

# El atomismo inane de Galileo <sup>1</sup>

(Galileo's empty atomism)

Carlos SOLÍS SANTOS

Manuscrito recibido: 20.10.2006

Versión final: 02.04.2007

BIBLID [0495-4548 (2007) 22: 59; pp. 213-231]

RESUMEN. El corpuscularismo sirvió a los físicos del XVII para matematizar la naturaleza al considerarla un conjunto de sistemas mecánicos. Pero la discontinuidad del atomismo chocaba con la continuidad de las magnitudes básicas, espacio y el tiempo, y derivadas. En su madurez, Galileo fundió física y matemáticas proponiendo componer tanto los cuerpos como las magnitudes continuas a base de átomos inextensos (indivisibles). En el proceso inició el análisis de las propiedades de los conjuntos infinitos, pero no logró elaborar un cálculo que le permitiese computar diferentes movimientos acelerados, mientras que en física no resolvió en problema fundamental de la condensación y la rarefacción.

Descriptores: atomismo, matemáticas, continuo, condensación y rarefacción, ciencia del siglo XVII, Galileo.

ABSTRACT: Seventeenth century atomism envisioned Nature as a set of mechanical systems to be treated mathematically. But the basic discontinuity of atomic theory of matter appeared inconsistent with the essential continuous character of geometrical magnitudes. In his old age Galileo devised a way to unify mathematics and physics via composing matter and continuous magnitudes out of an infinity of indivisible (atomic) units. Even though he forwarded the analysis of infinite sets, he couldn't establish a calculus to compute and compare different accelerated motions. In physics he never solved the basic problem of condensation and rarefaction of substances. But the side results were interesting and even fascinating.

Keywords: atomism, mathematics, continuum, condensation and rarefaction, Seventeenth-century science, Galileo.

Hasta John Dalton, dicho sea por recurrir a un hito claro, el atomismo no ofrecía explicaciones precisas, sino que era más bien una filosofía adecuada para tener una representación global de la estructura de la materia y para facilitar la aplicación de las matemáticas a la naturaleza, pues el mecanicismo asociado al atomismo permitía concebir todas las interacciones como intercambios mecánicos de movimiento. Por estos motivos, los corpuscularismos y atomismos del siglo XVII resultaron cruciales a pesar de tener serios problemas de fundamentación<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Las citas de las obras de Galileo se hacen por la edición de Antonio Favaro (Galileo 1890-1909), mediante la palabra *Opere* seguida del número del volumen en romanos y las páginas con arábigos. Este artículo se originó en una discusión con Susana Gómez. Tanto ella como Antonio Beltrán, José Romo y Manuel Sellés han leído y mejorado el artículo.

<sup>2</sup> Aristóteles (por supuesto) había criticado en el *De caelo* (II, 4, 303a 3-303b 6) al atomismo por ser inconsistente e incompatible con las matemáticas, y en la *Física* (VI, 1-2, 231a 17-233b 30) había analizado magistralmente la imposibilidad de componer el continuo a base de elementos indivisibles (matemáticamente atómicos). Por tanto, los filósofos naturales modernos afectos a las matemáticas y al atomismo tenían serios problemas.



Lo que aquí se argumentará es que la versión final del atomismo de Galileo, el *atomismo matemático*, aumentaba notablemente esos problemas fundamentales sin obtener por ello mayores ventajas para la matematización de la mecánica y la elucidación de la estructura de la materia. El motivo de ello es que al concebir los átomos como elementos indivisibles en principio, esto es sin extensión (sin materia, sin masa, sin resistencia, sin cantidad de movimiento), Galileo renunciaba a cambio de nada a la función del atomismo clásico. En efecto, el atomismo presentaba el atractivo de reducir la multiplicidad de los fenómenos a unos pocos elementos básicos que se componen mecánicamente. Esos elementos básicos son la forma, tamaño y movimiento de los átomos, a los que se suma, en casos como el de Leibniz, Newton o Bošcović, la existencia de fuerzas inmatrimales asociadas a ellos. Galileo usa en este sentido clásico los *mínimos* del fuego o del aire cuando señala que el tamaño de los segundos no les permite ocupar los intersticios de los metales, mientras que los primeros pueden hacerlo; y así procede Newton para explicar las diferentes acciones del agua fuerte y del agua regia sobre la plata y el oro. El problema del atomismo matemático de Galileo es que, al concebir todos los átomos como puntos inextensos sin cualidades secundarias ni primarias, pierde la posibilidad de explicar el comportamiento peculiar de las diversas sustancias y por tanto pierde la posibilidad de explicar, por ejemplo, la diferencia entre la luz, el oro fundido y el agua, todos los cuales parecen constar de indivisibles sueltos sin mediación de intersticios vacíos.

Galileo se interesó en su madurez por los problemas de la composición del continuo y, ya pasados los cincuenta años, hacia 1616 se le ocurrió unificar las matemáticas del continuo y la estructura de la materia (la explicación de la condensación y rarefacción). Sin embargo no expuso esas ideas públicamente hasta 1638, pues en *Il Saggiatore* (1623) sólo usa los indivisibles matemáticos para la luz, explicando así su *excepcional* inmaterialidad y movimiento o expansión instantánea. Durante más de veinte años Galileo mantuvo oculta la posibilidad de explicar la estructura material a base de indivisibles matemáticos, por lo que tuvo tiempo sobrado de comprobar la inutilidad de esa ocurrencia para explicar los fenómenos y el fracaso de su idea de unificar las matemáticas y la física construyendo la materia, al modo del *Timeo*, a base de elementos geométricos. De ahí que la publicación de estas cosas en los *Discorsi* parezca deberse, como mostraremos, más al deseo de deleitar y asombrar que al de convencer, aprovechando la ocasión para exponer diversas ideas brillantes sobre las matemáticas del infinito y sobre las asombrosas rarefacciones y condensaciones de la naturaleza, sin construir empero una teoría plausible. Es decir, la teoría global es débil e inútil, pero constituye una excelente excusa para hilvanar una serie de reflexiones, teoremas e ideas interesantes.

### *Los atomismos de Galileo*

Antes de su llegada a Florencia a finales de 1610, Galileo no manifestó mayor interés por el atomismo. En los *Iuvenilia* citaba a clásicos y modernos sobre estructura de la materia, pero no se detenía en Demócrito a quien condenaba, y conocía bien la tradición de la segunda escolástica, los *minima naturalia*, con erudición pero sin originali-

dad<sup>3</sup>. Como veremos, Galileo sólo recurría al atomismo clásico para buscar apoyos puntuales, sin que se comprometiese con la filosofía general atomista. Así, en el *De motu* (*Opere*, I, 252-53) criticaba las cualidades ponderales atribuidas por Aristóteles a los elementos apoyándose en los “filósofos más antiguos” (los atomistas criticados por éste) para quienes sólo había una materia dotada de gravedad, aunque los distintos cuerpos pudiesen diferir en gravedad específica (materia por volumen). Y más abajo (*Opere* I, 362) se apoyaba en la idea de que “una es la materia de todos los cuerpos” para explicar la levedad como algo *preternatural*, debido a que el medio es más denso que el cuerpo<sup>4</sup>.

Ya en Pisa realizó experimentos con termoscopios, pero no hay constancia de que entonces interpretase la condensación y rarefacción del aire en términos de vacío. Hasta 1611 no aparecen alusiones al vacío en la materia. Ese año, D. Antonioni escribió a Galileo que el aumento de peso del oro martillado confirma la opinión de éste de la existencia de pequeños vacíos en los cuerpos (14 de Mayo de 1611; *Opere* XI: 102)<sup>5</sup>. Cuatro años más tarde, Sagredo le cuenta a Galileo un experimento de condensación del aire que exige el vacío (11 de Abril de 1615; *Opere* XII: 167-69). El experimento consiste en sellar un recipiente de vidrio con aire muy caliente en su interior. Tras enfriarse, no se transmite el sonido y al abrir el cuello bajo el agua, ésta casi lo llena. Así pues, las consideraciones sobre los átomos y el vacío no son importantes hasta la etapa florentina.

Pero aunque Galileo nunca se declaró abiertamente atomista, en sus recursos ocasionales a esta doctrina se pueden distinguir tres etapas:

(1) 1611-1615: atomismo clásico con partículas extensas (v.g., Discurso sobre los cuerpos flotantes, Historia y demostraciones sobre las manchas solares).

