

# Naturaren kume ezkutua

*Gorka Azkune*

gorkaazkune@yahoo.es

**Laburpena:** Artikulu honetan zulo beltzak ditugu aztergai. Astro bitxi horiek behar bezala ulertzeko erlatibitate orokorra ezinbestekoa denez, artikularen lehen orrietan teoria horren inguruko ideia nagusienak aztertzen dira. Segidan, izarren heriotza hartzen da hizpide. Izar handienak zulo beltz bihurtzen direla ikusiko dugu. Zulo beltzek dauzkaten hainbat ezaugarri harrigarri ere lantzen dira artikuluan. Atal horretan zulo beltzen lurrinketak hartzen du lekurik garrantzitsuena. Bertan, kuantikaren oinarritzko kontzeptu batzuk azaldu ostean, zulo beltzak ez direla hain beltzak erakusten da. Azkenik, singularitateen mundu ilunean murgilduko da irakurlea. Dauden argi-izpi bakan horien atzetik joaten saiatuko gara, eta ameslarieneztat, denbora-makinen inguruko xehetasun batzuk ere landuko dira.

## 1. SARRERA

Unibertsoak sekretu asko dauzka guretzat gordeta. Urteen poderioz, horietariko batzuk ulertu ditugu, beste batzuk ulertzeko bidean gara, eta nork daki zenbat gehiago ikustea suertatuko zaigun?

Guk, orri hauetan, mendeetan zehar ongi ezkutatuta egon diren zulo beltzak aztertuko ditugu. Nola aurreikusitako ziren, beren existentziaren onarpena, beraiengandik gaur egun ezagutzen ditugun hainbat ezaugarri, eta noski, etorkizunari begira irekitzen dituzten ateak. Baina hau guztia behar bezala ulertzeko, lehenik eta behin Einsteinen erlatibitate orokorraren teoria azaldu behar dugu, berak eman baitzion jaiotza oraindik amaitu gabe dagoen bidaia luze honi.

## 2. EINSTEINEN OPARIA

Erlatibitate orokorra grabitatea deskribatzen duen teoria bat da, 1916an Einsteinek argitaratua. Bere ekarpenen barne daude argiaren desbiazioa izar baten inguruan pasatzean, denboraren moteltzea, Merkurioren

perihelioaren desplazamendua, eta nola ez, guri interesatzen zaizkigun zulo beltzak.

Erlatibitate bereziak erakutsi zigun espazioa eta denbora erlatiboak direla, hots, abiadura ezberdinez higitzen diren behatzaileek luzeren eta denbora-tarteen neurketa ezberdinak egingo dituztela. Lorentzen transformazioak erabiliz, lortu zuen erlatibitate bereziak abiadura konstantez higitzen den edozein behatzailearen espazioaren eta denboraren nozioa erakustea. Hona hemen transformazio horiek (higidura  $x$  ardatzean soilik ematen bada):

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\y' &= y & z' &= z\end{aligned}$$

$v \rightarrow$  Bi behatzaileen arteko abiadura erlatiboa.

$c \rightarrow$  Argiaren abiadura  $3 \times 10^8$  m/s.

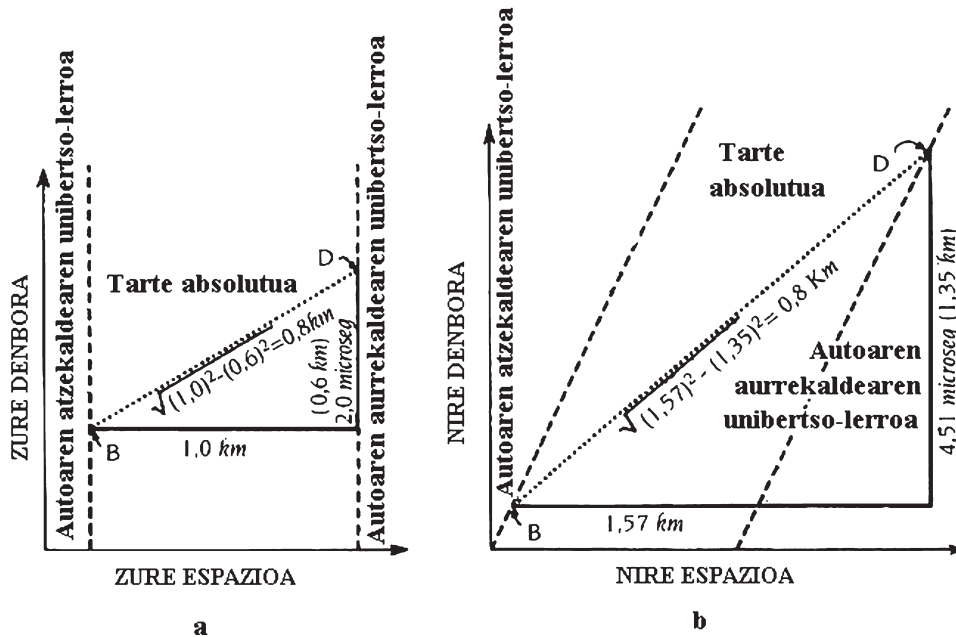
$x, y, z, t \rightarrow$  lehen behatzailearen koordenatu kartesiarrak.

$x', y', z', t' \rightarrow$  bigarren behatzailearen koordenatu kartesiarrak.

