transformations, Galilean group.*

1. Introducción

Por un largo período luego de las primeras formulaciones de la mecánica cuántica, las interpretaciones de la teoría se mantuvieron ancladas a una perspectiva instrumentalista: las propiedades cuánticas se discutían en términos de los posibles resultados de las mediciones. Durante las últimas décadas, las interpretaciones instrumentalistas tradicionales han ido perdiendo terreno frente a las interpretaciones realistas, cuyo propósito consiste, básicamente, en describir cómo sería la realidad si la mecánica cuántica fuese verdadera (*vid.* Dieks y Vermaas, 1998). El principal escollo al que deben enfrentarse tales interpretaciones es el que impone la contextualidad de la mecánica cuántica: el teorema de Kochen y Specker (1967) demuestra que la teoría no permite asignar de un modo consistente propiedades definidas a todos los observables del sistema cuántico en un mismo instante. Por lo tanto, las interpretaciones realistas se ven forzadas a seleccionar, de un modo u otro, el contexto privilegiado, esto es, el conjunto de observables que adquieren valores definidos en un instante dado.

Entre las interpretaciones realistas de la mecánica cuántica, durante los últimos 20 años han cobrado relevancia las llamadas *interpretaciones modales* inspiradas en los trabajos de van Fraassen de la década del 1970 (1972, 1973, 1974). Actualmente pueden considerarse una familia de interpretaciones, pues todas ellas comparten ciertas características y supuestos comunes (*vid.* Dieks y Vermaas, 1998; Dickson y Dieks, 2007):

- Se basan en el formalismo *standard* de la mecánica cuántica.
- Son realistas: su propósito es describir cómo sería la realidad si la teoría fuese verdadera.
- La mecánica cuántica debe poder describir no sólo partículas microscópicas sino también objetos macroscópicos.
- La mecánica cuántica describe sistemas individuales y no *ensembles* de sistemas.
- El estado cuántico del sistema describe las propiedades que el sistema puede poseer y sus correspondientes probabilidades, y no las propiedades que actualmente posee.
- Una medición cuántica es una interacción física ordinaria: no hay colapso.
- La ecuación de Schrödinger describe la evolución temporal de las probabilidades, no de las propiedades actuales.

En este contexto modal, la regla que selecciona el contexto privilegiado se convierte en la regla de asignación de propiedades actuales. Es precisamente respecto de esta regla que los miembros de la familia modal difieren entre sí (*vid.* Bub 1992, 1994). [1]

Recientemente hemos presentado un nuevo miembro de la familia modal (Lombardi y Castagnino, 2008; Castagnino y Lombardi, 2008), la *interpretación modal-hamiltoniana* (IMH), que se propone resolver las dificultades que subsisten en las versiones anteriores (*vid.* Albert y Loewer 1990, 1993, Elby 1993), así como permitir la comprensión conceptual de fenómenos bien conocidos en la práctica de la física. La especificidad de la IMH consiste en otorgar al hamiltoniano del sistema cuántico un papel central en la regla de actualización, esto es, la regla de asignación de propiedades actuales al sistema.

En la formulación original de la IMH, las transformaciones de Galileo funcionan sólo como una motivación para la elección de la regla de actualización (*vid.* Lombardi y Castagnino, 2008, Subsección 4.4). El propósito del presente trabajo consiste en volver a analizar el vínculo entre la IMH y las transformaciones de Galileo, a fin de poner de manifiesto que el grupo de tales transformaciones permite reformular la regla de actualización de un modo más básico desde un punto de vista teórico. Además mostraremos que, bajo esta nueva forma, la regla de actualización manifiesta explícitamente su invariancia frente al grupo de Galileo. Finalmente, argumentaremos que tal reformulación podría conducir, de un modo conceptualmente directo, a la extrapolación de la IMH a la teoría cuántica de campos.

[1] Por ejemplo, en la interpretación de Kochen-Dieks (Kochen, 1985; Dieks 1988) los observables con valor definido son seleccionados por la descomposición biortogonal del estado puro. La versión Vermaas-Dieks (1995), una generalización de la anterior a estados mezcla, se basa en la resolución espectral del operador densidad reducido obtenido por traza parcial. La llamada *interpretación atómica* (Bacciagaluppi y Dickson, 1999), por el contrario, supone la existencia de un conjunto de sistemas elementales disjuntos que fija la factorización privilegiada del espacio de Hilbert. Más recientemente, y como respuesta a las dificultades para dar cuenta de las mediciones no ideales, Bene y Dieks (2002) desarrollaron la versión perspectival, según la cual las propiedades asignadas al sistema no son monádicas sino relacionales.

2. La interpretación modal-hamiltoniana

Puesto que la formulación detallada de la IMH ha sido presentada en trabajos previos (Lombardi y Castagnino, 2008; Castagnino y Lombardi, 2008), aquí sólo recordaremos rápidamente cómo la idea central de la interpretación se plasma en sus postulados interpretativos básicos. El nombre de la IMH se debe al papel central que cumple el hamiltoniano del sistema cuántico en los postulados interpretativos. En particular, el hamiltoniano será decisivo en la definición de sistema cuántico y subsistema cuántico, y en la regla de actualización que selecciona las propiedades que adquieren valores actuales.

2a. Sistemas y subsistemas

La IMH toma como punto de partida la formulación algebraica de la mecánica cuántica, que define al sistema cuántico en términos de su espacio de observables $\mathcal{O}$. Sobre esta base, esta interpretación realista postula una ontología que se despliega en dos planos irreductibles e igualmente reales: el plano de lo posible y el plano de lo actual. Los sistemas cuánticos, que habitan el ámbito de la posibilidad, son haces de propiedades posibles –"observables", en el lenguaje físico–, de las cuales sólo algunas, las que pertenecen al contexto privilegiado, adquieren un valor actual. A su vez, el estado cuántico codifica las propensiones ontológicas a la actualización de las propiedades posibles, propensiones que evolucionan unitaria y determinísticamente en el plano de la posibilidad de acuerdo con la ecuación de Schrödinger, con independencia de lo que acontece en el plano de lo actual[2] (para mayores detalles, *vid.* Lombardi y Castagnino 2008, secciones 4 y 8). Es precisamente esta concepción ontológica lo que brinda a la IMH su carácter *modal*, que no es meramente semántico o epistémico, sino principalmente *ontológico*.

En este contexto se formula el primer postulado interpretativo:

PI-1: Un *sistema cuántico* S se define como un par $(\mathcal{O}, H)$ tal que: (i) los *observables* O de S se representan mediante operadores autoadjuntos pertenecientes al espacio de observables $\mathcal{O}$, (ii) $H \in \mathcal{O}$ es un observable particular denominado *hamiltoniano* de S, y (iii) siendo $\rho_0 \in \mathcal{O}'$ (donde $\mathcal{O}'$ es el espacio dual de $\mathcal{O}$) el *estado inicial* de S, ρ_0 evoluciona de acuerdo con la ecuación de Schrödinger en la versión de von Neumann.

[2] El hecho de que las propensiones pertenezcan al plano de la posibilidad no significa que no tengan consecuencias físicas en el plano de lo actual. Por el contrario, las propensiones producen efectos definidos sobre la realidad actual aun cuando nunca se actualicen. Una interesante manifestación de esta efectividad es el caso de los llamados "experimentos no-interactivos" (*non-interacting experiments*, Elitzur y Vaidman, 1993; Vaidman 1994), donde las propensiones no actualizadas pueden ser utilizadas en la práctica, por ejemplo, para testear bombas sin hacerlas explotar (Penrose, 1994). Esto muestra que la posibilidad es una manera en la cual la realidad se manifiesta, un modo independiente y no menos real que la actualidad.

Cabe aclarar que el hamiltoniano H del sistema cuántico S es independiente del tiempo pues, como veremos en la próxima sección, sólo en este caso H cumple el papel de generador de desplazamientos temporales y la ecuación de Schrödinger adquiere el significado físico de expresar un desplazamiento temporal. Por lo tanto, la IMH se basa en la formulación ortodoxa de la mecánica cuántica, según la cual un sistema cuántico es un sistema cerrado, de energía constante, que evoluciona unitaria y determinísticamente de acuerdo con la ecuación de Schrödinger (para una discusión detallada, *vid.* Lombardi y Castagnino 2008, p. 387).

Por supuesto, todo sistema cuántico puede descomponerse en partes de muchas formas, pero no cualquier descomposición conduce a partes que son, a su vez, sistemas cuánticos. Esto sólo sucede cuando las partes son dinámicamente independientes entre sí, lo cual sólo se da cuando no existe interacción entre los subsistemas (Harshman y Wickramasekara 2007a, 2007b). El segundo postulado interpretativo resulta, entonces (Lombardi y Castagnino 2008, p. 389):

> **PI-2:** Un sistema cuántico $S:(\mathcal{O},H)$ es *compuesto* cuando pueden definirse dos sistemas cuánticos $S^1:(\mathcal{O}^1,H^1)$ y $S^2:(\mathcal{O}^2,H^2)$ tales que: (i) $\mathcal{O}=\mathcal{O}^1\otimes\mathcal{O}^2$, y (ii) $H=H^1\otimes I^2+I^1\otimes H^2\in\mathcal{O}$, donde I^1 e I^2 son los operadores identidad en los espacios correspondientes. En este caso diremos que S^1 y S^2 son *subsistemas* del sistema compuesto $S=S^1\cup S^2$. Un sistema es *elemental* si no es compuesto.