(2) 1615-1623: atomismo mixto con partículas extensas (*minima naturalia*) de cada substancia y la posibilidad de división última en átomos inextensos para la luz y el calor (v.g., Carta a Dini, Il Saggiatore).

(3) 1626-1642: atomismo matemático aplicado a la física (*Discorsi*).<sup>6</sup>

#### (a) *el atomismo clásico*

En esta etapa Galileo no trata explícitamente del atomismo, sino que lo trae a colación tangencialmente para resolver otros problemas. Comienza con el traslado de Galileo a

<sup>3</sup> Giancarlo Nonoi (2000a), 112-116. (También Capítulo I de Nonoi 2000b.) Se puede ver un breve pormenor sobre la doctrina de los *minima naturalia* en E. J. Dijksterhuis (1961), 205-209.

<sup>4</sup> Se puede encontrar otra de esas referencias de circunstancias a los filósofos prearistotélicos que defendían la unidad de materia entre cielos y Tierra en la *Istoria e dimostrazioni intorno alle macchie solari* (1613; *Opere*, V: 138-139).

<sup>5</sup> Nonoi (2000a), 116.

<sup>6</sup> La primera noticia de la interpretación galileana de la rueda de Aristóteles es de 1626, cuando la discutió en Florencia con Giovanni Guevara; véase la carta de éste del 15 de Noviembre de 1627 (*Opere* XIII: 377-78). No obstante, al comienzo de su estancia en Padua (1593-94) redactó unos escritos sobre mecánica que muestran su familiaridad con las *Mecánicas* del pseudo Aristóteles donde se discute la rueda aristotélica.

Florenia en 1610 y termina con la intervenci3n de la Iglesia en 1616 contra las tesis f3sico-naturales novedosas ligadas al copernicanismo. Tras el Decreto desapareci3 la referencia al copernicanismo y el recurso expl3cito a los 3tomos. As3, en el *Discorso delle comete* (1619) no se trata la teor3a de la materia y se critica a Dem3crito en relaci3n con su interpretaci3n de los cometas (*Opere* VI: 48-50). El tratamiento de cuestiones sobre el atomismo se eclipsa entre el Decreto y la feliz coyuntura de la elecci3n de Maffeo Barberini como Papa en 1623. Veamos qu3 se encuentra antes del Decreto.

En *Discorso intorno alle cose...* (1612) recurre a los 3tomos de fuego de Dem3crito (cf. v. g., *Opere* IV: 654-5), lo defiende frente a Arist3teles, pero no lo acepta claramente. Como se ha se3alado, el corpuscularismo de Galileo arranca m3s bien de Her3n y los *minima naturalia* que de Dem3crito; pero por “atomismo cl3sico” entenderemos aqu3 el que recurre a part3culas diminutas aunque extensas, con formas y tama3os, separadas por espacios vac3os extensos, junto con el proyecto de explicar efectos y propiedades macrosc3picas suponiendo determinadas configuraciones teor3icas inobservables<sup>7</sup>.

Expone la constituci3n del agua y otros l3quidos a base de part3culas 3ltimas, pues el atomismo le viene bien para atacar la pretensi3n de que la forma de los cuerpos tenga algo que ver con la flotabilidad: s3lo opera el Principio de Arqu3medes. Para eliminar la tensi3n superficial, se3ala que las partes del agua son *contiguas* y no *continuas*, con lo que la menor fuerza las separa. De ah3 que un cuerpo ligeramente m3s denso que el agua se hunda aunque lo haga lentamente, dado que las partes del agua no ofrecen resistencia a dividirse o separarse lateralmente, pues ya en el *De motu* hab3a se3alado que en un plano horizontal un cuerpo se mueve con una fuerza m3nima. La 3nica resistencia del agua no es a abrirse, sino a hacerlo deprisa<sup>8</sup>. En los fluidos en general, las “agujas” del fuego han dividido el s3lido “tal vez en las 3ltimas y m3nimas part3culas suyas” (*Opere* IV: 106: a3adido en segunda impresi3n)<sup>9</sup>. De este modo los l3quidos pierden la resistencia a la divisi3n. Estas part3culas *m3nimas* son extensas y ser3an indivisibles solamente de hecho.

En primer lugar, las part3culas son *extensas [quante]*, pues cuando Vincenzo Di Grazia (*Considerazioni*, *Opere* IV: 417) critic3 la composici3n de las cosas (metales, fuego) a base de “3tomos y partes indivisibles”, Galileo respondi3 (*Opere* IV: 733) que “gli aghi, sig. Di Grazia son corpi quanti”. No hay correspondencia entre los componentes f3sicos y matem3ticos, pues en esta respuesta se3ala que, aunque estas partes f3sicas sean extensas [*quante*], en matem3ticas nada se opone a constituir la l3nea de puntos [*non quanti*]. Mientras que en matem3ticas tenemos magnitudes continuas que constan de

<sup>7</sup> Para las tendencias her3nicas, véase M. Boas (1952), 432 y 435; M. Boas (1949). Para la corriente de *los minima naturalia*, véase A. G. von Melsen (1952) y E. J. Dijksterhuis (1961), 205-209.

<sup>8</sup> V.g., *Opere* IV: 26: “Non si vuol forza nissuna a fender l’acqua: di che ci danno certo argomento le minutissime particole di terra che la intorbidano, le quali sin 4 o 6 giorni calono a fondo. La resistenza, dunque, si trova alla velocit3 del moto, non al moto”.

<sup>9</sup> V.g., *Opere* IV: 27: Aunque los s3lidos continuos se pueden dividir (*discontinuare*), con el agua eso no es posible ya que “l’acqua penetra per infinite sustanze di meati angustissimi: adunque 3 discontinua”; “quello che non ha reistenza niuna all’esser diviso, 3 gi3 diviso: tale 3 qualsivoglia parte dell’acqua”.

infinitos elementos (la línea de infinitos puntos), en filosofía natural la materia es discontinua y está formada por partículas extensas (forma y tamaño).

En segundo lugar, las partículas son *indivisibles* de hecho. Los mínimos de los fluidos son demasiado tenues para ser divisibles (pero son extensos): “cioè incapaci di esser divise per la lor tenuità, o, se pur non in tutto indivisibili, al meno certo non divisibili da una tavola o da altro corpo trattabile dalle nostre mani, dovendo la sega esser più sottile del solido da segarsi” (*Opere* IV: 106; se dice lo mismo en la página 281, n. 23). Castelli responde por Galileo a las críticas de G. Coresio con la misma idea: “los átomos se denominan así no porque sean inextensos [*non quanti*], sino porque siendo los corpúsculos mínimos, no se dan otros menores en los que se puedan dividir” (*Opere* IV: 238). Por tanto los cuerpos más densos que el agua se encuentran con partes mínimas a separar, no a dividir, y por pequeños que ellos sean, como los granos de polvo, las pueden desplazar aunque sea lentamente.

En *Istoria e dimostrazioni intorno alle macchie solari* (1613), última carta de Diciembre 1612 (*Opere* V: 230), recoge la idea de Castelli (en la carta del 8-V-1612; *Opere* XI: 294-5) de que la luz no es una substancia específica: “tutte le materie, fatte prossime all’incendiarsi e convertirsi in luce...” Castelli sugería que los cuerpos que arden empiezan volviéndose negros, luego azules, luego rojos y finalmente se tornan en luz, y los cuerpos luminosos son cualesquiera cuerpos que vibren y emitan corpúsculos muy veloces, por lo que al parecer la luz son cualesquiera corpúsculos sutiles y rápidos.

La observación sobre la conversión de la materia ordinaria en luz de la *Istoria* dio lugar en la siguiente etapa a la idea del *Il saggiaiore* de que la luz presenta los únicos átomos *reales* (i.e., indivisibles en principio por ser inextensos) de la naturaleza<sup>10</sup>. Así, en la segunda etapa (1615-1623) convivirán los mínimos extensos con los átomos inextensos, mientras que en la tercera de los *Discorsi* (1638), los átomos genuinos (inextensos) se generalizan a toda la materia.