Hala ere, Hermann Minkowski konturatu zen bezala, unibertsoko fenomenoak azken batean *gertaerak* dira. Eta gertaera bat deskribatzeko lau zenbaki behar ditugu: hiru bere espazioko posizioa adierazteko eta bat gertatu den unea zehazteko. Gure mundua lau dimentsioko espaziodenbora baten bitartez deskriba dezakegu. Espazioa eta denbora bere kasa erlatiboak badira ere, espaziodenbora absolutua da. Hots, edozein behatzailek, bere higidura egoera edozein delarik ere, espaziodenborako tarte berdinak neurtuko ditu bi gertakariren artean (1 irudia). Ideia hori honako ekuazio matematikoaren bidez irudika dezakegu:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

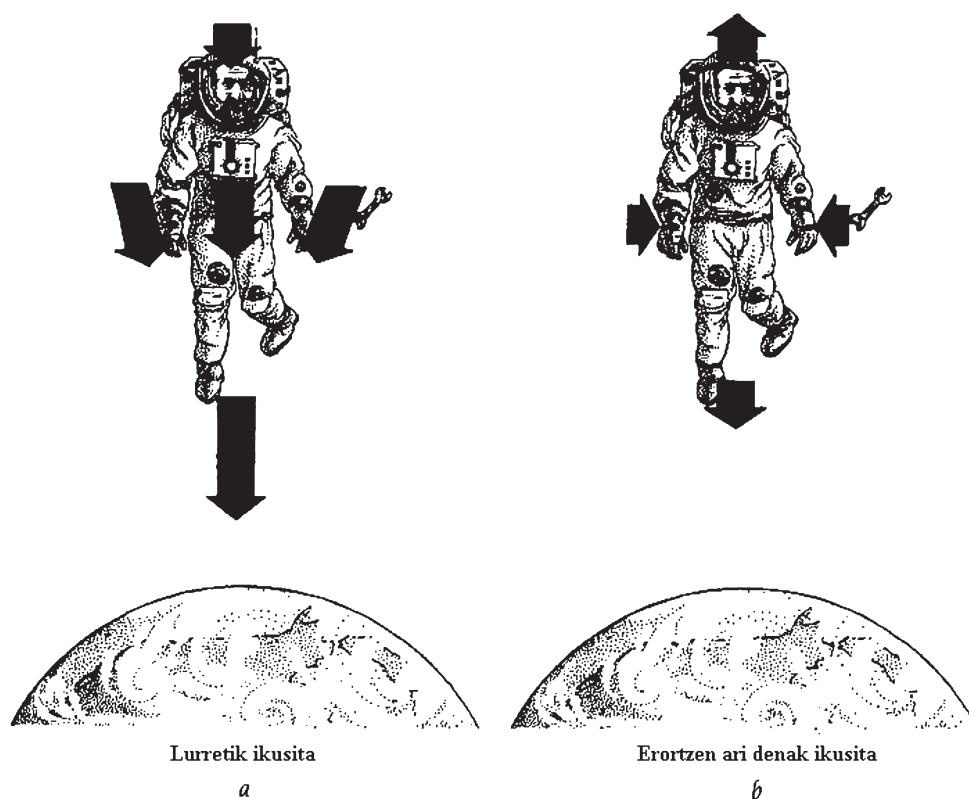
Ekuazio hori, lau dimentsioko espaziodenboraren Pitagorasen ekuazioa balitz bezala aurkez daiteke, eta forma diferentzian dago idatzita. Berau erabiliz lortu ditugu 1 irudiko zenbakiak. Kontu izan ekuazio horretan denbora beste espazio-dimentsio bat izan balitz bezala deskribatzen dela, **ict** espresioa erabiliz; bertan  $i = \sqrt{-1}$  eta  $c$  argiaren abiadura dira. Ikusi berri dugun ideia hori oso baliotsua izango da erlatibitate orokorra formulatzeko garaian. Ikus dezagun zergatia.



**1. irudia.** a) Zure espazioan kilometro bateko luzera duen auto batean bidaiatzen ari zara 162.000 km/s abiaduraz, nirekiko. Zure denbora-tartean, argi bat pizten da lehenik autoaren atzekaldean (B gertaera), eta 2 mikrosegundoren ondoren, beste argi bat pizten da aurrealdean (D). Bi gertaeren tarte absolutua, 0,8 km da zuretzat (espaziodenboran, denbora ere km-tan neurtzen da, eta balio horiek parentesien artean agertzen dira). b) Zu autoan zoazen bitartean, ni kalean nago zuri begira. B eta D gertaeren arteko nire espazio-tartea 1,57 km da eta denbora-tartea, 4,51 mikrosegundo. Hala ere, tarte absolutua berdina da: 0,8 km.

Giltza marea-indarretan dago. Bai, itsasoko mareak sortzen dituzten indar horietan. Newtonen grabitatearen teoriari jarraituz, espazioaren puntu bakoitzean grabitate-eremuak intentsitate ezberdinak dituelako azaltzen dira indarrok. Baina Newtonen azalpenek ez dute balio indar horiek ongi ulertzeko. Bere teorian grabitatearen aldaketa distantziarekiko agertzen da giltzarri gisa, baina zer distantzia? Nork neurtua? Espazioa erlatiboa baita. Horrela lurrerantz erortzen ari den astronauta baten egoera ez da berdina izango berak deskribatuta eta guk lurretik ikusita (2 irudia). Garbi dago azalpen horrek ez duela erlatibitate printzipioa betetzen, beraz beste zerbaiten bila hasi beharrean gaude.

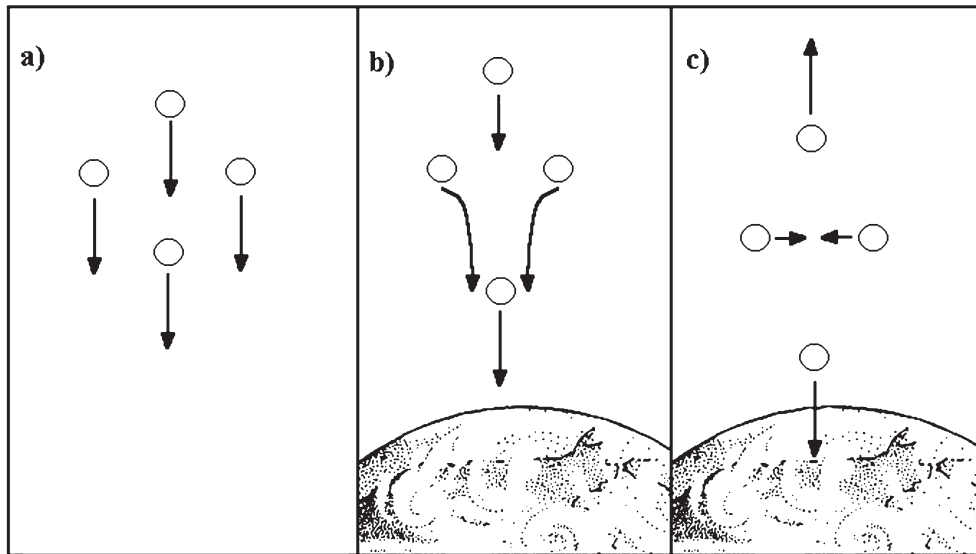
Saia gaitezen honi irtenbide bat aurkitzen. Demagun lau bolatxo hartzen ditugula eta lurretik urrun aske uzten ditugula erronbo itxuran utziz (3 irudia). Lurrera gerturatzen doazen neurrian, eremuaren eragina nabarmenagoa egingo da, eta beraien ibilbide zuzenak, aldatu egingo dira. Ibilbideok kurbatuak bilakatzen dira eremuaren eraginpean sartzean. Hemendik