Cuando el sistema es compuesto, los estados iniciales $\rho_0^1\in\mathcal{O}^{1\,\prime}$ y $\rho_0^2\in\mathcal{O}^{2\,\prime}$ de S^1 y S^2, respectivamente, se obtienen como:

$$\rho_0^1 = Tr_{(2)}\rho_0 \qquad\qquad \rho_0^2 = Tr_{(1)}\rho_0 \qquad (1)$$

donde $Tr_{(i)}\rho_0$ es la traza parcial del estado inicial ρ_0 del sistema compuesto S. Es importante subrayar que esta definición de sistema compuesto no implica que el estado inicial ρ_0 de S sea el producto tensorial $\rho_0^1\otimes\rho_0^2$: este estado no correlacionado es un estado muy particular que se utiliza en la práctica para describir sistemas preparados de un modo independiente (*vid.* Ballentine 1998). Por el contrario, en general el estado inicial es un estado correlacionado o "entrelazado" (*entangled*) $\rho_0\in\mathcal{O}'$; no obstante, puesto que no existe interacción entre S^1 y S^2, se cumple $\left[H^1\otimes I^2, I^1\otimes H^2\right]=0$ y, por lo tanto:

$$\exp\left[-iHt/\hbar\right]=\exp\left[-iH^1t/\hbar\right]\exp\left[-iH^2t/\hbar\right] \qquad (2)$$

En consecuencia:

$$\rho^1(t)=Tr_{(2)}\rho(t)=Tr_{(2)}\left[e^{-iHt/\hbar}\rho_0 e^{iHt/\hbar}\right]=e^{iH^1t/\hbar}\left[Tr_{(2)}\rho_0\right]e^{-iH^1t/\hbar}=e^{iH^1t/\hbar}\rho_0^1 e^{-iH^1t/\hbar} \quad (3)$$

$$\rho^2(t)=Tr_{(1)}\rho(t)=Tr_{(1)}\left[e^{-iHt/\hbar}\rho_0 e^{iHt/\hbar}\right]=e^{iH^2t/\hbar}\left[Tr_{(1)}\rho_0\right]e^{-iH^2t/\hbar}=e^{iH^2t/\hbar}\rho_0^2 e^{-iH^2t/\hbar} \quad (4)$$

Esto significa que, a pesar de las correlaciones, los subsistemas S^1 y S^2 son *dinámicamente independientes*: cada uno de ellos evoluciona bajo la acción de su propio hamiltoniano. Es claro que esta independencia dinámica no cancela las correlaciones cuánticas entre los subsistemas. No obstante, en este caso el "entrelazado" (*entanglement*) se mantiene invariante a través de la evolución (*vid.* Harshman y Wickramasekara, 2007a, 2007b) y, por tanto, las correlaciones son *dinámicamente invariantes*.

Por otra parte, dados dos sistemas cuánticos $S^1 : (\mathcal{O}^1, H^1)$ y $S^2 : (\mathcal{O}^2, H^2)$, con estados iniciales $\rho_0^1 \in \mathcal{O}^{1\,\prime}$ y $\rho_0^2 \in \mathcal{O}^{2\,\prime}$ respectivamente, siempre puede definirse un sistema $S : (\mathcal{O}, H)$ con estado inicial $\rho_0 \in \mathcal{O}'$ tal que $\mathcal{O} = \mathcal{O}^1 \otimes \mathcal{O}^2$, $H = H^1 \otimes I^2 + I^1 \otimes H^2 + H_{\text{int}} \in \mathcal{O}$, donde H_{int} se denomina *hamiltoniano de interacción*, y $\rho_0 = \rho_0^1 \otimes \rho_0^2 \in \mathcal{O}'$. En este caso, el estado inicial ρ_0 de S y los estados ρ_0^1 de S^1 y ρ_0^2 de S^2 también se relacionan a través de una traza parcial (*vid.* ecuación 1):

$$\rho_0^1 = Tr_{(2)}\, \rho_0 = Tr_{(2)}(\, \rho_0^1 \otimes \rho_0^2 \,) \quad \rho_0^2 = Tr_{(1)}\, \rho_0 = Tr_{(1)}(\, \rho_0^1 \otimes \rho_0^2 \,) \qquad (5)$$

Sin embargo, cuando S^1 y S^2 interactúan, $H_{\text{int}} \neq 0$ y, por tanto, ρ_0^1 y ρ_0^2 no evolucionan de acuerdo con la ecuación de Schrödinger. Esto significa que, estrictamente, a partir del instante en que se inicia la interacción, S^1 y S^2 no son subsistemas de S sino meras partes de dicho sistema. Sólo en el caso particular en que $H_{\text{int}} = 0$, S^1 y S^2 evolucionan unitariamente según las ecuaciones (3) y (4), y pueden ser considerados subsistemas del sistema compuesto S.

En definitiva, la IMH suministra un criterio preciso para distinguir entre sistemas elementales y compuestos, y tal criterio se basa en el hamiltoniano del sistema.

2b. Regla de actualización

La mecánica cuántica es una teoría probabilística: a diferencia de la mecánica clásica, no adjudica valores precisos a los observables del sistema, sino que sólo asigna probabilidades a cada valor posible (*vid.* Dieks, 2007). Incluso puede afirmarse que se trata de una teoría *intrínsecamente probabilística*: como lo demuestra el teorema de Kochen y Specker, todo intento de adjudicar valores actuales precisos a todos los observables del sistema, de modo tal que las probabilidades puedan interpretarse por ignorancia respecto de un estado subyacente a la manera de la mecánica estadística clásica, conduce a contradicción. Esto significa que la regla de actualización, que selecciona el contexto privilegiado de observables que adquieren valores actuales, no puede inferirse del formalismo, sino que debe introducirse como un postulado interpretativo: en cada interpretación, los argumentos en favor de la regla elegida se basan en su fecundidad para brindar respuestas adecuadas a los tradicionales problemas interpretativos, como el problema de la medición tanto en su versión ideal como no ideal, y para dar cuenta de situaciones físicas bien conocidas, como el átomo de Hidrógeno, los átomos multielectrónicos, el efecto Zeeman, la estructura fina, etc.

Como ya fue señalado, la regla de actualización de la IMH otorga un papel central al hamiltoniano del sistema. Desde un punto de vista matemático, no hay razón alguna por la cual el operador hamiltoniano posea un estatus diferente al de cualquier otro operador. Son las leyes físicas las que establecen una diferencia sustancial entre ellos. En particular, la ecuación de Schrödinger adjudica al hamiltoniano la función de regir la dinámica del sistema. La IMH recoge este papel central del hamiltoniano en la teoría y lo traslada a la interpretación. La idea básica puede expresarse en la máxima *Ubi lex non distinguit, nec nos distinguere debemus*: donde la ley no distingue, tampoco nosotros debemos distinguir. Puesto que en este caso la "ley" es la ecuación de Schrödinger, que sólo contiene el hamiltoniano, es el hamiltoniano el que gobierna la actualización. Sobre esta base se formula la regla de actualización (Lombardi y Castagnino, 2008, p. 395):

> **RA:** Dado un sistema cuántico elemental $S:(\mathcal{O},H)$, el *contexto privilegiado* está constituido por el hamiltoniano H y todos los observables que conmutan con H y que tienen, al menos, las mismas degeneraciones que H.

Por lo tanto, si el hamiltoniano es no degenerado, es decir, es de la forma:

$$H|n\rangle = \omega_n |n\rangle \qquad \text{con } \omega_n \neq \omega_{n'} \tag{6}$$

donde $\{|n\rangle\}$ es una base del espacio de Hilbert, entonces los observables que adquieren valor actual definido son H y todos los observables que conmutan con H. En cambio, si el hamiltoniano es degenerado, puede expresarse como:

$$H|n,i_n\rangle = \omega_n |n,i_n\rangle \;\Rightarrow\; H = \sum_n \omega_n \sum_{i_n} |n,i_n\rangle\langle n,i_n| = \sum_n \omega_n P_n \tag{7}$$

donde $\omega_n \neq \omega_{n'}$ y el índice i_n expresa la degeneración del autovalor ω_n de la energía. Consideremos un observable de la forma:

$$A = \sum_{n,i_n} a_n |n,i_n\rangle\langle n,i_n| = \sum_n a_n \sum_{i_n} |n,i_n\rangle\langle n,i_n| = \sum_n a_n P_n \tag{8}$$

Es claro que $[H,A]=0$. Además, A posee, al menos, la misma degeneración que H (estrictamente la misma si $a_n \neq a_{n'}$). Por lo tanto, todos los observables A que conmutan con H y tienen la forma de la ecuación (8) pertenecen al contexto privilegiado. Por el contrario, los observables de la forma:

$$B = \sum_{n,i_n} b_{n,i_n} |n,i_n\rangle\langle n,i_n| \tag{9}$$

a pesar de conmutar con H, no adquieren valores actuales definidos, ya que su actualización discriminaría entre autovectores correspondientes a un mismo autovalor degenerado ω_n de H: los observables de la forma de la ecuación (9) distinguirían donde el hamiltoniano no distingue.

Cabe subrayar que, a diferencia de otras interpretaciones modales, el contexto privilegiado seleccionado por el hamiltoniano no es, en general, un conjunto completo de observables que conmutan (CSCO); sólo lo es en el caso en que H es no degenerado

–es decir, no tiene simetrías– y, por tanto, sus autovalores conforman una base del espacio de Hilbert. Cuando H es degenerado –tiene simetrías–, define lo que hemos llamado "conjunto completo de proyectores ortogonales" (*complete set of orthogonal projectors*, *CSOP*), y tal conjunto es el contexto privilegiado (*vid.* Lombardi y Castagnino 2008, p. 385). Esto es lo que permite que un observable que conmuta con H pero tiene menos degeneraciones –menos simetrías– que H (como en el caso del observable B de la ecuación (9)) no pertenezca al contexto privilegiado y, por tanto, no adquiera un valor actual.