### (b) el atomismo mixto

Según señalaba Galileo en 1623 en *Il Saggiaiore* (*Opere* VI: 331), la condensación y rarefacción es uno de los mayores problemas de la física. La condensación amenaza con la penetración de la materia, mientras que la rarefacción amenaza con la creación de espacios vacíos entre las partes<sup>11</sup>. Aunque la solución a estos enigmas no se publicará hasta 1638, el problema habría sido atacado mucho antes, pues en una carta a Mican-

<sup>10</sup> Dice allí que cuando un cuerpo se divide en partículas por fricción, éstas causan sensación de calor en nuestros cuerpos. Y añade que “tal vez mientras la sutileza y trituración se limitan a los *mínimos extensos*, su movimiento es *temporal* y su acción tan sólo calorífica; mas alcanzando luego *la última y altísima resolución en átomos realmente indivisibles*, se crea la luz, con movimiento o mejor dicho expansión y *difusión instantánea*, capaz por su, no se si decir *sutileza, rareza o inmaterialidad*, o tal vez por otra condición diversa de todas estas e innominada, capaz digo de abarcar espacios inmensos” (*Opere* VI: 351-2; las cursivas son mías).

<sup>11</sup> Según H. E. Le Grand (1978), la condensación presenta dos problemas al atomismo clásico: (a) si los átomos son contiguos, la condensación entraña penetración, y (b) si no son contiguos, sino que están separados por el vacío, no se explica la cohesión.

zio de 1634 (*Opere XVI*: 162) dice que hacía dieciocho años [1616], estando en la villa de Salviati<sup>12</sup>, se le había ocurrido en misa (lo que muestra qué hacía Galileo en la iglesia) la solución al problema de la condensación y rarefacción sin admitir la penetración de la materia ni espacios extensos vacíos. Aludía con ello a la teoría atómica matemática de los *Discorsi* (1638) cuyas pruebas de la primera Jornada le envió poco después (*Opere XVI*: 203; cf. también 208-9). En cualquier caso, hasta 1623 todavía encontramos los mínimos extensos para la materia ordinaria, junto con los nuevos átomos inextensos para el caso de la luz y las radiaciones sutiles y activas

El camino hacia el atomismo matemático (a) comienza con un recurso a las *emanaciones cósmicas* (almacenadas en el Sol, pero creadas antes) por razones copernicanas; (b) prosigue haciendo las partes de *cualesquiera cuerpos* extremadamente sutiles (pequeñas) y veloces, aunque extensas, y (c) termina caracterizando esa sutileza como inextensión.

(a) El 23 de Marzo de 1615, Galileo escribió a Monseñor Dini tratando de justificar su defensa del movimiento terrestre, antes del Decreto de 1616 que condenó el copernicanismo. La intención de Galileo era mostrar que el motor del cosmos es la emanación solar que rota con él, por lo que Josué hizo bien pidiendo la detención del Sol para prolongar el día, pues en la cosmología ptolemaica, detener el Sol lo acorta. La idea es que esa emanación, de la que el Sol es almacén, es una “substancia muy espirituosa, tenue y veloz” que lo penetra todo vivificándolo. Esa emanación es luz y “espíritu calorífico” más sutil que aquella, la cual no es capaz de penetrar como él en los cuerpos opacos, por lo que aún es extensa. Esa emanación es substancial, pues el Sol necesita alimento para mantenerla<sup>13</sup>. Aunque aquí no se habla de la composición corpuscular de la luz o de las emanaciones sutiles, ni de si sus partes son extensas o inextensas, esta es la vía por la que entrarán los átomos inextensos en la ciencia de Galileo.

(b) En *Discorso delle comete* (1618) discute el calor debido a la fricción. Ésta provoca la división de un sólido en partes extraordinariamente sutiles y veloces que penetran por los poros produciendo sensación de calor (*Opere VI*: 56). Aquí el calor (o la luz) no es una substancia especial, como en la carta a Dini, sino cualquier substancia sutil y rápida, como en la hipótesis de Castelli. Aunque muchas veces habla de *ignicoli* o *minimi del fuoco*, siempre dudó de que existiese tal elemento, por lo que el fuego (y también la luz) serían las partes de cualquier combustible disueltas y aceleradas. A las objeciones de Grassi contra el calor como emisión de partes de un cuerpo (*Opere VI*: 161-62) porque un metal calentado a golpes sigue pesando lo mismo, responde que la cantidad no es mensurable con balanzas por su pequeñez, aunque aún conserva una cantidad finita. Así un botón dorado pierde el baño tras muchos años de uso, aunque la pérdida de materia es diaria e indetectable en la práctica con una balanza. Por otra parte, el ámbar llena de olor una estancia enorme sin pérdida de peso, aunque el olor consta de partes volatilizadas del ámbar (*Opere VI*: 332-33).

<sup>12</sup> Galileo debería haber dicho que hacía veintiún años, pues estuvo en Le Selve, la villa de Salviati, durante el otoño de 1612 y comienzos de 1613. Salviati murió en Barcelona en Marzo del año siguiente.

<sup>13</sup> Sobre los matices neoplatónicos de esta idea, véase S. Gómez (2008).

(c) Como vimos, en *Il Saggiatore* (*Opere* VI: 351-2; citado en la nota 10) la luz es más importante que el calor por ser más sutil (infinitamente sutil o formada ya por átomos inextensos) y por ende veloz: “alcanzando luego la última y altísima resolución en *átomos realmente indivisibles*, se crea la *lux*, con movimiento o mejor dicho expansión y difusión *instantánea*”. El fuego, cuya presencia en el sujeto es el calor, son partículas mínimas penetrantes y rápidas pero extensas, con forma (*Opere* VI: 350), mientras que la luz consta de átomos inextensos y velocidad instantánea. Esta es la teoría que Castelli le cuenta a Galileo el 15 de Agosto de 1637 (cuando ya el maestro no la sostenía): “In oltre metto in considerazione un'altra grandissima differenza tra la luce ed il calore: la quale è, che la velocità della luce è d'infinito intervallo superiore alla velocità del fuoco, come che quella arriva al sommo grado di velocità, e forsi si fa *in instanti*, e questa si fa in tempo; quella risiede nell'ultima divisione e partizione, e questa risiede assolutamente nei corpi di quantità ancora divisibile in minor mole” (*Opere* XVII: 163). De ahí deriva, contra lo dicho en la carta a Dini de 1615, que la luz pueda penetrar en cualquier cuerpo, dado que sus átomos son menores que cualquier poro o corpúsculo extenso. Así pues, las discusiones sobre el motor solar de los planetas (carta a Dini) y sobre la naturaleza del calor y la luz en el *Discorso* y las polémicas subsiguientes, hasta *Il Saggiatore*, añadieron a los corpúsculos mínimos, técnicamente indivisibles aunque extensos, unos corpúsculos esencialmente atómicos por ser inextensos, limitados en ese momento al caso de la luz.

(c) *el atomismo matemático*

En los *Discorsi* siguen apareciendo corpúsculos mínimos y extensos de una substancia, pero han perdido ya el protagonismo en las explicaciones mecánicas a favor de la teoría generalizada de la composición del continuo y de los sólidos a base de infinitas partes inextensas. Lo que en *Il Saggiatore* era exclusivo de la luz, es ahora prerrogativa de toda la materia, lo que, dicho sea de paso, deja sin resolver qué sea la luz, si cualquier materia dividida y acelerada al máximo, o un tipo especial de substancia, pues también el oro, la plata y otros metales licuados están resueltos en indivisibles excitados. La motivación de este cambio es, en primer lugar, la necesidad de explicar *la causa* de la resistencia de los cuerpos a la fractura, que es el objeto de la primera de las dos nuevas ciencias que allí nos ofrece. Sin embargo, el desarrollo geométrico de los teoremas sobre resistencia a la fractura expuestos en la Segunda Jornada no precisa para nada de la explicación física de la resistencia de los materiales, discutida en la Primera Jornada. Por consiguiente, mientras que el tratamiento del atomismo en la primera fase se requería para resolver el problema de determinar los factores físicos de la flotación; y mientras que el atomismo de la segunda fase era preciso para atacar los problemas cosmológicos planteados por la dinámica en el copernicanismo (carta a Dini) y por los cometas (*Discorso*, *Saggiatore*), el tratamiento del atomismo en esta tercera fase no posee una motivación técnica directa. Como decía, la primera de las *dos nuevas ciencias* sobre la resistencia de los materiales (Jornada II) no lo precisa, mientras que a la segunda ciencia sobre el movimiento local (Jornadas III y IV) le bastaba con introducir las matemáticas del continuo para magnitudes como el espacio, el tiempo y la velocidad, sin que

fuese en absoluto preciso extenderla a los cuerpos materiales que se mueven. El planteamiento galileano de la composición del continuo está claramente ligado al estudio del movimiento uniformemente acelerado, como veremos en el último apartado. Éste se define como aquel que adquiere incrementos iguales de velocidad en *cualesquiera* partes del tiempo. Ese *cualesquiera* significa que considera el tiempo como una magnitud continua. De ahí que entre el reposo y una velocidad tan pequeña como se desee (aquella, por ejemplo, que manteniéndose constante no recorrería ni un milímetro en mil años) haya infinitos grados de velocidad correspondientes a los infinitos instantes que hay en un lapso temporal dado por pequeño que sea. Y de ahí que un grado dado de velocidad sea la suma instantánea de los infinitos momentos de velocidad correspondientes a los infinitos instantes de tiempo. De este modo el continuo entra en las magnitudes físicas, como la aceleración<sup>14</sup>.