**2. irudia.** Geziek indarren norabideak eta intentsitateak adierazten dituzte.

ondorioztatu zuen Einsteinek marea-indarrak, espazioaren kurbaduraren erakusgarri zirela. Baina erreferentzia-sistema batean espazioaren kurbadurak, beste batean denboraren kurbadura ere badakar, espazioak eta denborak harreman estuak baitituzte elkarrekin. Arazo handia da hori. Infinitu erreferentzia-sistema egon daitezkeenez, bakoitza abiadura eta azelerazio ezberdinekin, infinitu espazio eta denbora kurbatu dauzkagu! Izugarritzko anabasa!

Hemen agertzen zaigu ordea Minkowskiren espaziodenbora absolutua. Espazioa eta denbora independenteki tratatzeak, infinitu behatzaile horientzat guztientzat tratamendu berezia egitea dakar. Bakoitzak bere espazioa eta bere denbora izango lituzke. Baina oso bestelakoa da Minkowskik eskaintzen diguna. Halako *sare* absolutu bat daukagu, lau dimentsiokoa eta espaziodenbora deitzen duguna. Behatzaile individual bakoitzaren espazioaren eta denboraren distortsioak, espaziodenbora absolutuaren distortsio simple, bakar eta absolutu bat islatzen du. Nik ikusitako distortsioa, zuk beste modu batera deskribatuko zenuke espazioa eta denbora independenteki tratatuz gero, baina espaziodenbora absolutuan, nik deskribaturiko distortsioa



**3. irudia.** a) Lau bolatxo erronbo forman jarriak eremurik gabeko espazio hutsean. Geziek beren ibilbidea erakusten dute. b) Lurrera gerturatzean beraien ibilbidea nola aldatzen den dager. Goiko eta beheko bolatxoak urruntzen diren bitartean, ezker-eskuin bolatxoak gerturatu egiten dira. Geziek Lurreko behatzaile batek ikusiko lituzkeen ibilbide kurbatuak adierazten dituzte. c) Aurreko kasu bera, baina bolatxoekiko geldiunean dagoen behatzaile batek ikusia. b) eta c) kasuetan agertzen da ongi behatzaile ezberdinek ikusten dituzten kurbadura ezberdinak.

zuk deskribaturiko distortsio bera izango da! Honek, zalantzarik gabe, lana asko errazten du, baina gure ulermena pixka bat lausotzen da, espazioa eta denbora independenteki ikusten ohituak baikaude. Komeni zaigu beraz grabitate-eremu baten inguruan hainbat behatzailek denbora eta espazioa nola ikusten dituzten jakitea

Demagun eremu oso indartsu batean, behatzaile bat, O, zentrotik gertu dugula, eta bestea, K, urrun, eremuaren eraginak ahulak diren lekuren batean. O-rentzat espazioak ez ditu Euklidesen geometriaren legeak errespetatuko. Hots, bi zuzen paralelo marrazten hasita, beti topatuko dugu bi lerroak elkartzen diren punturen bat. Bere espazioa, esfera baten gainazala bezalakoa litzateke, espazio kurbatu bat. K-rentzat aldiz, eremuaren eragina oso txikia denez, espazioa ia-ia laua izango da. Euklidesen legeek bikain funtzionatuko dute bere erreferentzia-sisteman.

Denborak ere pairatzen du grabitatearen eragina. Horrela, O-ren erlojua, K-ren erlojua baino motelago joango da, hots, eremuaren sorburutik gertuago gauden neurrian, denbora-tarteak luzeagoak dira. Deskribatu berri dugun era horretara ulertu behar da espazioaren eta denboraren kurbadura, bakoitza bere aldetik hartuz gero. Hala ere, berriz esango dugu, deskribatu

berri ditugun ikuspuntu horiek, espaziodenboraren distortsio edo kurbadura berdin bati erantzuten diete.

Azaldu berri ditugun ideia horiek Riemannen geometria erabiliz irudika daitezke. Baina tentsoreen matematika alde batera utziz, gu, hurbilpen batzuk erabiliz zein egoeratan gauden ulertzen saiatuko gara. Demagun  $\Delta x$  eta  $\Delta t$ , grabitate-potenziala zero den leku batean behatzaile batek bi gertakarien artean neurturiko espazio- eta denbora-tarteak direla. Gertakari berberak M masadun objektu batetik r distantziara jazoz gero, behaturiko espazio- eta denbora-tarteak honakoak lirateke (hurbilpen bat dela ez ahaztu):

$$\Delta x' = \Delta x (1 - GM/c^2r)$$

$$\Delta t' = \Delta t (1 + GM/c^2r)$$

Beraz, espazio-tartea uzkurto egiten da, denbora-tartea dilatzen den bitartean.

Amaitzeko, espaziodenboraren kurbaduraren kausak aztertzea da teoria honen azken urratsa. Azkar ondorioztatzen da unibertsoan zehar dauden masek finkatzen dituztela kurbaduraren nondik norakoak. Masa handiagoek kurbadura bortitzagoak sorrarazten dituzte, eta ondorioz, eremu indartsuagoak (1 eranskina). Hori litzateke beraz erlatibitate orokorraren teoriak era orokor batean dioena. Orain ikus dezagun zer dakarkigun horrek guztiak gure bilaketan.