En algunas interpretaciones modales, como la de Kochen-Dieks y la de Vermaas-Dieks, el contexto privilegiado depende del estado instantáneo del sistema, que varía en el tiempo. Esto significa que la actualización es un fenómeno que ocurre repetidamente a cada instante. Esta posición interpretativa conduce a la necesidad de dar cuenta de la dinámica de las propiedades actuales (*vid.* Vermaas, 1996). En la IMH, en cambio, este paso es innecesario puesto que la dinámica de las propiedades actuales es trivial. En efecto, los observables que adquieren valores actuales siempre conmutan con el hamiltoniano y, por tanto, son constantes de movimiento del sistema. En otras palabras, el contexto privilegiado es independiente del tiempo.

Si bien los argumentos en favor de la IMH exceden ampliamente el objetivo del presente trabajo, cabe señalar que la IMH se justifica en términos de su fecundidad; en efecto, esta interpretación:

- Se ajusta al modo en que son tratados en la práctica los más conocidos modelos físicos de la mecánica cuántica (partícula libre, partícula libre con *spin*, oscilador armónico, átomo de Hidrógeno, efecto Zeeman, estructura fina, aproximación Born-Oppenheimer). A su vez, permite dar cuenta de diversos resultados experimentales en espectroscopía (*vid.* Lombardi y Castagnino, 2008, Sección 5).
- Brinda una respuesta clara al problema de la medición, que suele considerarse como el problema central de la interpretación de la mecánica cuántica. Dicha respuesta es efectiva no sólo en el caso de la medición ideal (como en otras interpretaciones modales), sino también en la medición no ideal (es inmune al argumento de Elby, 1993, y al desafío de Albert y Loewer, 1990, 1993). En efecto, la IMH no sólo permite explicar el valor definido del puntero aun en el caso no ideal, sino que también brinda un criterio preciso para distinguir entre mediciones no ideales fiables (*reliable*) y no fiables (*non-reliable*) (*vid.* Lombardi y Castagnino 2008, Sección 6).
- Brinda una respuesta coherente al problema del límite clásico de la mecánica cuántica a través de la consideración de *ensembles* cuánticos y su interpretación ontológica (*vid.* Lombardi y Castagnino, 2008, Sección 7).

3. El grupo de Galileo

Como es bien sabido, a cada teoría física corresponde un grupo de transformaciones de simetría, de modo tal que la ley dinámica resulta covariante –mantiene su forma– ante las transformaciones del grupo (*vid.* Suppes, 2000). En particular, a la mecánica cuántica corresponde el grupo de las transformaciones espacio-temporales de Galileo, esto es, el grupo de Galileo, que posee diez generadores de simetría K_i asociados a diez parámetros s_i: un desplazamiento temporal, tres desplazamientos espaciales, tres rotaciones espaciales y tres desplazamientos en velocidad o transformaciones de *boost*. Tales generadores forman el álgebra de Galileo, esto es, el álgebra de Lie de los generadores de Galileo. La acción combinada de todos las las transformaciones viene dada por

$$U_s = \prod_{i=1}^{10} e^{iK_i s_i} \tag{10}$$

Los generadores del grupo de Galileo representan los observables básicos de la teoría (*vid.* Ballentine 1998): la energía H (desplazamiento temporal), el momento cinético $P = (P_x, P_y, P_z)$ (desplazamientos espaciales), el momento angular total $J = (J_x, J_y, J_z)$ (rotaciones espaciales), y la posición $Q = (Q_x, Q_y, Q_z)$ (transformación de *boost*, cuyo generador es $G = mQ$, donde m es la masa)[3]. A su vez, los generadores mantienen entre sí las relaciones de conmutación que definen al grupo:

$$\begin{array}{ll}
\text{(a)}\ [P_\alpha, P_\beta] = 0 & \text{(f)}\ [G_\alpha, P_\beta] = i\delta_{\alpha\beta} M \\
\text{(b)}\ [G_\alpha, G_\beta] = 0 & \text{(g)}\ [P_\alpha, H] = 0 \\
\text{(c)}\ [J_\alpha, J_\beta] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\gamma & \text{(h)}\ [J_\alpha, H] = 0 \\
\text{(d)}\ [P_\alpha, P_\beta] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} P_\gamma & \text{(i)}\ [G_\alpha, H] = iP_\alpha \\
\text{(e)}\ [J_\alpha, G_\beta] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} G_\gamma &
\end{array} \tag{11}$$

donde $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ es el tensor de Levi-Civita, tal que $\gamma \neq \alpha$, $\gamma \neq \beta$, $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} = \varepsilon_{\beta\gamma\alpha} = \varepsilon_{\gamma\alpha\beta} = 1$, $\varepsilon_{\beta\alpha\gamma} = \varepsilon_{\alpha\gamma\beta} = \varepsilon_{\gamma\beta\alpha} = -1$, $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} = 0$ si $\alpha = \beta$; además, $M = mI$ donde I es el operador identidad del espacio de Hilbert del sistema. Las transformaciones de Galileo actúan sobre estados y observables del siguiente modo (*vid.* Ballentine, 1998, pp. 64-65):

$$|\varphi\rangle \longrightarrow |\varphi'\rangle = e^{iK_i s_i} |\varphi\rangle \tag{12}$$

$$A \longrightarrow A' = e^{iK_i s_i} A e^{-iK_i s_i} \tag{13}$$

Cabe recordar que el grupo de Galileo es un grupo de Lie, y un operador de Casimir de un grupo de Lie es un operador que conmuta con todos los elementos de un grupo (*vid.* Tung, 1985)[4]. Esto significa que los operadores de Casimir son invariantes ante

---

[3] Estrictamente, los generadores son proporcionales a tales observables con un factor $1/\hbar$. Por ejemplo, el generador del desplazamiento temporal es $K_\tau = H/\hbar$. Por simplicidad, aquí consideraremos $\hbar = 1$.

[4] En un grupo de Lie, los elementos del grupo están etiquetados por un número finito de parámetros continuos que, en el caso del grupo de Galileo, son diez. Cada grupo de Lie tiene asociada un álgebra de Lie, formada por los generadores de los elementos del grupo, cada uno de los cuales puede ser ex-

todas las transformaciones del grupo de Lie. Además, también puede demostrarse que los autovalores de los operadores de Casimir etiquetan las representaciones del grupo. En el caso del grupo de Galileo, los operadores de Casimir son[5]:

- El operador de masa $M = mI$, donde *m* es el valor de la masa.
- El operador de *spin* al cuadrado $S^2 = s(s+1)I$, donde s es el valor del *spin*.
- El operador energía interna $W = H - P^2 / 2m = wI$, donde w es el valor de la energía interna.

Las invariancias del sistema ante las diferentes transformaciones se siguen de las propiedades del espacio y del tiempo: la invariancia ante desplazamientos temporales expresa la homogeneidad del tiempo, la invariancia ante desplazamientos espaciales expresa la homogeneidad del espacio, la invariancia ante rotaciones espaciales expresa la isotropía del espacio. La invariancia del sistema ante desplazamientos temporales queda garantizada por la independencia del hamiltoniano respecto del tiempo. A su vez, el hecho de que el hamiltoniano H sea invariante frente a una transformación de generador K implica que K conmuta con H:

$$e^{iKs} H e^{-iKs} = H \Rightarrow [H, K] = 0 \qquad (14)$$

Esto significa que, cuando H es invariante frente a una cierta transformación, el generador de tal transformación es una *constante de movimiento* del sistema: cada simetría – invariancia – del hamiltoniano define una magnitud que se conserva. Por ejemplo, la invariancia de H frente a desplazamientos espaciales en cualquier dirección implica que el momento cinético P es una constante de movimiento; la invariancia de H frente a rotaciones espaciales en cualquier dirección implica que el momento angular total J es una constante de movimiento. Si, por el contrario, H es invariante frente a desplazamientos espaciales sólo en una dirección, por ejemplo las dirección x , sólo la componente P_x de P es una constante de movimiento.

Además, cada simetría del hamiltoniano conduce a una degeneración de la energía (Meijer y Bauer 2004). En efecto, puesto que $[H, K] = 0$ (*vid.* ecuación 14):

$$K H|n\rangle = K\omega_n|n\rangle \Rightarrow H K|n\rangle = \omega_n K|n\rangle \qquad (15)$$

Esto significa que cualquier vector $K|n\rangle$ obtenido por la aplicación del operador K al autovector $|n\rangle$ es también un autovector de H con el mismo autovalor ω_n .

---

ponenciado con su respectivo parámetro dando lugar a un elemento del grupo. A su vez, se pueden construir todos los polinomios entre estos generadores, formando el álgebra envolvente universal del álgebra de Lie. Justamente aquellos polinomios que conmutan con los generadores son los operadores de Casimir, que tienen la propiedad de caracterizar al grupo en cuestión.

[5] En realidad, deberíamos referirnos a los operadores de Casimir de la extensión central del álgebra de Lie del grupo de Galileo. Para hacer una extensión central de un álgebra de Lie debe agregarse un generador de otra álgebra, tal que la extensión central resulte del producto directo o semi-directo de las respectivas álgebras. En el caso de la extensión central del álgebra de Lie del grupo de Galileo, el generador que se agrega es un múltiplo de la identidad, al que se da el sentido físico de masa, y se definen los conmutadores entre este generador y los restantes.