Con todo, dicha doctrina no sería estrictamente necesaria para explicar las leyes cinemáticas halladas empíricamente. Un operacionalista podría definir el tiempo mediante los movimientos de la aguja de un reloj mecánico de engranajes, que es discontinuo (consta de un número finito de desplazamientos finitos de la aguja, regidos por el mecanismo discontinuo del escape). Con un número suficiente de dientes en los engranajes, el movimiento parecería continuo sin serlo, y dada la imprecisión de las mediciones espaciales, podrían obtenerse las leyes cinemáticas. Con todo, esta estructura granular del tiempo (y del espacio) resultaba entonces arbitraria y la física del XVII no estaba preparada para las interpretaciones instrumentalistas inducidas por los problemas de la física del último siglo. El realismo físico y matemático de Galileo lo obligaban a tomar en serio la continuidad del espacio, el tiempo, la velocidad y la aceleración. Una vez aceptada la estructura continua de las magnitudes físicas, así como la continuidad entre física y matemáticas, el proyecto de extender el atomismo matemático a la estructura de la materia resultaba plausible. El problema es que dicha extensión no produjo buenos resultados.

Por ello parecería que la exposición de estos temas en la Jornada Primera obedece no tanto al deseo de resolver problemas positivos de la teoría de la materia, cuanto a no dejar en el olvido ideas tuyas brillantes y audaces ante la proximidad inexorable de la muerte. De hecho esta primera Jornada está llena de excursus, ocurrencias y afirmaciones desconcertantes aptas para deleitar y asombrar a la concurrencia, sin que se pueda descartar la ventaja adicional de que este tipo de atomismo no era peligroso<sup>15</sup>.

---

<sup>14</sup> Véase M. Clavelin (1959), especialmente las páginas 6-8. Clavelin explora a continuación la ineficacia de las matemáticas indivisibilistas de Galileo al no permitir salvaguardar la especificidad de las magnitudes ni de las dimensiones: todos los círculos son iguales e iguales a un punto, con lo que no es posible un cálculo de indivisibles (págs. 14-16). Ahora nos ocuparemos de su inutilidad para la estructura de la materia.

<sup>15</sup> Al parecer el Concilio de Constanza (1414-18) había condenado la pretensión de componer el continuo de "puntos finitos simpliciter", no así de infinitos puntos o instantes. Según P. Redondi, (1985), 555-57, el paso del atomismo físico del *Saggiatore* con mínimos extensos y por ende finitos, al atomismo matemático con un número infinito de átomos de los *Discorsi*, serviría a este propósito. C. R. Palmerino, (2000), especialmente página 276, critica esta tesis defendiendo en cambio la motivación científica de explicar tanto la condensación y rarefacción como la continuidad del movimiento de caída libre.

Aunque Galileo parezca haberse decidido finalmente a desvelar en los *Discorsi* sus ideas filosóficas o metafísicas sobre la estructura de la materia y la constitución matemática de la naturaleza, en realidad no parece demasiado comprometido con su atomismo matemático para los cuerpos físicos. Lo expone para dar cuenta de la cohesión y resistencia de materiales, pasando enseguida a los problemas de la condensación y rarefacción. Sin embargo, primero señala que su solución es una “suerte de fantasía” que se le “pasó por la cabeza” aunque no la ofrece como “verdadera” (*Opere* VIII: 66), y luego, tras penosas vueltas y excursus para defenderla, señala (*Opere* VIII: 105) que en realidad esa teoría va dirigida a quienes no pueden admitir ni los vacíos extensos ni la penetración de la materia, pero que a él personalmente no le importaría admitir ambas cosas. Que esta teoría penosamente elaborada no sea más que un argumento retórico para acallar a quienes no admiten cosas que a Galileo no escandalizan, se repite expresamente en una carta a Baliani, quien le pregunta si realmente no le parece absurda la penetración, a lo que responde el maestro que no le repugna y que lo escrito en los *Discorsi* es para quienes aborrecen la penetración y los vacíos extensos, cosa que a él no le importaría aceptar (*Opere* XVIII: 87, 94)<sup>16</sup>. Por tanto esta doctrina, que pasa por la fase madura de Galileo, no sería más que una especulación brillante, agradable para charlas de sobremesa..., aunque prescindible. Su brillo y atractivo consistiría en ofrecer una visión unificada de matemáticas y física a base de componer el continuo matemático y físico de indivisibles<sup>17</sup>, una idea que con todo su escandaloso atractivo no sirvió ni al cálculo matemático del infinito ni a la teoría atómica física. Cavalieri le dedicó palabras aduladoras y corteses, pero confesó no haber tenido tiempo de leer despacio su libro (*Opere* XVIII: 84), mientras que el divino Newton, con toda su potencia para ver matemáticas en la física, siguió recurriendo a los clásicos átomos extensos e irrompibles.

### *La marcha de los Discorsi*

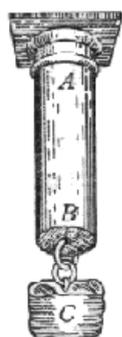
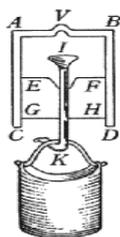
Veamos cómo se produce en la Jornada I de los *Discorsi* el paso de los mínimos extensos a los átomos inextensos. El problema se plantea con la explicación de la causa de la cohesión y resistencia de los cuerpos a la ruptura por tracción. Esa resistencia se debería a dos factores: (a) la resistencia a la formación de un vacío y (b) una cierta “cola”:

(a) El primero de los factores se ejemplifica paradigmáticamente con el viejo caso de dos placas pulimentadas de mármol (o metal o vidrio), según el cual al alzar la supe-

<sup>16</sup> Galileo escribía a Baliani el primero de Septiembre de 1639 (*Opere* XVIII, 94): “Quanto a quello che ella mi dice della opinione sua circa alla condensazione e rarefazione, cioè che ammette la penetrazione dei corpi l'uno con l'altro, già ho io scritto (come ella può vedere) che chiunque tale operazione volesse ammettere, io gli concedo quanto li piace, non havendo io hauto intenzione di scrivere quanto in tal proposito ho scritto se non in grazia di quelli che negano la penetrazione e gli spazii vacui potersi dare in natura”.

<sup>17</sup> Como hemos visto, C. R. Palmerino (2000) insiste sobre las implicaciones matemáticas del atomismo en la concepción de la velocidad de la Jornada III sobre el movimiento, mientras que W. Shea (2001) subraya también el establecimiento de la continuidad o identidad de las matemáticas y la física.

rior, la inferior se eleva también permaneciendo adherida “perpetuamente” si la fuerza de su peso es inferior a la fuerza con que la naturaleza se opone al vacío. Si no están bien pulidas y hay aire entre medias, la inferior sólo acompaña a la superior mientras el aire se expande y permite la penetración de más aire circundante. Esta coherencia no depende de ninguna “cola” sino tan sólo de la fuerza con que se resiste la formación de un vacío. Para hallar cuál es esa fuerza lo mejor es recurrir a un fluido como el agua que, como se había establecido en el *Discorso* (1612), está ya completamente *dividida* en sus partes componentes, por lo que no ofrecen más resistencia a la separación que la del vacío<sup>18</sup>. La resistencia de una columna de agua a la fractura por tracción depende tan sólo de la resistencia al vacío macroscópico. Si del émbolo (EFGH) de un cilindro (CABD) que contiene una columna de agua se cuelgan pesos (K), llegará un momento en que el émbolo se separe de la base del cilindro de agua (eso al menos pretende Galileo) y el conjunto se desplome: ese peso mide la fuerza de la cohesión debida a la resistencia al vacío. Galileo no ofrece valores numéricos.