### 3. ZULO BELTZEN JAIOTZA

#### 3.1. Izarren hilerria

Izarrak, gu bezalaxe, jaio bizi eta hil egiten dira, eta guri, azken fase hori interesatzen zaigu gehien. Zer gertatzen da izar bat hiltzean? Izar batean bi indarrek dute garrantzia: presio-termikoa eta grabitate-indarra. Grabitate-indarrak izarren zentrorantz erakartzen du bere materia guztia, baina presio-termikoak, indar horren aurka eginez, oreka ematen dio izar bati.

Urteen poderioz, izarrek beren erregaia agortzen dute. Orduan grabitate gailentzen da eta izarren materia guztia zentrorantz amildu eta bere heriotza gertatzen da. Azter ditzagun gerta daitezkeen heriotza motak.

Gure izar gizajoak 1,4 eguzki-masa baino txikiagoa badauka, hiltzen denean nano zuri bat bilakatuko da. Nano zuriek Lurraren antzeko erradioak dituzte, baina beren masak Eguzkiarenaren parekoak dira. Hori horrela izanik, nano zuri baten koilarakada batek 5 tonako masa dauka!

## 1 ERANSKINA Einsteinen eremu ekuazioa

Einsteinen eremu-ekuazioak espaziodenboraren kurbadura bere kausekin lotzen du. Horrela, espaziodenboraren kurbadura, masa-dentsitatea bider argiaren abiaduraren karratua (masa, energia-dentsitate bihurtzeko) gehi materiaren presioaren hirukoitzaren proportzionala dela esaten du. Ekuazio hori edozein erreferentzia-sistemarentzat da baliozkoa.

Esan behar da ordea, orokorrean, materiaren masa dela kurbaduraren erantzule garrantzitsua, hots, presioa arbuiagarria dela gehienetan. Presioak neutroizko izar eta antzeko objektu berezietan du benetan eragina. Horregatik, artikuluan zehar masa aipatuko dugu gehien, askotan presioa ahantziz.

---

Baina nola da posible nano zuri bat orekan egotea? Ez al zen bada grabitatea presio-termikoa baino handiagoa? Horrela da bai. Oreka berri hori ulertzeko ordea mekanika kuantikora jo behar dugu. Demagun atomo bat hartu eta ahalik eta gehien uzkuritzen dugula. Lehen mugitzeko bolumen handiak zituzten elektroiak, orain leku oso txiki batean harrapatuta daude. Horrela, azken batean, elektroiairekin uhin luzera txikitzea lortu dugu, eta uhin-luzera txikiak energia handiak daramatzatenez, elektroiak abiadura handiz bibratzen hasten dira beren leku murriztean. Mugimendu horren ondorioz, materialak presio ikaragarri bat erakusten du edozein uzkuradura-indarri aurre egiteko. Presio horri elektroien endekapen-presioa deritza eta ez dauka materiaren tenperaturarekin zerikusirik, dentsitatearekin baizik; ondorioz ezin dugu ekidin izar baten heriotza heltzean.

Gauzak bestelakoak dira izarra 1,4 eta 3 eguzki-masen artean bada. Kasu horretan, grabitatea hain bortitza delarik, elektroien endekapen-presioari ere gailentzen zaio. Bere patua neutroi-izar bat bilakatzea da, 15 km-ko erradioa eta lehen aipaturiko masak dituzten objektu bitxiak. Heriotza horretan ere oreka berri bat agertzen zaigu: grabitatearen indarragatik, elektroiak nukleorantz amildu eta protoiekin elkartzen dira ( $e^- + p^+ \rightarrow n^0$  bezala idatz dezakegu). Elkarketa horretan neutroiak sortzen dira. Baina grabitateak ez du etsitzen eta neutroiak ere estutu egiten ditu. Hauek ordea, lehen elektroiek bezala, endekapen mugimendu batekin erantzuten dute eta aurrekoa baino askoz presio handiagoa sortuz, grabitatea geldiarazten dute. 1,4 eta 3 eguzki-masen tartea jarri izanaren arrazoia argitzea komeni da. Egia esan, gaur egun oraindik ez dago garbi zein izan daitekeen neutroi-izar baten masa maximoa, baina 1,5-etik 3-ra bitartean egon behar duela pentsatzen da (batzuek bi eguzki-masatan jartzen dute muga). Hala ere, zer gertatzen da izarrak masa maximo hori baino handiago badauka?

### 3.2. Inplosio geldiezina: zulo beltza jaio da

Eguzkiak baino 2-3 aldiz handiagoa den masa duten izarren heriotza oso dramatiko da. Beren grabitate-indarra hain handia delarik, neutroien endekapen-presioak ere ezin du inplosioa geldiarazi. Une horretan, ez dago munduan indarririk, inplosio ikaragarri hori geldituko duenik. Baina azter ditzagun hobeto inplosio horien nondik norakoak, erlatibitate orokorrak emaniko tresnak erabiliz.

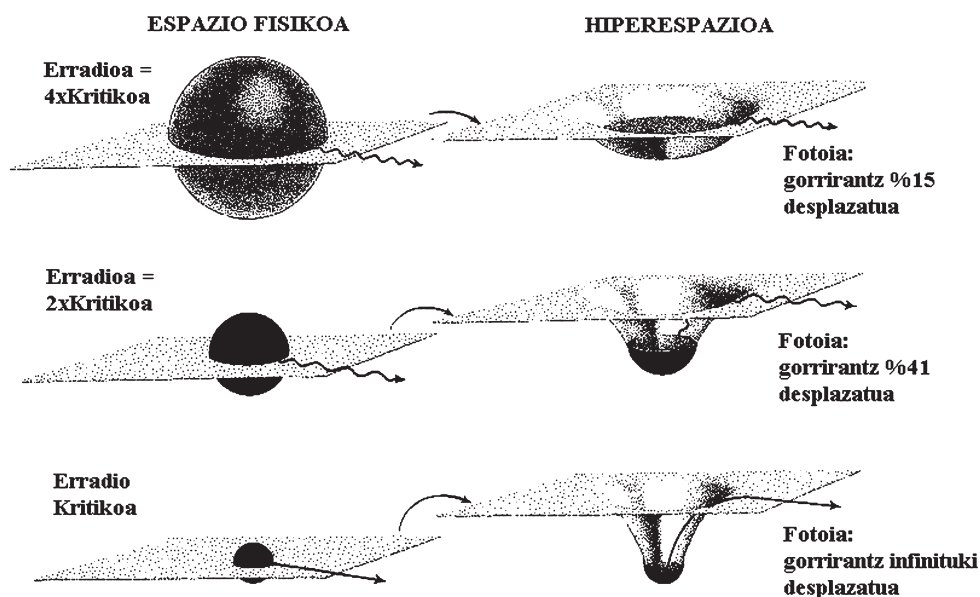
1916an, Karl Schwarzschildek argitu zigun izarren inguruko espaziodenboraren geometria nolakoa zen. Kalkulu horietaz baliatuz, Robert J. Oppenheimerrek inplosionatzen ari zen izar baten itxura zein den jakin nahi izan zuen. Baita lortu ere. Horrela, nahi dugun erreferentzia-sistematik izarren inplosioak duen itxura jakin dezakegu. Has gaitezen izar batekiko kanpoaldean geldirik dagoen behatzaile batekin. Kontuan izan beti distantzia berdinari eutsi behar diola behatzaileak, izarrerantz amildu gabe.