Por otra parte, cuando el grupo de Galileo se cumple en su totalidad (esto es, cuando el tiempo es homogéneo y el espacio es homogéneo e isótropo), el hamiltoniano resulta invariante frente a cualquier desplazamiento temporal τ, frente a cualquier desplazamiento espacial ρ_α, y frente a cualquier rotación espacial θ_α. En efecto, considerando el modo en que el hamiltoniano se transforma (*vid.* ecuación 13), resulta:

$$H' = e^{iH\tau} H e^{-iH\tau} = H \text{, ya que } [H, H] = 0 \tag{16}$$

$$H' = e^{iP_\alpha \rho_\alpha} H e^{-iP_\alpha \rho_\alpha} = H \text{, ya que } [P_\alpha, H] = 0 \tag{17}$$

(espacio homogéneo, *vid.* ecuación 11-g)

$$H' = e^{iJ_\alpha \theta_\alpha} H e^{-iJ_\alpha \theta_\alpha} = H \text{, ya que } [J_\alpha, H] = 0 \tag{18}$$

(espacio isótropo, *vid.* ecuación 11-h)

Sin embargo, el hamiltoniano no permanece invariante frente a una transformación de *boost* correspondiente a una velocidad constante v_α:

$$H' = e^{iG_\alpha v_\alpha} H e^{-iG_\alpha v_\alpha} \neq H \text{, ya que } [G_\alpha, H] \neq 0 \tag{19}$$

(*vid.* ecuación 11-i)

De un modo totalmente general puede demostrarse que, frente a una transformación de *boost* con velocidad v_α, el hamiltoniano se incrementa en un valor T_B y el momento cinético se incrementa en un valor P_B:

$$H' = H + T_B \qquad T_B = -v_\alpha P + M v_\alpha^2 / 2 \tag{20}$$

$$P' = P + P_B \qquad P_B = -M v_\alpha \tag{21}$$

de modo tal que el hamiltoniano transformado resulta:

$$H' = W + \frac{(P + P_B)^2}{2m} \tag{22}$$

A diferencia de lo que sucede en teoría cuántica de campos, en mecánica cuántica no relativista los campos externos no son objetos cuánticos: se los trata como campos clásicos que, siendo meras funciones de observables cuánticos, actúan sobre el sistema introduciendo una “ruptura” de la homogeneidad y/o la isotropía del espacio. No obstante, a pesar de ello la ley dinámica de la teoría − la ecuación de Schrödinger − debe permanecer covariante ante desplazamientos y rotaciones espaciales. Puesto que el único observable que interviene en la ecuación de Schrödinger es el hamiltoniano, la ruptura de la homogeneidad y/o la isotropía del espacio debida a la acción de campos externos debe encontrarse “contenida” en la forma de H: la no-homogeneidad del espacio implica la no-invariancia de H ante desplazamientos espaciales, la no-isotropía del espacio implica la no-invariancia de H ante rotaciones espaciales. En consecuencia, la acción de campos externos produce la “ruptura” del grupo de Galileo en el sentido de que algunas relaciones de conmutación, precisamente aquéllas en las que interviene el hamiltoniano (ecuaciones (11-g), (11-h) y (11-i)), dejan de cumplirse (*vid.* Ballentine, 1998, p. 83).

4. Invariancia e interpretación: la formulación del problema

Como hemos señalado, si no existen campos externos aplicados al sistema, puede garantizarse no sólo la homogeneidad del tiempo, sino también la homogeneidad y la isotropía del espacio. En este caso, el grupo de Galileo se cumple en su totalidad (son válidas todas las relaciones de conmutación de las ecuaciones 11). A fin de reflexionar acerca de la relación entre invariancia e interpretación, comencemos por recordar el significado físico de la invariancia.

Las transformaciones de simetría admiten dos interpretaciones: la interpretación activa y la pasiva (*vid.* Brading & Castellani, 2007). Según la primera de ellas, una transformación expresa la modificación del estado del sistema: su desplazamiento temporal, su desplazamiento espacial, su rotación espacial o su movimiento a velocidad constante respecto de su estado original. Según la interpretación pasiva, la transformación conduce a la descripción del sistema en un nuevo sistema de referencia, desplazado en el tiempo, desplazado en el espacio, rotado en el espacio o a velocidad constante respecto del sistema de referencia original. En ambos casos, la invariancia ante una transformación de simetría expresa el hecho de que la identidad y el comportamiento del sistema no se modifican ante la transformación. En el caso del grupo de Galileo, y adoptando el lenguaje de la interpretación pasiva, la invariancia frente a las transformaciones de Galileo significa la equivalencia entre sistemas de referencia desplazados entre sí en el tiempo o el espacio, entre sistemas de referencia rotados entre sí en el espacio, y entre sistemas de referencia inerciales.

En definitiva, cuando se cumple el grupo de Galileo, las transformaciones del grupo expresan la descripción del sistema en un nuevo sistema de referencia equivalente al original: no representan una modificación de la situación física, sino sólo un cambio en la perspectiva de descripción. Por ejemplo, si una partícula clásica descrita originalmente en un sistema de referencia SR se describe en otro sistema de referencia SR' equivalente al anterior, la invariancia de la segunda ley de Newton garantiza que la evolución temporal de la partícula no sufre modificación alguna al ser descrita en el nuevo sistema de referencia.

El significado físico de la acción de las transformaciones de Galileo es, en general, bien comprendido en mecánica clásica. Sin embargo, esta cuestión es escasamente tratada en el campo de la mecánica cuántica, tal vez bajo el supuesto de que resulta tan sencilla como en el caso clásico. Como lamenta Lévi-Leblond (1974), si bien suele leerse que la mecánica cuántica no-relativista es covariante e incluso invariante ante el grupo de Galileo, en general las relaciones de conmutación que definen el grupo ni siquiera se incluyen en los textos sobre el tema (una excepción es Ballentine, 1998). Esta situación tiene su contrapartida en la enorme cantidad de bibliografía sobre los problemas filosóficos de la teoría: la relevancia del grupo de Galileo suele no tomarse en cuenta en las discusiones acerca de la interpretación de la mecánica cuántica.

El caso es que las propiedades de invariancia de la mecánica cuántica ante el grupo de Galileo sí tienen importantes consecuencias para la interpretación de la teoría. Como señalan correctamente Brown, Suárez y Bacciagaluppi (1998), toda interpretación que selecciona el conjunto de los observables del sistema que adquieren valores definidos en un cierto estado, se encuentra comprometida a considerar cómo ese conjunto se transforma frente al grupo de invariancia de la teoría. Esta cuestión es particularmente acuciante en el caso de las interpretaciones realistas, que conciben a un observable con valor definido como una magnitud física que adquiere *objetivamente* un valor actual entre todos sus valores posibles. En otras palabras, si una interpretación realista selecciona el contexto privilegiado, tal contexto no debería modificarse frente a las transformaciones del grupo: resultaría inaceptable que el conjunto de los observables que adquieren valor definido fuera diferente por un mero cambio en el sistema de referencia desde el cual se describe el sistema, esto es, por un mero cambio en la perspectiva de descripción. Como veremos, precisamente a esta dificultad parece enfrentarse la interpretación modal ortodoxa.

5. Invariancia e interpretación en la interpretación modal ortodoxa

Para abordar este problema, Brown, Suárez y Bacciagaluppi (1998) analizan el modo en que se comportan los observables cuánticos frente a las transformaciones de Galileo[6]. Si todos los estados y los observables se transforman unitariamente (*vid.* ecuaciones 12 y 13), entonces cuando un estado $|\varphi\rangle$ es autoestado de un observable A, el estado transformado $|\varphi'\rangle = e^{iKs}|\varphi\rangle = U|\varphi\rangle$ es autoestado del observable transformado $A' = e^{iKs}\, A e^{-iKs} = UAU^{-1}$:

$$A|\varphi\rangle = a|\varphi\rangle \quad \Leftrightarrow \quad UAU^{-1}U|\varphi\rangle = aU|\varphi\rangle \tag{23}$$

Por lo tanto, frente a transformaciones unitarias, la reglas ortodoxas de asignación de valores definidos (que seleccionan los observables de valor definido a través de sus autoestados, *vid.* Brown, Suárez & Bacciagaluppi, 1998, pp. 289-291) identificarán el mismo conjunto de observables poseedores de valores definidos en todos los sistemas de referencia equivalentes.

Sin embargo, los autores señalan que ciertos observables (en particular, el Hamiltoniano) no se transforman unitariamente frente al grupo de Galileo y, como consecuencia de ello, un observable que posee un valor definido en un sistema de referencia SR puede pasar a no poseer valor definido en otro sistema de referencia SR' equivalente al anterior. Bajo el extendido supuesto que vincula estrechamente invariancia y objetividad, Brown, Suárez y Bacciagaluppi consideran que si el carácter definido del valor de un observable no es invariante-Galileo, entonces no puede asignarse a tal valor definido una naturaleza objetiva. Por lo tanto, concluyen que los observables que no se transforman unitariamente no representan propiedades objetivas:

> [S]i los valores definidos de los observables han de ser construidos como características objetivas de la realidad, entonces debemos discriminar entre

[6] Los autores consideran la interpretación modal ortodoxa en sus dos versiones, la versión Kochen-Dieks, basada en la descomposición biortogonal del vector de estado (Kochen 1985, Dieks 1988), y la versión Vermaas-Dieks, basada en la resolución espectral del operador densidad reducido (Vermaas & Dieks, 1995; Clifton, 1995), e interpretan ambas versiones como una generalización del *link* autoestado-autovalor (*eigenstate-eigenvalue link*) (Fine, 1973).