(b) Si ahora realizamos el mismo experimento con un cilindro de mármol, hallaremos que hace falta un peso mayor para romperlo, por ejemplo cinco veces mayor. ¿Cuál es la “cola” adicional del mármol de la que carece el agua? La solución se da en dos pasos, uno con átomos extensos clásicos (*Opere* VIII: 66-67) y otro con átomos inextensos (*Opere* VIII: 68 y sigs.). La diferencia del mármol respecto al agua es que sus partes no están divididas de hecho, con lo que poseen una resistencia particular a la fractura. La diferencia es oscura, aunque por lo que se dice del agua y los metales fundidos, el estado fluido se debe a que los mínimos (átomos extensos) del fuego han llenado los vacíos mínimos (pero extensos) entre los mínimos del sólido dejándolos sueltos. Esta acción no la puede realizar el aire porque sus mínimos son mayores que los poros vacíos del sólido, y sólo son rellenables por los mínimos menores del fuego<sup>19</sup>. Pero, aparte de que el fuego no debe entenderse como una substancia especial, sino como cualquier materia reducida por frotamiento y agitación a sus partes, la solución resulta pa-

<sup>18</sup> En el *Discorso* (*Opere* IV :106) las partes del agua y los demás fluidos eran *discontinuas* (ya divididas de hecho) y contiguas (esto es, constaban de un número finito de partes extensas yuxtapuestas). Pero ahora (*Discorsi*, *Opere* VIII: 61) se dice que, como se demostró en aquél tratado, el agua es “una materia *continua*, le cui parti manchino di ogni altra resistenza alla separazione fuor che di quella del vacuo”. Que ahora se considere continua se debe a la interpretación indivisibilista que se desarrollará más abajo (*Opere* VIII: 86) con lo que el agua será un continuo compuesto de infinitas partes inextensas como todas las demás magnitudes continuas.

<sup>19</sup> Cuando más adelante Galileo ofrezca una versión inextensa de los átomos, se planteará aquí un problema. Estando el fuego y el aire compuestos de átomos sueltos, no se puede decir que el fuego pueda penetrar donde no puede el aire, pues entonces los átomos variarían de tamaño y no podrían ser inextensos. Es más, los vacíos intersticiales que explican la cohesión de los sólidos podrían ser ocupados por los átomos inextensos de los fluidos ambiente (agua, aire...) tornándolos a todos en fluidos.

radójica. En efecto, lo que quiere vendernos Galileo es que el exceso de resistencia del sólido sobre el fluido deriva del mismo efecto que causaba la resistencia macroscópica a la creación del vacío en toda la superficie de separación (entre dos mármoles o entre la base del cilindro de agua y el émbolo), pero esta vez multiplicada por cada par de mínimos del sólido. Pero cabría preguntar por qué la resistencia a crear un vacío no se produce entre los mínimos del metal y los mínimos de fuego que los separa (como se producía entre la base del cilindro de agua y el émbolo)<sup>20</sup>. La solución es que lo que mantiene unidos a los mínimos del sólido (pero no del fluido) es *la existencia de mínimos de vacío*. Ahora, en el nivel microscópico, no es la fuerza de resistencia a la formación de un vacío *inexistente* la que causa la cohesión, como en el caso macroscópico, sino la *existencia* misma del vacío. Ahora son los vacíos intersticiales los que ejercen la fuerza “con la quale i medesimi vacui l’una [parte] contro l’altra attragono” (*Opere* VIII: 67); esto es, el vacío atrae cada parte hacia la otra. Ya no se trata de una *resistencia al vacío*, como en el caso macroscópico, sino de la *succión del vacío*. La explicación macroscópica y la microscópica no son consistentes.

En este momento del diálogo (*Opere* VIII: 67), Salviati resume su doctrina de la coherencia de sólidos: el exceso de resistencia de los sólidos respecto a la de los fluidos (la mera resistencia a la formación de un vacío macroscópico) se debe a “la innumerable multitud” de “vacíos pequeñísimos” (entre innumerables partes mínimas extensas) que conjuntamente suman “un número inmenso de momentos debilísimos” dando lugar a una considerable resistencia a la fractura. Con ello parecería haberse resuelto la cuestión, si bien con la inconsistencia señalada entre coherencia macroscópica y microscópica; pero entonces Salviati da una vuelta más a la tuerca señalando que lo mismo ocurriría si el número de partículas y vacíos intersticiales fuese infinito, lo que entrañaría que su tamaño fuese nulo, pues de lo contrario un número infinito de partes alícuotas mayores que cero, por pequeñas que fuesen, darían una magnitud total infinita. Siendo inextensos, los átomos y los vacíos intersticiales serían como los infinitos puntos que componen cualquier segmento rectilíneo finito. Lo que no está claro es la necesidad de este paso audaz (y ciertamente plagado de paradojas) para el problema físico de la cohesión.

Da la impresión de que no hay ninguna necesidad, pues tras un larguísimo excursus por las paradojas del infinito y la doctrina matemática de la condensación y rarefacción sin vacíos macroscópicos ni penetración de la materia (*Opere* VIII: 68-135, un 67% de la Primera Jornada), Salviati dice que ya no queda tiempo para volver sobre el tema de

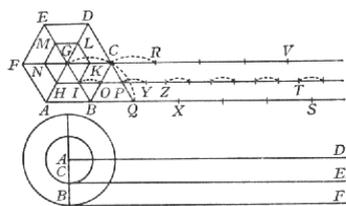
<sup>20</sup> Otro interrogante sería qué mínimos de fuego mantienen fluida el agua ligeramente por encima del punto de solidificación. Aunque eso parece impedir aplicar al agua la teoría de la fluidez de los metales, en puridad Galileo menciona que la fluidez proviene de la acción del fuego  $\theta$  de los rayos del Sol, y ya sabemos por la mencionada carta a Dini que del Sol emana una “substancia espirituosísima” vivificante de carácter luminoso y calorífico. Si se licuase con luz (fría), ésta no produciría calentamiento aunque podría rellenar poros vacíos a las mil maravillas dado que es la última resolución de la materia en átomos indivisibles por inextensos (*Il Saggiatore*, *Opere* VI: 352). Pero entonces de día todos los metales estarían fundidos y de noche todos los líquidos estarían congelados.

la resistencia a la fractura, por lo que debe postergarse hasta el día siguiente<sup>21</sup>. Pero, como señalamos, en la Jornada Segunda no se vuelve sobre la causa de la cohesión de sólidos y sencillamente se exponen teoremas sobre resistencia a la fractura de vigas sin recurrir para nada a la explicación física de dicha resistencia.

### *Un saco de maravillas*

Dos tercios de la Primera Jornada se dedican pues a exponer una doctrina llena de resultados asombrosos y paradójicas sobre el infinito, aunque sin mayor relevancia para la física ni para el cálculo matemático, pues componer el continuo de indivisibles no mejora el tratamiento matemático de la velocidad ni de los problemas de la condensación y rarefacción. Todos ellos podrían abordarse dividiendo el espacio, el tiempo, la materia y el vacío en partes mínimas tan pequeñas como se desee, pero extensas, tal como propone Galileo: las partes extensas del continuo no son “nè finite nè infinite, ma tante che rispondono ad ogni segnato numero” (*Opere* VIII, 81). El recurso a partes diminutas pero extensas es el expediente con que el mecanicismo da cuenta de las apariencias, cuya variedad se puede abordar con una hueste de partículas dotadas de diversas cualidades primarias, como forma y tamaño, cantidades de materia y de movimiento, y tal vez de gravedad y otras fuerzas microscópicas. Por el contrario, este atomismo enteco no daría para explicar la diferencia entre la luz y los fluidos como el agua, el mercurio y el oro fundido, todos ellos reducidos a un conjunto infinito de indivisibles iguales, sin propiedades físicas o geométricas diferenciales.