Izarra uzkuratzen doan neurrian, bere inguruko espaziodenboraren kurbadura areagotu egingo da. Ondorioz, izarrek igorritako argiak, gorrirako desplazamendu bat pairatuko du, hots, geroz eta uhin-luzera handiagoko argia igorriko du. Hori ulergarria da, kurbadura handiagotzen denean, denboraren fluxua moteldu egingo baita izar barruan, aurretik azaldu dugun eran. Beraz, atomoek igortzen duten argiaren maiztasuna txikiagoa izango da, eta noski, uhin-luzera, handiagoa. Efektu horri, Doppler grabitate-efektu deritzo.

Halako batean, izarren erradio jakin batean, argia infinituki desplazatuko da gorrirantz, hots, existitzeari utziko dio. Une horretan, gure izarra zulo beltz bat bilakatu da, argiak ere ihes egin ezin dion objektu bitxi bat. Erradio horri *erradio kritikoa* deritzo (4 irudia). Gure behatzailearentzat, argiaren maiztasuna nulua izateak inplikazio sakon bat du: **izarren gainazalean denboraren fluxua izoztu egin da!** Izarra uzkuratzen doan heinean, inplosioa moteltzen joango da eta denbora-fluxuaren moteltzearen arabera, erradio kritikoa geldituko da. Horrela, kanpoko behatzaile horrek ez du sekula izarra erabat uzkuratzen ikusiko. Erradio kritikoaren balioa kalkulatzeko ez da lan zaila. Schwarzschilden azterketaren ondorio gisa,  $R_{\text{kritikoa}} = 2GM / c^2$  dela daukagu. Beraz, izarren masak soilik finkatzen du erradio kritikoaren balioa.

Demagun orain izarren barruranzko mugimenduan dagoen behatzaile bat dugula, hots, inplosioarekiko geldiunean. Bere ikuspegitik inplosioa ez da erradio kritikoa gelditzen. Aurrera jarraitzen du, izarren masa gutzia bolumen nulu batean bildu arte. Une horretan gertatzen diren fenomenoak gure ulermenetik nahiko urrun daude gaur egun ere. Hala ere, aurrerago saiaturako gara *singularitate* deritzon puntu hori aztertzen.





**4. irudia.** Ezkerreko zatian, espazio fisikoan, izarra agertzen da, ekuatorean espazio-orri bat sartuta, eskuineko diagrama nondik moztu den adierazteko. Eskuineko zatian, insertzio-diagramak agertzen dira. Bertan ageri da espazioak izango lukeen bi dimentsiotako kurbadura espazio-orritik moztuta eta hiru dimentsioko hiperespazioan sartuta. Hiperespazio hori diagrama irudikatzeko asmatu den dimentsio bat da. Diagramako balizko bi dimentsioko izakiek ezingo lukete inoiz hauteman. Beraiek marraztuta dagoen gainazalean bakarrik bizi ahalko lirateke. Azkenik, aipatu agertzen diren hiru izarrak masa berdinekoak direla.

Emaitza horiek, arras arraroak edonorentzat, ez ziren berehalakoan onartu fisikarien artean. Erlatibitateak behatzaile ezberdinek eginiko neurketak ezberdinak zirela erakutsi zigun arren, inork gutxi pentsatzen zuen horrenbesteko ezberdintasuna egon zitekeenik bi behatzailearen artean. Nola da posible batentzat izarrak uzkuzteari uzten dion bitartean, besteak inplosio geldiezina ikustea? Oppenheimerrek izarren barneko faktore asko arbuaitu zituen bere kalkulua errazteko asmoz. Horrela, bere izarrak ez zuen biratzen, presio-termikorik ez zuen, erreakzio nuklearrik ere ez... asko ziren faktore horiek zulo beltzen sorrera ekidingo zutela pentsatzen zutenak.

Zalantzak zalantza, 25 urte beranduago ordenagailuen bidez eginiko simulazioetan Oppenheimerrek aurreikusi zuena gertatzen zela baieztatu zen, jada ikusi ditugun ondorioak eta guzti. Hala ere, oso zaila da onartzea bi behatzailearen arteko ikuspuntua horren ezberdina izan daitekeela, eta horrela gertatu zitzaizen horren aurkako iritziari eutsi zioten fisikari askori beranduago ere. Batzuek esaten zuten mekanika kuantikoa eta erlatibitate