> diferentes tipos de observables, en el sentido de que sólo los observables que transforman unitariamente [...] corresponderán a características objetivas de la realidad (Brown, Suárez & Bacciagaluppi, 1998, p. 305).

Para evaluar esta conclusión es necesario detenerse en la principal premisa que la sustenta, esto es, la afirmación de que hay observables que se transforman no-unitariamente ante el grupo de Galileo. El origen de esta afirmación puede rastrearse en el intento de mantener la covariancia de la ecuación de Schrödinger,

$$\frac{d|\varphi\rangle}{dt} = -iH|\varphi\rangle \qquad (24)$$

Si las transformaciones de Galileo actúan sobre el estado, el observable y el operador diferencial como $|\varphi\rangle \to |\varphi'\rangle$, $|O\rangle \to |O'\rangle$ y $d/dt \to d'/dt$ respectivamente, la ecuación de Schrödinger es *covariante* si mantiene su forma ante la aplicación de las transformaciones de Galileo a los objetos que la componen (*vid.* Suppes, 2000), esto es, si se cumple

$$\frac{d'|\varphi'\rangle}{dt} = -i\hbar H'|\varphi'\rangle \qquad (25)$$

A fin de establecer si tal covariancia se cumple, premultipliquemos ambos miembros de la ecuación (24) por $U = e^{iKs}$, utilicemos la propiedad $UU^{-1} = I$ y, finalmente, sumemos $(dU/dt)|\varphi\rangle$ a ambos miembros, de modo de obtener

$$U\frac{d(|\varphi\rangle)}{dt} + \frac{dU}{dt}|\varphi\rangle = -iUHU^{-1}U\frac{d|\varphi\rangle}{dt} + \frac{dU}{dt}|\varphi\rangle \qquad (26)$$

Por lo tanto,

$$\frac{d(U|\varphi\rangle)}{dt} = -i\left[UHU^{-1} + i\frac{dU}{dt}U^{-1}\right]U|\varphi\rangle \qquad (27)$$

Si admitimos que los estados se transforman unitariamente, $|\varphi'\rangle = U|\varphi\rangle$, finalmente obtenemos:

$$\frac{d|\varphi'\rangle}{dt} = -i\left[UHU^{-1} + i\frac{dU}{dt}U^{-1}\right]|\varphi'\rangle \qquad (28)$$

Frente a este resultado, se presentan dos caminos alternativos. El primero consiste en preservar la transformación unitaria de todos los observables y evaluar la covariancia o no de la ecuación de Schrödinger sobre la base de tal tipo de transformaciones. El segundo camino consiste en admitir que algunos observables se transforman no-unitariamente, esto es, de un modo *sui generis* (Brown, Suárez & Bacciagaluppi,1998, p. 297, p. 299) a fin de imponer la covariancia de la ecuación. A continuación explicaremos ambas alternativas con el objetivo de argumentar en contra de la segunda de ellas.

5a. Transformación de operadores diferenciales

Si admitimos la acción unitaria de las transformaciones de Galileo sobre estados y observables (ecuaciones 12 y 13), podemos reescribir la ecuación (28) como

$$\frac{d|\varphi'\rangle}{dt} - \frac{dU}{dt}U^{-1}|\varphi'\rangle = -i\,H'|\varphi'\rangle \qquad (29)$$

donde el hamiltoniano continúa transformándose unitariamente como $H' = UHU^{-1}$. Es claro que la covariancia se cumple cuando el operador diferencial se transforma como

$$\frac{d}{dt} \to \frac{d'}{dt} = \frac{d}{dt} - \frac{dU}{dt}U^{-1} \qquad (30)$$

Esto significa que el operador diferencial transformado d'/dt es una *derivada temporal covariante* D/Dt, que convierte a la ecuación de Schrödinger en una ecuación covariante en el siguiente sentido:

$$\frac{d'|\varphi'\rangle}{dt} = \frac{D|\varphi'\rangle}{Dt} = -i\,H'|\varphi'\rangle \qquad (31)$$

Como fue señalado en la Sección 3, sin campos externos aplicados sobre el sistema, los observables H, P_i y J_i, generadores de las transformaciones galileanas correspondientes, son independientes del tiempo (son constantes de movimiento); en consecuencia, para dichas transformaciones se cumple $dU/dt = 0$. Por lo tanto, a partir de la ecuación (30) vemos que, en ausencia de campos externos, el operador diferencial es invariante ante desplazamientos temporales, desplazamientos espaciales y rotaciones temporales: $d/dt \to d/dt$. Pero para las transformaciones de *boost* éste no es el caso: incluso sin campos externos aplicados sobre el sistema, la covariancia de la ecuación de Schrödinger implica la transformación del operador diferencial como $d/dt \to D/Dt$. Esto significa que la covariancia ante transformaciones de *boost* exige el ajuste covariante de la derivada temporal. Esta conclusión no debe sorprender ya que, cuando el sistema se describe en un sistema de referencia SR' en movimiento uniforme respecto del sistema SR original, el estado $|\varphi'\rangle$ transformado por *boost* depende de un generador que es una *función lineal del tiempo*: $G = mQ = m(Q_0 + Vt) = mQ_0 + Pt$. Por lo tanto, si la ecuación de Schrödinger ha de preservar su validez en SR', donde el estado es $|\varphi'\rangle$, la derivada temporal transformada ha de ajustarse para compensar la transformación dependiente del tiempo que afecta al estado (para una presentación más detallada del modo en que la derivada temporal se transforma ante *boost*, *vid.* Brown & Holland, 1999).

5b. Transformación de observables

Tal como adelantamos más arriba, algunos autores adoptan una estrategia diferente para encarar esta cuestión. Sobre la base de presuponer la invariancia del operador diferencial d / dt frente a las transformaciones de *boost*, la covariancia galileana de la ecuación de Schrödinger se preserva gracias a redefinir la acción de la transformación de *boost* sobre ciertas magnitudes dinámicas, en particular, sobre el Hamiltoniano. Según esta estrategia, la transformación de *boost*, cuyo operador unitario se expresa como $U = e^{iG_\alpha v_\alpha}$, no actúa sobre H unitariamente como $H' = UHU^{-1}$, sino como (*vid.* Brown, Suárez & Bacciagaluppi, 1998, p. 294, ecuación 16)

$$H \to \widetilde{H} = UHU^{-1} + i\frac{dU}{dt}U^{-1} = H' + i\frac{dU}{dt}U^{-1} \qquad (32)$$

mientras que el estado y el operador diferencial se transforman como

$$|\varphi\rangle \to |\widetilde{\varphi}\rangle = U|\varphi\rangle \qquad d / dt \to \widetilde{d} / dt = d / dt \qquad (33)$$

Es claro que, puesto que estas transformaciones fueron deliberadamente diseñadas para preservar la covariancia galileana de la ecuación de Schrödinger, al introducir las ecuaciones (32) y (33) en la ecuación (27), dicha covariancia se obtiene de un modo inmediato:

$$\frac{\widetilde{d}|\widetilde{\varphi}\rangle}{dt} = -i\widetilde{H}|\widetilde{\varphi}\rangle \qquad (34)$$

La pregunta que debemos hacernos aquí es cuál es el significado físico y matemático de la transformación no-unitaria expresada en la ecuación (32).

Si consideramos $\widetilde{H}$ como la transformación de *boost* del hamiltoniano H, cuando no hay campos externos actuando sobre el sistema el hamiltoniano no sólo se mantiene invariante frente a desplazamientos temporales, desplazamientos espaciales y rotaciones espaciales, sino también resulta invariante frente a transformaciones de *boost*[7] puesto que $\widetilde{H} = H$. En esta situación particular, la transformación de *boost* sobre H sigue siendo unitaria – es la identidad –, y la elección entre H' y $\widetilde{H}$ como el legítimo hamitoniano transformado por *boost* parece ser una mera cuestión de gusto o convención. Sin embargo, la preferencia de $\widetilde{H}$ sobre H' conduce a consecuencias indeseables, tanto desde el punto de vista matemático como desde el punto de vista físico.

En primer lugar, la preferencia de $\widetilde{H}$ sobre H' se presenta como una estrategia sospechosamente *ad hoc*. En efecto, la covariancia galileana de la ecuación de Schrödinger, en lugar de obtenerse como un resultado a partir de la aplicación de las transformaciones de Galileo a los objetos involucrados en la ecuación, pasa a convertirse en una verdad *a priori*: no importa cuál sea la forma particular de la ecuación, las transformaciones se definen específicamente para preservar la covariancia. Pero el

---

[7] Obsérvense los dos términos del miembro derecho de la ecuación (32). El primer término resulta $H' = UHU^{-1} = H - v_\alpha P + Mv_\alpha^2 / 2$ (*vid.* ecuación 20). El segundo término incluye la derivada temporal $dU / dt = de^{iG_\alpha v_\alpha} / dt$ que, puede demostrarse, resulta $de^{iG_\alpha v_\alpha} / dt = -i\left(v_\alpha P_\alpha - 1 / 2Mv_\alpha^2 \right)e^{iG_\alpha v_\alpha}$. Cuando ambos resultados se introducen en la ecuación (32), los términos que se agregan a H en H' se cancelan exactamente con aquéllos que provienen del término que contiene la derivada temporal.