La teoría de Galileo es, pues, que en una extensión continua finita puede haber infinitos átomos e infinitos vacíos inextensos, lo que explicaría la condensación y rarefacción sin penetración de materia ni vacíos extensos (para aquellos a quienes estas cosas repugnen). La rarefacción sería la interposición entre los infinitos átomos de infinitos vacíos inextensos, lo que se ejemplifica con la



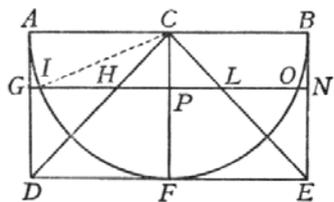
*rota aristotelica*. Mientras la circunferencia grande rota desarrollando un segmento rectilíneo igual a ella (formado por infinitos puntos), la menor traza un segmento igual formado por una sucesión de puntos y vacíos: “infiniti atomi non quanti...con l’interposizione... di vacui infiniti non quanti” (*Opere* VIII: 72). El problema de este esquema es que no

permite computar los grados de rarefacción, pues no se puede decir que una rarefacción doble de otra contenga el doble de vacíos o el doble de grandes, pues todos son idénticos (no extensos) e igualmente infinitos en número. Por el contrario, en un atomismo clásico la rarefacción doble, por ejemplo, entraña la duplicación del tamaño o del número de los espacios intersticiales entre átomos extensos. La mayor diferencia

<sup>21</sup> No obstante aún quedará tiempo para explayarse durante otras quince páginas sobre temas importantes como la resistencia del aire al movimiento, la velocidad límite de los graves en un medio resistente, el movimiento isócrono de los péndulos cuyos períodos son como las raíces cuadradas de la longitud, la naturaleza del sonido y las consonancias musicales.

con el atomismo matemático es que éste permite una condensación continua sin otro límite que un punto ( $AD$  se condensaría en  $A$ ) con densidad infinita, lo que no parece ni empíricamente necesario ni conceptualmente deseable. De lo que se trata aquí es de exponer las características asombrosas de los conjuntos infinitos todos iguales pero diferentes. En efecto, hay tantos números naturales como cuadrados, ya que se puede establecer entre ellos una aplicación biyectiva, pero a la vez hay más naturales porque todos los cuadrados son naturales, pero no sólo ellos. Intuitivamente se ve que la densidad de cuadrados en la lista de naturales disminuye dramáticamente: entre los diez primeros hay un 30% de cuadrados, entre los cien primeros, sólo un 10%, entre los diez mil primeros, sólo un 1%, y la proporción disminuye progresivamente.

Estas ideas chocantes son excelentes para las charlas de sobremesa, pero no permiten computar nada ni llevan a nada que no sea el asombro, la maravilla y la suspensión del juicio. Cuando Simplicio señala que también el punto del centro traza un segmento igual al de la circunferencia que rota, y en este caso no hay infinitos puntos entre los



que intercalar infinitos vacíos, Salviati responde que todo este terreno está lleno de dificultades intratables porque “estamos entre los infinitos y los indivisibles, aquéllos incomprensibles para nuestro intelecto por su grandeza y éstos por su pequeñez” (*Opere* VIII:73). Esto es, nada se resuelve con estas maravillas; pero para acallar un asombro con otro mayor, ofrece demostrar que un punto es igual a una circunferencia, una “fantasía que si no es necesariamente concluyente, al menos aporta alguna maravilla por su novedad” (*ibidem*): se trata de la escudilla,  $AGDFENBOFI$ , igual a un cono,  $DEC$ , cuyos sucesivos cortes paralelos a la base son iguales, por lo que deben serlo también los últimos que determinan una circunferencia,  $AB$ , y un punto,  $C$  (*Opere* VIII: 74-76).

Tras ello Salviati explica una vez más que el infinito (y lo indivisible) “es por sí mismo incomprensible para nosotros”, por lo que ambos juntos empeoran aún más las cosas. La idea no sirve para nada sino para deleitar y asombrar, como muy bien acusa un adulador Sagredo: aunque pudiera, no afearía con objeciones “una especulación tan gentil y peregrina”, pues sería un sacrilegio lacerar tan bella estructura con críticas pedantes (*Opere* VIII: 75-76).

Con todas estas lindas paradojas se supone que ya no nos inmutaremos al oír la doctrina de que si se divide un sólido en sus infinitos átomos indivisibles, entonces se ha convertido en un único fluido continuo (*Opere* VIII: 85 y siguiente). Al triturar un sólido en partes diminutas pero extensas, se forma un polvo que, por más sutil que sea, no se comporta como un fluido, pues forma montones, conserva las huellas y resiste al movimiento, ya que deja de moverse cuando cesa el contacto con el agitador. Nada de eso ocurre en los líquidos, de lo que “mi par di potere molto ragionevolmente arguire” que el cambio de sólido a líquido sólo se produce cuando, por acción del fuego o la luz, el cuerpo se descompone en mínimos inextensos esencialmente atómicos. Anteriormente la acción fundente de la luz se debía a su sutileza para llenar los vacíos inextensos que cohesionan los átomos de los sólidos. Pero ahora no insiste en

que la luz conste de partes inextensas, sino que actúa por el movimiento que, aunque velocísimo, no es instantáneo<sup>22</sup>.

La motivación de este paso de mínimos extensos a átomos inextensos es débil, pues la velocidad potencial y la sutileza pueden aumentarse cuanto se desee sin llegar al extremo de las partes inextensas, innecesarias para las grandes condensaciones y rarefacciones observadas en la naturaleza. La supuesta ventaja de esta teoría para la condensación suena un tanto a galimatías: “ed in somma gl’infiniti lati indivisibili del maggior cerchio con gl’infiniti indivisibili ritiramenti loro, fatti nell’infinite instantanee dimore de gl’infiniti termini de gl’infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi, eguali a gl’infiniti lati di esso minor cerchio, compongono e disegnano una linea eguale alla descritta dal minor cerchio, contenente in sé infinite soprapposizioni non quante, che fanno una costipazione e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante” (*Opere* VIII: 95). No se ve por qué las superposiciones inextensas son mejores que las extensas.

### *Pruebas físicas*

A Sagredo estas lindezas le parecen de perlas, aunque se pregunta si “de hecho la naturaleza procede en este orden”, mientras que Simplicio se malicia que estas cosas matemáticas no se cumplen en el mundo físico (*Opere* VIII: 96). De modo que a continuación (*Opere* VIII: 96-135) se ofrecen consideraciones empíricas que, según Galileo, favorecerían su doctrina indivisibilista frente al atomismo clásico. Aunque éstas resulten escasamente convincentes, ofrecen nuevos motivos de deleite y asombro. Por ejemplo, para hacer hilo de oro se chapa un cilindro de plata (de unos 30 cm. de alto por diez de diámetro) con ocho o diez hojas de pan de oro para hacerlo pasar luego por las hileras hasta reducirlo a un hilo más fino que un cabello (“de mujer”) y de más de once kilómetros de longitud. Con ello la superficie se ha multiplicado doscientas veces (las superficies de los cilindros, sin las bases, son como las raíces cuadradas de las longitudes), y las finísimas hojas de pan de oro, tan sutiles que se sostienen en el aire, se han vuelto una vigésima parte del grosor original. Con todo, ese grosor siegue siendo finito por lo que el ejemplo no sirve a su propósito.

De nuevo se aprovecha la ocasión para exponer algunos teoremas geométricos ingeniosos sobre la relación entre los volúmenes de cilindros de igual superficie con corolarios acerca de la capacidad de cestas, y otros sobre áreas de polígonos. La siguiente consideración empírica es muy vaga, pues señala sin cuantificación alguna posible que en la naturaleza se dan grandes rarefacciones que se ven y grandes condensaciones que no se ven. Observamos cómo una pequeña cantidad de pólvora se expande casi ins-

<sup>22</sup> La velocidad instantánea de la luz se conectaba en *Il Saggiatore* con su “inmaterialidad”. Que ahora la velocidad sea probablemente finita podría deberse a su deseo de no desmaterializarla del todo apartándola de las operaciones mecánicas entre cuerpos. Véase el detallado análisis de las ideas de Galileo sobre la luz en Susana Gómez (2008). Al resolver todos los líquidos en átomos inextensos, como la luz, las características de ésta no pueden derivar de esa resolución (sutileza extrema) y tal vez por ello las atribuya ahora a la velocidad grande pero finita que es lo único que puede distinguirla de otros fluidos de átomos inextensos sin cohesión.

tantáneamente en una vasta masa de fuego<sup>23</sup> y luz; pero no vemos cómo los inasibles luz y fuego se condensan en pólvora. Olemos la fragancia de una flor en una estancia, pero no advertimos la condensación inversa. Con todo, deben ser simétricas. Y es en este punto donde Salviati señala que su doctrina de los indivisibles para la rarefacción y condensación es útil para quienes no aceptan vacíos extensos y penetración de los cuerpos, extremos que a él no repugnan<sup>24</sup>.

El resto de la discusión de esta Jornada acerca del atomismo matemático se dedica pretendidamente a examinar la impenetrabilidad y la inexistencia de vacíos extensos, lo que da lugar a nuevos experimentos e ideas brillantes como que en el vacío todos los cuerpos caen con la misma aceleración; el llamado excursus hidrostático para mostrar que el agua es un fluido sin viscosidad ni coherencia interna, y un método para pesar el aire en el vacío comprimiéndolo en los vacíos intersticiales del aire<sup>25</sup>. Pero no hay ninguna argumentación que pruebe que los vacíos inextensos pueden hacer lo que les está vedado a los extensos, y finalmente se omite la prometida explicación sobre la penetración de la materia.