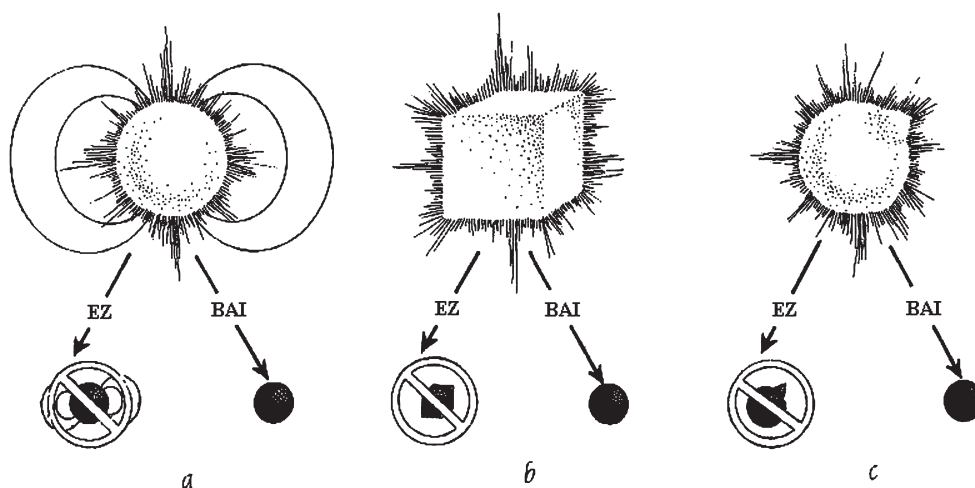
orokorraren elkarketak inplosio hori etengo zuela, baina gaur egun ere urrun samar ikusten da grabitate kuantikoaren teoria desiratu hori.

Errepasa ditzagun ikusitako kontzeptuak. Erradio kritikoa, zulo beltzaren erradioa da. Singularitatea, zuloaren zentroa dela diogu. Zulo beltza hasten den lekua, kanpoaldetik begiratuta, *gertakariaren zerumuga* da. Zerumuga zeharkatzen duen oro, betirako zulo beltzean harrapatua geldituko da, irte-teko eta seinalerik bidaltzeko aukerarik gabe; hitz batean, unibertsoetik isolatuko da. Horixe da beraz, zulo beltz baten irudia, oraingoan bederen.

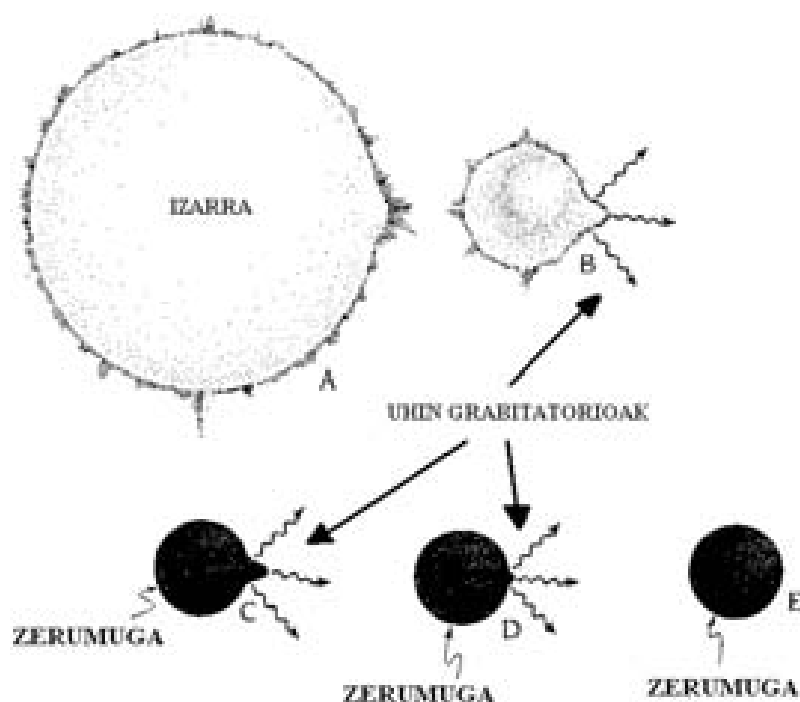
#### 4. ZULOEN EZAUGARRI NABARMENENAK

##### 4.1. Zulo beltzek ez dute ilerik

Horrela da, bai, zulo beltzak burusoilak dira. Horrek esan nahi du zulo beltz bat osatu aurretik genuen izarrari buruzko informazioa galdu egiten dela inplosioa gertatzean. Informazio hori, ilea deitzen duguna, izarraren forma, bere eremu magnetikoa eta horrelako ezaugarriak dira. **Izarra edonolakoa delarik ere, bere inplosioak zerumuga esferikoko zulo beltz bat emango du beti** (5 irudia). Hala ere, badaude zulo beltzak gordeko dituen hiru ezaugarri: izarraren masa, karga elektrikoa eta momentu angeluarra. Ezaugarri horiek ezin dira erradiazio moduan askatu inplosioan zehar, eta beraz, zulo beltzak, gorde egiten ditu, behin eratu ondoren. Bestelako ile guztia, inplosioan zehar, erradiazio moduan askatuko da (6 irudia).



**5. irudia.** Inplosioen emaitza: a) Eremu magnetikoaren lerroak. b) Izar kubikoa. c) Mendidun izarra.



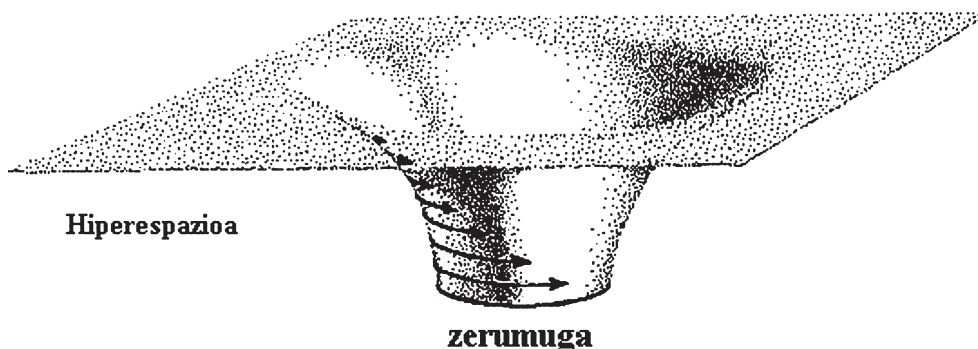
6. irudia. Mendidun izar baten inplasioa pausoz pauso.

Horrek guztiak ondorio harrigarri batera garamatza: **nahikoa da hiru ezaugarri jakitea zulo beltz bat deskribatzeko: masa, karga elektrikoa eta momentu angeluarra.** Ez dute erraztasun hori ematen gainontzeko objektu makroskopikoek, izarrak, planetak edo gizakiak barne. Sinpletasun hori oinarritzko partikuletan bakarrik topa dezakegu. Batzuek analogia hori ez dute bere horretan utzi, baina horri buruz beranduago mintzatuko gara.