precio que se paga por preservar la covariancia de este modo no sólo es la necesidad de admitir que una cierta transformación actúa de forma diferente sobre diferentes observables (como admiten explícitamente Brown, Suárez y Bacciagaluppi), sino que la misma transformación galileana actúa de manera diferente sobre el *mismo* observable en diferentes situaciones. En particular, la transformación $H \to \widetilde{H}$ dada por la ecuación (32), si bien *unitaria* cuando no hay campos externos actuando sobre el sistema, se convierte en *no-unitaria* en presencia de tales campos. Por otra parte, esta estrategia implica aceptar que ciertos observables, en particular el hamiltoniano, se transforman con lo que los propios autores llaman una transformación no-unitaria *sui generis* (Brown, Suárez & Bacciagaluppi, 1998, p. 297, p. 299). Pero lo que estos autores parecen no advertir es que tal no-unitariedad rompe con las propiedades matemáticas básicas del grupo de Galileo. En primer lugar, las transformaciones no-unitarias no pueden combinarse en una operación única como la representada por la ecuación (10), que expresa la aplicación combinada de las diez transformaciones galieanas elementales. En segundo lugar, las transformaciones no-unitarias no preservan las relaciones de conmutación entre los observables transformados. En efecto, dados dos observables A y B tales que $[A,B]=C$, es fácil comprobar que, de la aplicación de una transformación definida por un operador unitario U, resulta

$$[A,B]=C \quad \Rightarrow \quad [A',B']=\left[UAU^{-1},UBU^{-1}\right]=UCU^{-1}=C' \qquad (35)$$

Esta propiedad es la que preserva las relaciones de conmutación definitorias del grupo de Galileo también para los observables transformados; por ejemplo, $\left[P_i',P_j'\right]=0$ o $\left[J_i',G_j'\right]=i\varepsilon_{ijk}G_k'$. Pero si usamos las transformación *sui generis* dada por la ecuación (32), esta propiedad esencial se pierde por completo. En particular, si $A \to \widetilde{A}$ y $B \to \widetilde{B}$, con un poco de álgebra puede demostrarse que, siendo $[A,B]=C$,

$$\left[\widetilde{A},\widetilde{B}\right]=UCU^{-1}+i\left[U(B-A)\frac{dU^{-1}}{dt}+\frac{dU}{dt}(B-A)U^{-1}\right] \qquad (36)$$

El miembro derecho de esta ecuación no puede identificarse ni con $\widetilde{C}$ (C transformado según la ecuación 32) ni con C' (C transformado unitariamente). En definitiva, la adopción de transformaciones no-unitarias parece ser un precio demasiado alto para preservar la covariancia galileana de la ecuación de Schrödinger, en la medida en que esta estrategia nos deja sin una idea clara de qué significa el grupo de Galileo una vez que se lo ha privado de sus propiedades matemáticas básicas[8].

Desde el punto de vista físico, una transformación como la expresada por la ecuación (32) también conduce a consecuencias indeseables. Como señalamos más arriba,

[8] Precio que se impone al no advertir que los operadores diferenciales también son transformados por el grupo. Como señalamos en la subsección anterior, la covariancia galileana de la ecuación de Schrödinger se cumple al tomar en cuenta el modo en que la *derivada temporal* se transforma frente a la transformación de *boost* (*vid.* ecuaciones 30 y 31).

de acuerdo con esa ecuación en ausencia de campos externos actuando sobre el sistema, el hamiltoniano transformado por *boost* es $\widetilde{H} = H$, es decir, resulta invariante ante transformaciones de *boost* (*vid.* nota 7). Esto significa que si H es el hamiltoniano del sistema descrito en el sistema de referencia SR, entonces $\widetilde{H} = H$ es el hamiltoniano del mismo sistema descrito cuando se lo describe en el sistema de referencia SR' en movimiento uniforme respecto de SR. Pero esta conclusión contradice el hecho físico de que la energía total del sistema se modifica en un valor cinético aditivo cuando cambiamos nuestra perspectiva descriptiva de SR a SR', tal como hemos indicado en una sección anterior (*vid.* ecuación 20). Y esta modificación en la energía total del sistema tiene su manifestación empírica como un corrimiento Doppler en el espectro de energía (*vid.* Cohen-Tannoudji, Diu & Lalöe, 1977), corrimiento que no puede ser explicado mediante la transformación de *boost* dada por la ecuación (32).

En resumen, si se pretende preservar la estructura formal del grupo de Galileo y el significado físico de sus transformaciones, no somos libres de decidir la forma de tales transformaciones. El argumento de esta sección muestra que toda afirmación acerca de la covariancia de la ecuación de Schrödinger o de la invariancia de los observables cuánticos frente al grupo de Galileo debe basarse en las transformaciones adecuadas de los observables involucrados, en particular, del hamiltoniano. Sin duda, las conclusiones que se obtendrían respecto de la interpretación modal ortodoxa a la luz de estas consideraciones seguramente resultarían muy diferentes de las extraídas por Brown, Suárez y Bacciagaluppi. En el presente trabajo, no seguiremos el camino de reformular los argumentos de estos autores, sino que pasaremos a considerar la situación en el marco de la IMH.

6. Invariancia e interpretación en la interpretación modal-hamiltoniana

Como ya fue señalado, una interpretación adecuada de la mecánica cuántica no puede violar el significado físico de las transformaciones de Galileo. En particular, si una interpretación realista selecciona el contexto privilegiado, tal contexto no debería modificarse frente a las transformaciones del grupo: resultaría inaceptable que el conjunto de los observables que adquieren valor definido fuera diferente por un mero cambio en el sistema de referencia desde el cual se describe el sistema, esto es, por un mero cambio en la perspectiva de descripción. Por lo tanto, en el caso de las interpretaciones modales es razonable exigir que la regla de actualización sea tal que los operadores de Casimir del grupo de Galileo siempre pertenezcan al contexto privilegiado, puesto que tales operadores son invariantes frente a todas las transformaciones del grupo. Veamos si la IMH satisface esta exigencia.

Como hemos señalado en la sección anterior, los operadores de Casimir del grupo de Galileo son M, S^2 y W. De acuerdo con el significado físico de las transformaciones de Galileo, los tres observables deberían pertenecer al contexto privilegiado seleccionado por la regla de actualización RA:

- La actualización de M y S^2 se sigue de RA, ya que ambos operadores conmutan con el hamiltoniano H pero no rompen sus simetrías −degeneraciones− puesto que, en mecánica cuántica no relativista, ambos son múltiplos de la unidad: $M = mI$ y $S^2 = s(s+1)I$. El hecho de que los observables de masa y de *spin* siempre adquieran valores actuales resulta totalmente razonable desde un punto de vista físico, puesto que masa y *spin* son propiedades que, se supone, siempre poseen los sistemas cuánticos y que pueden ser medidas en cualquier situación.

- El problema se presenta con la energía interna W, que no es el hamiltoniano H. Y si bien W conmuta con H por ser un operador de Casimir del grupo de Galileo, en principio no puede asegurarse que posea, al menos, las mismas degeneraciones que H. Por lo tanto, si H se actualiza según la regla de actualización RA de la IMH, W podría no actualizarse, en contradicción con la exigencia de que los operadores de Casimir del grupo de Galileo siempre pertenezcan al contexto privilegiado. Sin embargo, como veremos, el conflicto se resuelve cuando se toman en consideración todos los postulados interpretativos de la IMH.

Sea el sistema S que se describe en el sistema de referencia SR_0 en reposo respecto del centro de masa de S, de modo tal que su hamiltoniano es H_0. Respecto de este sistema de referencia el momento cinético total P_0 del sistema resulta nulo y, por lo tanto, la energía interna W se iguala al hamiltoniano:

$$P_0 = 0 \;\Rightarrow\; W = H_0 - P_0^2 / 2m = H_0 \qquad (37)$$

En esta situación no existe conflicto alguno: la regla de actualización afirma que H_0 se actualiza, y $H_0 = W$, donde la energía interna W es un operador de Casimir del grupo de Galileo.

Consideremos ahora el sistema S descrito en un sistema de referencia SR_1 desplazado temporalmente, desplazado espacialmente o rotado espacialmente respecto de SR_0. El hamiltoniano transformado H_1 resulta, respectivamente (*vid.* ecuaciones 16, 17 y 18):

$$H_1 = e^{iH\tau} H_0 \, e^{-iH\tau} = H_0 \qquad (38)$$

$$H_1 = e^{iP_\alpha \alpha} H_0 \, e^{-iP_\alpha \alpha} = H_0 \qquad (39)$$

$$H_1 = e^{iJ_\alpha \theta_\alpha} H_0 \, e^{-iJ_\alpha \theta_\alpha} = H_0 \qquad (40)$$

Puesto que en los tres casos $H_1 = H_0$, el hamiltoniano permanece invariante frente al cambio del sistema de referencia SR_0 al SR_1. Por lo tanto, las conclusiones acerca de la regla de actualización del párrafo anterior continúan siendo válidas.

Las dificultades surgen con la transformación de *boost* puesto que, si SR_1 se encuentra en movimiento a una velocidad constante v_α respecto de SR_0, el hamiltoniano no permanece invariante (*vid.* ecuación 19):

$$H_1 = e^{iG_\alpha v_\alpha} H_0 \, e^{-iG_\alpha v_\alpha} \neq H_0 \qquad (41)$$

En este caso, respecto del sistema de referencia SR_0 se cumple $P_0 = 0$ y $W = H_0$. En consecuencia, aplicando la ecuación (20), $T_B = Mv_\alpha^2 / 2$ y el hamiltoniano respecto del sistema de referencia SR_1 resulta:

$$H_1 = H_0 + T_B = W + Mv_\alpha^2 / 2 \qquad (42)$$

De este modo se observa claramente que el efecto de la transformación de *boost* consiste en incrementar el hamiltoniano original en un valor $Mv_\alpha^2 / 2$ correspondiente a la energía cinética resultante del *boost*.