#### *Usos matemáticos del atomismo en los Discorsi*

El atomismo matemático de Galileo tuvo una gran importancia conceptual y heurística en el análisis del movimiento uniformemente acelerado que es el que alimentó si no desencadenó su preocupación por el problema del continuo y el infinito. El crecimiento continuo del grado de velocidad en dicho movimiento lo llevó a superar las limitaciones impuestas por los griegos al tratamiento de tales cuestiones<sup>26</sup>. Desde los primeros años del siglo XVII Galileo estaba preocupado por elaborar un concepto de aceleración capaz de acomodar observaciones (“accidentes”) tales como que los espacios

<sup>23</sup> No sabemos si los olores componen un fluido *continuo*, como el agua, ni si la luz es uno de esos fluidos. Obviamente tampoco sabemos nada acerca de si existe diferencia alguna entre aire y agua por lo que respecta a la composición de átomos y vacíos. La presencia simultánea en un espacio dado de aire, luz y olores debería resolverse con un reparto de vacíos atómicos en los que alojar los átomos de esas substancias, pero justamente esos vacíos no existen en los fluidos. No es de extrañar que Galileo aproveche el carácter errabundo del diálogo para decir lo que quiere y callar lo que no interesa ventilar.

<sup>24</sup> “In oltre, noi trattiamo come si possa far la condensazione e rarefazione de i corpi che si possono rarefare e condensare, specolando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l'introduzzion del vacuo e della penetrazione de i corpi; il che non esclude che in natura possano esser materie che non ammettono tali accidenti, ed in conseguenza non danno luogo a quelli che voi chiamate inconvenienti e impossibili. E finalmente. Sig. Simplicio, io, in grazia di voi altri, Signori filosofi, mi sono affaticato in specolare come si possa intendere farsi la condensazione e la rarefazione senza ammetter la penetrazione de i corpi e l'introduzione de gli spazii vacui, effetti da voi negati ed aborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi sarei così duro contraddittore. Però, o ammettete questi inconvenienti, o gradite le mie specolazioni, o trovatenne di più aggiustate.” (*Opere* VIII: 105).

<sup>25</sup> El aire comprimido se consigue metiendo los átomos de esa substancia en los vacíos intersticiales del aire sin comprimir (*Opere* VIII:126), con lo que éste debería ser un sólido según la doctrina de la cohesión mediante la atracción de los vacíos microscópicos.

<sup>26</sup> Sobre el problema del continuo, el infinito y la velocidad en los clásicos y en Galileo, véase M. Sellés, (2006).

recorridos son como los cuadrados de los tiempos<sup>27</sup>. Como es sabido, finalmente caracterizó ese movimiento como aquél que en tiempos cualesquiera iguales añade momentos iguales de velocidad (*Opere VIII*: 198); esto es, la velocidad total se compone de la acumulación de elementos unidad añadidos en cualesquiera tiempos iguales. Pero, dada la continuidad del tiempo, en un instante inextenso se da una suma instantánea de momentos inextensos o atómicos de velocidad. Como el proceso de crecimiento es continuo (la discontinuidad en la naturaleza está muy lejos del siglo XVII), entre el reposo inicial y un instante posterior en el que se ha alcanzado un grado determinado de velocidad, el móvil debe haber pasado por todos los infinitos grados de velocidad intermedios correspondientes a los infinitos instantes inextensos que hay en cualquier lapso temporal por breve que sea. De ahí que esos infinitos momentos deban ser indivisibles (inextensos) para no componer una velocidad infinita o instantánea. En la correspondencia con B. Cavalieri durante el invierno de 1626 hay testimonios de las discusiones de ambos sobre los indivisibles y sobre el paso de un grave por todos los infinitos grados de velocidad que median entre el reposo y una velocidad dada por pequeña que sea.

Esta manera de plantear el concepto de aceleración uniforme por adición de infinitos momentos de velocidad implicaba componer el continuo de infinitos elementos unidad inextensos y por tanto indivisibles, que son el término (o más bien el origen) de la divisibilidad permanente de las partes del continuo. La concepción clásica del continuo como posibilidad de dividir una magnitud en partes potencialmente divisibles era puramente regresiva y no alcanzaba jamás los términos del continuo. Para Galileo, empero, el continuo se forma positivamente a base de momentos inextensos infinitos, ya que la velocidad es una magnitud física que debe generarse en la naturaleza y no sólo analizarse regresivamente en la cabeza del teórico. Galileo deseaba elementos físicos reales (y no sólo potenciales) con los que componer desde el inicio la velocidad final. En las apostillas a Antonio Rocco de 1634<sup>28</sup> señala que su teoría de la composición del continuo a base de indivisibles viene exigida por el hecho de que el continuo conste de partes siempre divisibles. En efecto, si son *siempre* divisibles es porque hay infinitas partes que no se agotan; y siendo infinitas en número, no pueden ser actualmente extensas para no generar una magnitud infinita<sup>29</sup>. De ahí que “los últimos o más bien primeros componentes del continuo sean infinitos indivisibles”.<sup>30</sup>

<sup>27</sup> Véase la carta a P. Sarpi del 16 de Octubre de 1604 (*Opere X*: 115). En 1610 habría redactado ya un tratado “Sobre la composición del continuo” que no se ha conservado; cf. S. Drake (1978), 160.

<sup>28</sup> *Opere VII*: 745 y siguientes. Compárese con la más comedida versión publicada en *Opere VIII*: 80, 92.

<sup>29</sup> En los *Discorsi* (*Opere VIII*,. 80-82), Salviati critica la inoperatividad de la distinción aristotélica entre infinito en acto y en potencia. En una magnitud finita no puede haber infinitas partes extensas ni en acto ni en potencia (ibidem, pág. 81): si hay infinitas partes, deben ser inextensas. En cuanto a las partes finitas (siempre divisibles) de la partición del continuo, no son ni finitas ni infinitas (en acto o en potencia) sino “tantas cuantas correspondan a cualquier número especificado”. Una magnitud continua puede dividirse de hecho (en acto) en infinitas partes inextensas, como cuando doblamos un segmento rectilíneo para formar una circunferencia o polígono de infinitos lados inextensos. Los átomos inextensos son pues los componentes reales y últimos del continuo.

<sup>30</sup> *Opere VII*: 746.

Dividiendo de hecho (actualizando lo potencial) jamás se alcanza ni el infinito ni el indivisible, por lo que es más bien partiendo de ellos como se obtiene el continuo caracterizado al modo clásico: no se divide una recta en puntos formando con ella polígonos progresivamente de más y más lados, sino doblándola de un golpe en una circunferencia.

En el análisis del movimiento, Galileo hubiera podido conformarse con intervalos extensos tan pequeños como se deseara o menores que cualquier magnitud asignada, al modo clásico. Eso le hubiera permitido mantenerse dentro del orden de magnitud de los elementos considerados, componiendo la línea de segmentos tan evanescentes como se quiera pero no de puntos, con lo que evitaría la paradoja de la escudilla al modo de Cavalieri; pero este proceder prudente no iba al meollo del continuo, pues en la naturaleza las partes últimas son las que son, estén en potencia o en acto, por lo que debemos partir de los *componentes* “últimos o más bien primeros” que deben ser indivisibles inextensos e infinitos. Lo paradójico es que de este modo el continuo se trata de manera discreta, pues los indivisibles no son continuos, lo que anima a tratar las magnitudes continuas como conjuntos infinitos numerables<sup>31</sup>.

El estudio de las paradojas lógicas del infinito fueron un mérito de Galileo que servirían andando los siglos para caracterizar los conjuntos infinitos numerables como aquellos cardinalmente equivalentes a subconjuntos propios suyos; esto es, aquellos conjuntos cuyos elementos pueden ponerse en relación biunívoca con algunos de sus subconjuntos, como los naturales con los cuadrados, los pares o los primos. Pero el continuo no es numerable como parecería sugerir su resolución en unidades inextensas y discretas, aunque sería improcedente reprochárselo a nuestro autor<sup>32</sup>.