#### 4.2. Espazioko zurrunbiloak eta haien energia

Zulo beltzek duten biratzeko gaitasunak beste ondorio txundigarri horietariko batera eramango gaitu. Dirudienez, zuloa biraka ari den heinean, bere inguruko espazioari *eutsi* eta berekin batera birarazten du. Horrela, espazioan zurrunbilo bat sortzen da, airean sortzen direnen oso antzekoa (7 irudia).

1969an, Roger Penrose, zurrunbiloaren barnean zuloaren errotazio-energia metatzen zela ohartu zen. Eta zurrunbiloa zerumugaren kanpoaldean dagoenez, energia hori kanpoko izakiek erabil dezakete. Gezurra badirudi ere, izugarritzko energia kantitateei buruz mintzo gara. Bere abiadura



**7. irudia.** Espazioko zurrunbiloak, intertzio-diagraman. Gezien luzerak errota- zio-abiadura adierazten du.

maximoan biraka dabilen zulo beltz batek, **eguzkiaren erregai nuklear guztiak baino 48 aldiz energia gehiago eman dezake!** Agian etorkizune- ko zibilizazioaren batek asmatuko du nola erabil daitekeen energia hori guz- tia eta buruhauste asko kenduko ditu gainetik.

#### 4.3. Zulo beltzen mekanika eta termodinamika

Lan handiko urte askoren ondoren, azkenik ere zulo beltzen mekanika- ren legeak ezartzea lortu zen. Beraien itxura, termodinamikaren oinarritzko legeen oso-oso antzekoa zen. Antzekotasun hori garbi geldu dadin, egin de- zagun konparaketa:

—**Zero legea:**

- *Zulo beltzen mekanika:* Zerumugako gainazal-grabitateak ( $\kappa$ ) ber- dina izango da zerumugako puntu guztietan denborarekiko inde- pendentziaz.
- *Termodinamika:* Tenperatura ( $T$ ) berdina izango da oreka termi- koan dagoen sistema baten edozein puntutan.

—**Lehenengo legea:**

- *Zulo beltzen mekanika:*  $\delta E = \kappa \delta A / 8\pi + \Omega \delta J + \Phi \delta Q$   
Ekuazio horrek harremanetan jartzen ditu zulo beltzaren masa-al- daketa ( $\delta E$ ), zerumugaren azalera-aldaketa ( $\delta A$ ), momentu ange- luarraren aldaketa ( $\delta J$ ) eta karga elektrikoaren aldaketa ( $\delta Q$ ).
- *Termodinamika:*  $\delta E = T \delta S + P \delta V$   
Kasu honetan, sistema baten barne-energiaren aldaketa ( $\delta E$ ), en- tropiaren aldaketa ( $\delta S$ ) eta sistemarengan eginiko lanaren ( $P\delta V$ ) arabera adierazten da.

—**Bigarren legea:**

- *Zulo beltzen mekanika:*  $\delta A \geq 0$   
Honen arabera, zulo beltz baten zerumugaren azalera denboran zehar, handitu edo gutxienez berdin mantentzen da.
- *Termodinamika:*  $\delta S \geq 0$   
Oraingoan sistema baten entropia da denboran zehar txikitu ezin dena.

Nork esan dezake antzekotasunik ez dagoela? Ba Jacob Bekenstein fisikariak bi lege multzoen antzekotasunak ondorio sakonagoak zituela proposatu zuenean, fisikariek ez zioten begi onez begiratu. Berak zioen zerumugaren azalera, nola hala, zulo beltzaren entropiarekin harremanetan zegoela, eta analogiaz, zerumugaren gainazal-grabitatea tenperaturarekin. Ideia ez zen oso gustukoa, zulo beltzak irradiatuko ez balu, termodinamikaren bigarren legea hautsiko bailuke bere inguruko erradiazioa irenstean. Eta noski, zulo beltzek ezin dute inolaz ere irradiatu, ala bai?

**4.4. Zulo beltzak lurrindu egiten dira**

Hasieran nahiko argi esan dugu zulo beltzetik ezin duela ezerk alde egin. Behin zerumuga zeharkatuta, ezin gara berriro ere kanpoaldera itzuli. Hala ere, 1974an, uste guztien aurka, Stephen Hawkingek erakutsi zigun **zulo beltzek irradiatu egiten dutela!** Mekanika kuantikoa eta erlatibitate orokorraren elkarketa partzial bat erabiliz heldu zen ondorio harrigarri horretara. Baina, nola da hori posible? Azalpenak ulertzeko, lehenik eta behin kuantikaren funtsezko kontzeptu bat ulertu behar dugu: hutsunaren fluktuazio kuantikoak.

Kuantikan uhin/partikula dualitatea dela eta, fluktuazio kuantikoak azaltzerako garaian bi ikuspegi har ditzakegu: partikula/antipartikula bikote birtualena edo eremu-uhinena. Bata zein bestea, Heisenbergen ziurgabetasun-printzipioarekin azal daitezke. Gu lehenengo ikuspegitik arituko gara, akaso errazago uler baitaiteke, baina kontuan izan bi ikuspegiak guztiz baliokideak direla.

Fluktuazio kuantikoak azaltzeko posizioa eta momentu linealaren ziurgabetasuna ematen duen ekuazioa darabilgu:  $\Delta \mathbf{r} \times \Delta \mathbf{p} \approx \hbar$ ; bertan  $\Delta \mathbf{r}$  posizioarekiko ziurgabetasuna,  $\Delta \mathbf{p}$  momentu linealarekiko ziurgabetasuna eta  $\hbar$  Plancken konstantea  $2\pi$  faktoreaz zatituz dira. Demagun espazio zati huts batean gaudela, eremurik eta partikularik gabeko esparru batean. Esparru hori zehazteagatik bakarrik espazioaren zati finitu bat hartu dugu. Ezinezkoa da zati finitu hori zehaztasun osoz finkatzea, beraz  $\Delta \mathbf{r}$  ziurgabetasun txiki bat dugu. Horrela,  $\Delta \mathbf{r} > 0$  denez, ezin gerta daiteke  $\Delta \mathbf{p} = 0$  izatea, Heisenbergen ekuazioak planteatzen duen berdintza ez bailitzateke beteko.