El conflicto quedaría, entonces, expresado del siguiente modo:

- Cuando el sistema se describe en el sistema de referencia SR_0 en reposo respecto del centro de masa, según la regla de actualización RA el hamiltoniano H_0 adquiere un valor actual. Y puesto que $H_0 = W$, la energía interna, operador de Casimir del grupo de Galileo, también pertenece al contexto privilegiado.
- Cuando el sistema se describe en el sistema de referencia SR_1 en movimiento a velocidad constante respecto de SR_0, según la regla de actualización RA el hamiltoniano H_1 adquiere un valor actual. Pero puesto que $H_1 \neq W$, la energía interna W podría no tener un valor definido. Además, el contexto privilegiado podría modificarse por el mero cambio en la perspectiva de descripción adoptada.

Si bien de este modo la IMH parece entrar en contradicción con el significado físico de la transformación de *boost*, el aparente conflicto se disuelve cuando la situación se analiza a la luz de las definiciones de sistema elemental y compuesto dadas por el postulado interpretativo PI-2. En efecto, en la descripción relativa a SR_1 el hamiltoniano H_1 es la suma de dos términos: un hamiltoniano $H_0 = W$ relativo al centro de masa, y un hamiltoniano $H_K = T_B$ que representa la energía cinética total de traslación. Además, puesto que H_0 no depende de las variables de posición sino sólo de sus diferencias (por ser la energía interna del sistema) y H_K depende sólo de las variables de momento cinético (por ser la energía cinética del sistema), puede asegurarse que $[H_0, H_K] = 0$. Por lo tanto, el hamiltoniano H_1 puede expresarse como:

$$H_1 = H_0 + H_K = H_0^Q \otimes I^P + I^Q \otimes H_K^P \qquad (43)$$

donde H_0^Q opera sobre el espacio de Hilbert $\mathcal{H}^Q$ e I^Q es el operador identidad sobre dicho espacio, y H_K^P opera sobre el espacio de Hilbert $\mathcal{H}^P$ e I^P es el operador identidad sobre dicho espacio. Pero, de acuerdo con el postulado interpretativo PI-2, esto significa que el sistema S es ahora un sistema compuesto por dos subsistemas:

- Un sistema S_0, definido por el hamiltoniano H_0 relativo al centro de masa, que representa la energía interna W.

- Un sistema S_K, definido por el hamiltoniano H_K, que representa la energía cinética de traslación.

Ahora bien, dado que la regla de actualización RA se aplica a sistemas cuánticos elementales, ambos subsistemas se "actualizan" independientemente:

- En S_0, el hamiltoniano $H_0 = W$ adquiere un valor actual definido, al igual que en la descripción relativa al sistema de referencia SR_0.
- En S_K, el hamiltoniano H_K adquiere un valor actual definido y, con él, el momento cinético.

Esto muestra que, según la IMH, la transformación de *boost* no modifica el contexto privilegiado de un modo que contradice el significado físico de la transformación. El único cambio que se produce al pasar de SR_0 a SR_1 consiste en la aparición de un nuevo sistema elemental S_K que no interactúa con S_0, donde la energía cinética es el observable que adquiere valor definido. Este argumento es totalmente general: mediante un adecuado cambio de coordenadas, el hamiltoniano de cualquier sistema no afectado por campos externos puede referirse al centro de masa y escribirse como:

$$H = H_0 + H_K = W(Q_{ij}) + P^2 / 2m \qquad (44)$$

donde $H_0 = W(Q_{ij})$ es la energía interna –potencial– del sistema, que sólo depende de las posiciones relativas Q_{ij}, y $H_K = P^2 / 2m$ es la energía cinética total del sistema, que sólo depende del momento cinético P del centro de masa.

En definitiva, si bien la regla de actualización RA de la IMH se expresa en términos del hamiltoniano del sistema, cuando se consideran los dos postulados interpretativos donde el hamiltoniano cumple un papel central (RA y PI-2), puede demostrarse que la interpretación no contradice el significado físico de las transformaciones de Galileo: los observables que adquieren valor actual en el sistema original también adquieren valor actual en el sistema transformado, en concordancia con el hecho de que las transformaciones sólo expresan un cambio en la perspectiva desde la cual se describe el sistema.

7. Una formulación invariante de la regla de actualización

Como hemos visto, en ausencia de campos externos, todo sistema S puede descomponerse en dos subsistemas S_0 y S_K. El subsistema S_0 es el que permanece invariante frente a todas las transformaciones de Galileo, puesto que su hamiltoniano $H_0 = W$ se encuentra referido al centro de masa y es igual a la energía interna, operador de Casimir del grupo. El sistema S_K con su hamiltoniano $H_K = P^2 / 2m$, en cambio, varía frente a una transformación de *boost*, e incluso puede "desaparecer" en la descripción donde el sistema de referencia se encuentra en reposo respecto del centro de masa. En otras palabras, la identidad de S_K, e incluso su "existencia" dependen de la perspectiva adoptada para describir el sistema. A la luz de la muy extendida tendencia actual de conferir objetividad sólo a los elementos invariantes de una teoría (*vid.* Auyang 1995, Nozick 2001, Earman 2004, Brading y Castellani 2007), parece razonable concebir el sistema S_K como un "pseudo-sistema" carente de existencia objetiva independiente. Desde este punto de vista, los sistemas S_0 y $S = S_0 \cup S_K$ son estrictamente idénticos: 'S_0' y 'S' son sólo dos nombres para referir al mismo ítem ontológico. Por lo tanto, los observables objetivos –en particular, la energía interna– son los que pertenecen a S_0; la energía cinética correspondiente al sistema S_K es una magnitud relativa al sistema de referencia que se elige para la descripción. La descripción objetiva del sistema es, entonces, aquélla referida al sistema de referencia en reposo respecto del centro de masa. Cuando la regla de actualización se aplica al sistema así descrito, el contexto privilegiado queda definido en términos de la energía interna del sistema, invariante frente a las transformaciones de Galileo.

En resumen, la validez del grupo de Galileo en ausencia de campos externos implica que el paso de un sistema de referencia inercial a otro sólo modifica al hamiltoniano en un término aditivo que representa la energía cinética de traslación, de modo que la energía interna siempre se mantiene invariante tal como corresponde a un operador de Casimir del grupo. Según la IMH, esta situación corresponde a dos sistemas que no interactúan y que, por lo tanto, se "actualizan" independientemente. Pero sólo uno de estos dos sistemas brinda la descripción objetiva de la situación física. Por lo tanto, si la actualización es un fenómeno objetivo, la regla de actualización debe aplicarse a este último sistema, esto es, al sistema cuyo hamiltoniano es la energía interna. Por lo tanto, la regla de actualización RA, originalmente formulada en términos del hamiltoniano, en ausencia de campos externos puede reformularse de un modo equivalente en términos de los operadores de Casimir del grupo de Galileo:

> **RA':** Dado un sistema cuántico elemental $S:(\mathcal{O},H)$, el *contexto privilegiado* está constituido por los operadores de Casimir del grupo de Galileo y todos los observables que conmutan con ellos y que tienen, al menos, las mismas degeneraciones que ellos.

La aplicación de RA sólo puede diferir de la aplicación de RA' en la adjudicación de valor definido a observables que, como la energía cinética total de traslación o el momento cinético del centro de masa, representan magnitudes relativas al modo de descripción.

Respecto de la anterior, la nueva formulación RA' de la regla de actualización resulta más básica desde un punto de vista teórico, puesto que no alude a un observable particular del sistema (el hamiltoniano) sino que apela a los operadores que definen el grupo de invariancia de la teoría. Pero la mayor ventaja de esta reformulación consiste en poner claramente de manifiesto la invariancia de la regla de actualización frente al grupo de Galileo, invariancia que queda oculta cuando el contexto privilegiado se define en términos del hamiltoniano del sistema. De este modo se cumple la exigencia conceptual que deriva del significado físico de las transformaciones de Galileo: el conjunto de observables que adquieren valores actuales no depende del sistema de referencia particular desde el cual se describe el sistema.

Esta reformulación invariante de la regla de actualización abre, a su vez, nuevas perspectivas. Puesto que se trata de una formulación muy general, puede suponerse que la regla conserva su validez en otras teorías cuánticas cuyos grupos correspondientes ya no son el grupo de Galileo. En particular, en la teoría cuántica de campos el grupo de transformaciones es el de Poincaré, cuyos dos únicos operadores de Casimir son la masa M, con autovalores m, y el cuadrado del *spin* S^2, con autovalores $s(s+1)$. Además, en este caso los campos están cuantizados y, por tanto, no operan como campos externos que "rompen" la validez del grupo: el grupo de Poincaré se cumple en toda situación. Por lo tanto, la regla de actualización aplicada a este caso establecería que las propiedades masa y *spin* siempre adquieren valores actuales definidos m y s respectivamente. Este resultado se encontraría en completa consonancia con los supuestos de la teoría cuántica de campos, donde: (i) la teoría de grupos juega un papel protagónico en la formulación teórica, y (ii) el supuesto del carácter actual de los valores de masa y de *spin* está a la base de la clasificación de las partículas elementales en función de dichos valores. Ciertamente, estas consideraciones preliminares distan de una completa interpretación de la teoría cuántica de campos; no obstante, parecen indicar que la extrapolación de la IMH a la teoría cuántica de campos es un tema que merece ser estudiado.