En cualquier caso, habiendo desbrozado el estudio del infinito y del continuo, Galileo no pudo llegar a ninguna teoría ni a ningún cálculo operativo. Sus conclusiones son paralizantes debido a la paradoja lógica de que el todo sea igual a sus partes, con lo que todas las magnitudes vienen a ser iguales desde la perspectiva de la composición indivisibilista del continuo: el infinito no es par ni impar, aunque también ambas cosas, pues es divisible exactamente en dos, tres... partes; los conjuntos infinitos son y no son iguales (como indicábamos con los naturales y cuadrados), por lo que las relaciones de igual, mayor o menor no se les aplica; nos acercamos al infinito no avanzando en la sucesión de los naturales, sino retornando a la unidad (porque la proporción de cuadrados, cubos, etc. aumenta de este modo aproximándose a la igualdad de esos conjuntos en la unidad)<sup>33</sup>; la división del continuo en partes extensas no tiene fin, por lo que el número de éstas no es ni finito ni infinito: no es finito porque se puede proseguir la división, pero tampoco es infinito porque, siendo las partes extensas, compondrían una magnitud infinita; la recta infinita es la circunferencia de un círculo

<sup>31</sup> Véase el ya clásico artículo de M. Clavelin (1959).

<sup>32</sup> Sólo en 1878 pudo probar G. Cantor que en una línea hay más puntos que naturales o racionales, y sólo en 1892 probó que el conjunto potencia de un conjunto es cardinalmente mayor que dicho conjunto, con lo que hay diferentes órdenes de infinitos.

<sup>33</sup> “Concludiamo per tanto, non ci essere altro numero infinito che l'unità. E queste sono *delle meraviglie* che superano la capacità della nostra immaginazione...” (*Opere* VIII: 83, las cursivas son nuestras).

infinito, momento en que el círculo pierde su existencia con lo que ningún círculo o sólido dotado de forma puede ser infinito.

Más en concreto, el análisis de Galileo no puede distinguir entre dos magnitudes continuas (dos segmentos rectilíneos) porque ambas constan de infinitos indivisibles y “las propiedades de mayor, menor o igual no convienen a los infinitos, de los que no se puede decir que uno es mayor, menor o igual a otro”; y “no sólo no se puede decir que un infinito sea mayor que otro infinito, sino que tampoco se puede decir que un infinito sea mayor que un finito”.<sup>34</sup> Por curiosas que sean estas ideas, de poco valen para computar el movimiento si no podemos decir que la distancia a la Luna es mayor, menor o igual que la que hay al bar, o si la velocidad total de un movimiento acelerado es mayor, menor o igual que la de otro. Por interesante que sean estos análisis para el concepto de aceleración como agregación de infinitos momentos indivisibles, difícilmente llevarán a un cálculo para su tratamiento cuantitativo<sup>35</sup>. Para comparar movimientos acelerados Galileo debía o bien reducirlos a movimientos uniformes equivalentes respecto a la distancia recorrida en el mismo tiempo, sustituyendo la consideración de los conjuntos infinitos de grados de velocidad continuamente crecientes por la consideración de velocidades finales en la proporción 2:1; o bien debía vincular en condiciones restrictivas los infinitos momentos de la velocidad total con alguna magnitud finita como las alturas y longitudes de los planos por los que se generan partiendo del reposo, de acuerdo con el Teorema III (*Opere* VIII: 215; los grados finales son como las alturas y los tiempos como las longitudes de los planos de igual altura). Aunque es más que nada, no se puede decir que haya en Galileo unas matemáticas y un cálculo de indivisibles, sino tan sólo una metafísica indivisibilista, prometedora y estimulante, pero inane. Como señala M. Sellés: “al poner a salvo la teoría de las objeciones tradicionales que se le habían planteado, estableciendo la ausencia de razones entre infinitos, ésta se convertía en una herramienta muy limitada, pues no podía convertirse en un cálculo”.<sup>36</sup>

Si el resultado del atomismo matemático fue poco eficaz en el terreno computacional, no es de extrañar que fuese aún más programático e inmaduro en el terreno físico, como vimos en el caso de su aplicación a los problemas de la condensación y rarefacción y a la resistencia a la fractura. La unificación de geometría, teoría matemática del movimiento y teoría de la materia fue una idea brillante y gloriosa, pero superficial e ineficaz, a juzgar por el escaso éxito que tuvo. Ni Cavalieri ni Torricelli siguieron su vía matemática y ningún corpuscularista siguió la senda de los átomos inextensos y sin propiedades ni fuerzas asociadas, agregados en número infinito en cualquier porción, grande o pequeña, de materia. Ambas vías eran en realidad vías muertas, aunque no por ello menos llenas de sorpresas y entretenimientos chispeantes como se encargó de

<sup>34</sup> *Opere* VIII: 78 y siguiente. Esta maravilla se sigue de que un infinito no puede ser mayor que, digamos, un millón, pues al pasar a números mayores del millón, la densidad de cuadrados disminuye alejándonos de la igualdad entre naturales y cuadrados exigida por el infinito. Como se indicó, para acercarnos a ello debemos retroceder hacia la unidad donde se da dicha igualdad.

<sup>35</sup> Sobre los problemas de la teoría de los indivisibles de Galileo, véase Manuel Sellés (2001).

<sup>36</sup> *Op. cit.*, página 456.

inmortalizar la Primera Jornada, sin duda uno de los textos más fascinantes de toda la Revolución Científica.

## REFERENCIAS

- Boas, M. (1949). "Heron's Pneumatica. A Study of its Transmission and Influence", *Osiris* XI, 38-84.
- (1952). "The Establishment of the Mechanical Philosophy", *Osiris* X, 412-541.
- Butts, E., & J.C. Pitt (eds.) (1978). *New perspectives on Galileo*. Reidel: Dordrecht.
- Clavelin, M. (1959). "Le problème du continu et les paradoxes de l'infini chez Galilée", *Thales*, 1-26.
- Dijksterhuis, E. J. (1961). *The Mechanization of the World Picture*. Oxford: Oxford University Press.
- Drake, S. (1978). *Galileo at Work*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Festa, E., y R. Gatto (eds.) (2000). *Atomismo e continuo nel XVII secolo*. Nápoles: Vivarium.
- Galilei, Galileo (1890-1909). *Le Opere di Galileo Galilei*, ed. por Antonio Favaro. 20 Volúmenes. Florencia: Giunti Barbèra Editrice, [reed. en 1964-1968].
- Gómez López, S. (2008, en prensa). "The Mechanization of Light in Galilean Science", *Galilaeana*.
- Le Grand, H.E. (1978). "Galileo's Matter Theory", en E. Butts & J.C. Pitt (eds.) (1978), 197-208.
- Melsen, A. G. von (1952). *From Atomos to Atom*. Pittsburgh: Duquesne Univ. Press.
- Montesinos, J., y C. Solís (eds.) (2001). *Largo campo di filosofare*. La Orotava: Fundación Canaria la Orotava de Historia de la Ciencia.
- Nonoi, G. (2000a). "Galileo Galilei: Quale atomismo?", en E. Festa y R. Gatto (2000), 109-149.
- (2000b). *Saggi galileiani*. Cagliari: AM&D Edizioni.
- Redondi, P. (1985). "Atomi, indivisibili e dogma", *Quaderni Storici* 20, 529-71.
- Palmerino, C.R. (2000). "Nuova scienza della materia per la *scienza nova* del moto. La discussione dei paradossi dell'infinito nella prima giornata dei *Discorsi galileiani*", en E. Festa y R. Gatto (eds.) (2000), 275-319.
- Shea, W. (2001). "Galileo e l'atomismo", *Acta Philosophica* 10, fasc. 2, 257-272.
- Sellés, M. (2001). "La teoría de indivisibles de Galileo y su geometrización del movimiento", en J. Montesinos y C. Solís (eds.) (2001), 445-456.
- (2006). "La paradoja de Galileo", *Asclepio* LVIII, 1, 113-148.

**Carlos Solís Santos** es Catedrático de Historia de la Ciencia de la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Ha trabajado especialmente sobre la ciencia del Renacimiento y de los siglos XVI y XVII. Ha editado obras de Galileo, Kepler, Newton, Hooke y Boyle. Recientemente ha publicado con Manuel Sellés una *Historia de la Ciencia* (Espasa, 2005) y una nueva edición de *La estructura de las revoluciones científicas* de Thomas Kuhn (FCE, 2006).

**DIRECCIÓN:** Departamento de Lógica, Historia y Filosofía de la Ciencia. Facultad de Filosofía. U.N.E.D. Senda del Rey, 17; 28040- Madrid (España). E-mail: csolis@fsf.uned.es.