8. Conclusiones

El hecho de que el grupo de Galileo sea el grupo correspondiente a la mecánica cuántica no asegura aún que sus interpretaciones resulten consistentes con el significado físico de las transformaciones del grupo, puesto que toda interpretación agrega postulados interpretativos a la estructura formal de la teoría. En el presente trabajo hemos discutido la relación entre la IHM y el grupo de Galileo, mostrando cómo ambos se vinculan de un modo más estrecho que lo que permite suponer la presentación original de la interpretación. En particular, hemos demostrado que, ante la validez del grupo de Galileo, la regla de actualización de la IMH admite una formulación invariante en términos de los operadores de Casimir del grupo. De este modo se manifiesta el carácter objetivo de la actualización, como un hecho físico que no depende del sistema de referencia en el cual se describe el sistema: el contexto privilegiado, esto es, el conjunto de observables que adquieren un valor definido, es el mismo en todos los sistemas de referencia equivalentes desde el punto de vista de las transformaciones de Galileo. Este resultado no sólo puede considerarse como un argumento en favor de la IMH, sino que abre el camino a su extrapolación al caso de la teoría cuántica de campos.[*]

[*] **Agradecimientos**: Deseamos expresar muestro agradecimiento al evaluador anónimo, cuyos comentarios nos permitieron aclarar diversos aspectos del texto original, y también a Roberto Torretti y a Rodolfo Gambini quienes, con sus agudas lecturas, nos estimularon para continuar avanzando en el desarrollo de nuestra interpretación modal-hamiltoniana. La elaboración del presente artículo fue posible gracias al apoyo brindado por las siguientes instituciones argentinas: el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (FONCyT), la Universidad de Buenos Aires (UBA) y la Sociedad Argentina de Análisis Filosófico (SADAF).

REFERENCIAS

Albert, D. & Loewer, B. 1990. Wanted dead or alive: Two attempts to solve Schrödinger's paradox. *Proceedings of the 1990 biennial meeting of the Philosophy of Science Association, Vol. 1*. East Lansing: Philosophy of Science Association, pp.277-285.

Albert, D. & Loewer, B., 1993. Non-ideal measurements. *Foundations of Physics Letters*, 6, pp.297-305.

Auyang, S. Y. 1995. *How is quantum field theory possible?* New York: Oxford University Press.

Bacciagaluppi, G. & Dickson, W. M., 1999. Dynamics for modal interpretations. *Foundations of Physics*, 29, pp.1165-1201.

Ballentine, L., 1998. *Quantum mechanics: A modern development*. Singapore: World Scientific.

Bene, G. & Dieks, D., 2002. A perspectival version of the modal interpretation of quantum mechanics and the origin of macroscopic behavior. *Foundations of Physics*, 32, pp.645-671.

Brading, K. & Castellani, E., 2007. Symmetries and invariances in classical physics. En J. Butterfield & J.Earman, eds. *Handbook of the philosophy of science. Philosophy of physics*. Amsterdam: North Holland, pp.1331-1367.

Brown, H. & Holland P., 1999. The Galilean covariance of quantum mechanics in the case of external fields. *American Journal of Physics*, 67, pp.204-214.

Brown, H., Suárez, M. & Bacciagaluppi, G., 1998. Are 'sharp values' of observables always objective elements of reality?. En D. Dieks & P. E. Vermaas, eds. *The modal interpretation of quantum mechanics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp.289-306.

Bub, J., 1992. Quantum mechanics without the projection postulate. *Foundations of Physics*, 22, pp.737-754.

Bub, J., 1994. On the structure of quantal proposition systems. *Foundations of Physics*, 24, pp.1261-1279.

Castagnino, M. & Lombardi, O., 2008. The role of the Hamiltonian in the interpretation of quantum mechanics. *Journal of Physics. Conferences Series*, 28, # 012014.

Clifton, R. K., 1995. Independently motivating the Kochen-Dieks modal interpretation of quantum mechanics. *British Journal for the Philosophy of Science*, 46, pp.33-58.

Cohen-Tannoudji, C., Diu, B. & Lalöe, F., 1977. *Quantum mechanics*. New York: Wiley.

Dickson, M., Dieks, D., 2007. "Modal Interpretations of Quantum Mechanics". En E. Zalta, ed., *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* <http://plato.stanford.edu/archives/spr2009/entries/qm-modal/>

Dieks, D., 1988. The formalism of quantum theory: An objective description of reality*? Annalen der Physik*, 7, pp.174-190.

Dieks, D., 2007. Probability in modal interpretations of quantum mechanics. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38, pp.292-310.

Dieks, D. & Vermaas, P. E., 1998. The *modal interpretation of quantum mechanics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Earman, J., 2004. Laws, symmetry, and symmetry breaking; invariance, conservation principles, and objectivity. *Philosophy of Science*, 71, pp.1227-1241.

Elby, A., 1993. Why "modal" interpretations don't solve the measurement problem. *Foundations of Physics Letters*, 6, pp.5-19.

Elitzur, A. C. & Vaidman, L., 1993. Quantum mechanical interaction-free measurements. *Foundations of Physics*, 23, pp.987-997.

Fine, A., 1973. Probability and the interpretation of quantum mechanics. *British Journal for the Philosophy of Science*, 24, pp.1-37.

Harshman, N. L. & Wickramasekara, S., 2007a. Galilean and dynamical invariance of entanglement in particle scattering. *Physical Review Letters*, 98, # 080406.

Harshman, N. L. & Wickramasekara, S., 2007b. Tensor product structures, entanglement, and particle scattering. *Open Systems and Information Dynamics*, 14, pp.341-351.

Kochen, S., 1985. A new interpretation of quantum mechanics. En P. J. Lahti & P. Mittelsteadt, eds.*Symposium on the foundations of modern physics*. Singapore: World Scientific, pp.151-169.

Kochen, S. & Specker, E., 1967. The problem of hidden variables in quantum mechanics. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17, pp.59-87.

Lévi-Leblond, J. M., 1974. The pedagogical role and epistemological significance of group theory in quantum mechanics. *Nuovo Cimento*, 4, pp.99-143.

Lombardi, O & Castagnino, M., 2008. A modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 39, pp.380-443.

Meijer, P. & Bauer, E., 2004. *Group theory. The application to quantum mechanics*. New York: Dover.

Nozick, R., 2001. *Invariances: The structure of the objective world.* Cambridge MA: Belnap Press.

Penrose, R., 1994. *Shadows of the mind: A search for the missing science of consciousness*. Oxford: Oxford University Press.

Suppes, P., 2000. Invariance, symmetry and meaning. *Foundations of Physics*, 30, pp.1569-1585.

Tung, W. K., 1985. *Group theory in physics*. Singapore: World Scientific.

Vaidman, L., 1994. On the paradoxical aspects of new quantum experiments. *Proceedings of 1994 the biennial meeting of the Philosophy of Science Association, Vol. 1*. East Lansing: Philosophy of Science Association, pp.211-217.

van Fraassen, B. C., 1972. A formal approach to the philosophy of science. En R. Colodny, ed. *Paradigms and paradoxes: The philosophical challenge of the quantum domain*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, pp.303-366.

van Fraassen, B. C., 1973. Semantic analysis of quantum logic. En C. A. Hooker, ed. *Contemporary research in the foundations and philosophy of quantum theory*. Dordrecht: Reidel, pp.80-113.

van Fraassen, B. C., 1974. The Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Synthese*, 29, pp.291-309.

Vermaas, P. E., 1996. Unique transition probabilities in the modal interpretation. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 27, pp.133-159.

Vermaas, P. E. & Dieks, D., 1995. The modal interpretation of quantum mechanics and its generalization to density operators. *Foundations of Physics*, 25, pp.145-158.

OLIMPIA LOMBARDI: ingeniera, Licenciada y Doctora en Filosofía por la Universidad de Buenos Aires (UBA). Investigadora Independiente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET, Argentina), y Profesora de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (UBA). Premio Konex 2006 en Lógica y Filosofía de la Ciencia. Se especializa en filosofía de la física y de la química. Ha publicado en *Philosophy of Science*, *Foundations of Physics*, *Foundations of Chemistry*, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, *International Studies in the Philosophy of Science*, *Synthese*, entre otras.

DIRECCIÓN: Instituto de Filosofía, Facultad de Filosofía y Letras, Universidad de Buenos Aires, Puán 480, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina. Correo: olimpiafilo@arnet.com.ar

MARIO CASTAGNINO: ingeniero por la Universidad Nacional de Rosario, Doctor en Ciencias Matemáticas por la Facultad de Ciencias de la Universidad de Roma, Doctor en Ciencias Físicas por la Universidad de París VI. Investigador Superior del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET, Argentina), y Profesor Emérito de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires. Ha dirigido numerosos proyectos de investigación y más de 50 tesis de licenciatura y doctorado, además de numerosos investigadores. Ha publicado más de doscientos cincuenta artículos en revistas de difusión internacional.

DIRECCIÓN: Instituto de Astronomía y Física del Espacio (IAFE), Av. Intendente Guiraldes 2620, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina. E-mail: mariocastagnino@citynet.net.ar

JUAN SEBASTIÁN ARDENGHI: licenciado en Física por la Universidad Nacional del Sur. Cursando el Doctorado en Física por la Universidad de Buenos Aires. Becario de doctorado del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET, Argentina). Autor de dos artículos en *Foundations of Physics* y *Journal of Mathematical Physics* acerca de la interpretación modal-hamiltoniana de la mecánica cuántica. Ha participado en la *2nd Geneva Summer School in the Philosophy of Physics* (*GSSPP09*), Julio de 2009, Arolla, Suiza.

DIRECCIÓN: Instituto de Astronomía y Física del Espacio (IAFE), Av. Intendente Guiraldes 2620, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina. E-mail: jsardenghi@gmail.com