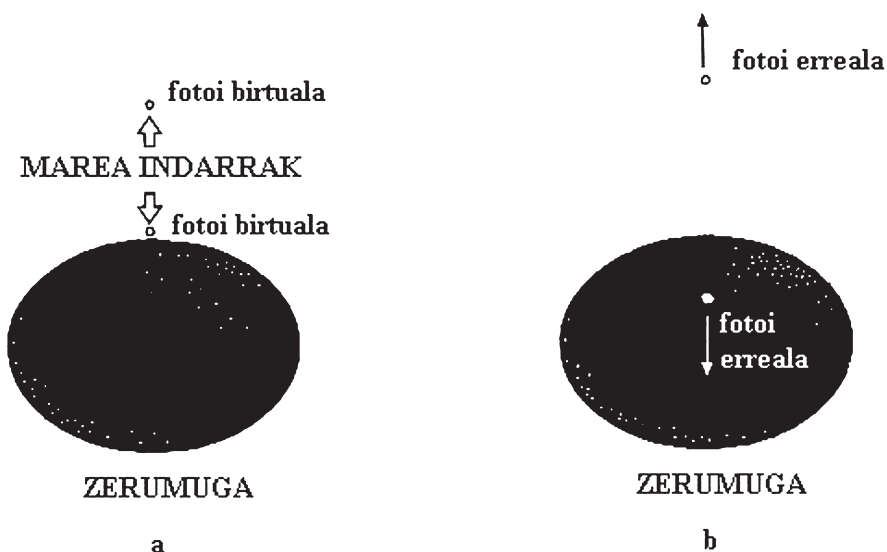
Zuzenak izateko,  $\Delta\mathbf{p} \approx \hbar / \Delta\mathbf{r}$  izan behar du. Denok dakigu momentu lineala masa eta abiaduraren arteko biderketa dela, hots, ziurgabetasun-printzipioak masadun eta abiaduradun *zerbait* sortzera behartzen gaitu espazio huts batean. *Zerbait* hori, zalantzarik gabe, partikulak dira. Kontuan izan,  $\hbar = 1,055 \times 10^{-27}$  ergio segundo dela, hots, oso balio txikia. Balio ñimiño hori  $\Delta\mathbf{r}$  balioaz zatitzean, oraindik ere balio txikiagoa lortuko dugu. Zer esan nahi du horrek? Gure bizi arrunteko distantzietan, fluktuazio kuantikoak ezin direla inondik inora hauteman. Baina distantzia oso txikietan, fluktuazio horiek funtzio garrantzitsua dute.

Lehen esan dugu ordea, partikula-sorrera binaka gauzatzen dela, partikula/antipartikula bikote birtualetan hain zuzen ere. Zergatik? Espazio huts sean, energia-balantzea nulua da beti. Beraz, partikula/antipartikula bikote birtual bat sortzean, espazioko esparru batean energia negatiboa uzten dute (hutsuneari energia *lapurtzen* diete). Kuantikako legeek ez diote esparru horri denbora gehiegi uzten energia negatiboa izaten. Horrela, partikula/antipartikula bikoteak elkar deuseztatzen du eta hutsunetik hartu den energia berriro ere itzultzen da. Prozesu horiek modu ausazko eta guztiz zehaztugabea gertatzen dira, eta haiek dira fluktuazio kuantikoen sorreraren eragileak.

Bestalde, ezin gara ahaztu fluktuazioak edozein motatakoak izan daitezkeela. Adibidez: fluktuazio elektromagnetikoei buruz mintzo bagara, fotoi bikoteen sorrera eta deuseztatzeari buruz mintzo gara, edo bere baliokidea den uhin elektromagnetiko positibo eta negatiboei buruz. Baina fluktuazioen ondorioz, elektro/positroi bikoteak ere izan ditzakegu, baita grabitoi bikoteak ere (grabitate-fluktuazioak). Interesgarria da jakitea ordea, gaur egungo teknologian fluktuazio elektromagnetikoak erabiltzen diren bitartean, grabitate-fluktuazioak oraindik ere ez direla antzeman, oso-oso ahulak baitira. Suposatzen da beraien eragina  $10^{-33}$  cm-ko distantzia txikietan dela benetan esanguratsua. Gure teknologia oraindik ez da heldu horren distantzia txikiak aztertzerara.

Badago hala ere gorago aipatu eta azaldu ez dugun beste hitz bat: partikula/antipartikula bikote *birtualak*. Zer esan nahi du *birtual* hitzak kasu horretan? Ba partikula horiek ez direla errealak. Esan dugu fluktuazioek, azken finean balantze nuluko energiak dituztela. Beraz, bikote horiek ez dira errealak, ez dute energia positiborik. Baina kanpoko eragileren batek energia nahikoa emanez gero, erreal bihurtu daitezke, eta horixe da hain zuzen ere zulo beltzen irradiatzeko gaitasuna baimentzen duen ideia. Ikus dezagun nola.

Zulo beltz baten zerumugaren inguruan, fluktuazio kuantikoak gertatzen dira. Demagun bi fotoi sortu direla, fotoia bere bururaren antipartikula baita (8 irudia). Fotoi horiek elkarrengandik urrun daitezke, eremuaren energiak balio positiboa hartu duen espazio zatian badaude. Zati hori nahiko



### 8. irudia.

handia bada, gutxigora behera zerumugaren perimetroaren antzekoa, bi fotoiak perimetroaren laurden bat urrun daitezke. Kontuan izanik zerumugaren inguruan grabitatearen intentsitatea oso bortitza dela, fotoi horiek energia handiak jasoko dituzte grabitatearen azelerazioari esker. Energia hori nahikoa izango da bi fotoiak erreal bihurtzeko eta elkarrengandik asartzeko.

Fotoi bat zerumugan erori eta desagertuko da, baina besteak alde egitea lortuko du, zulo beltzaren masa zatitxo oso-oso txiki bat eramanez. Bai, berak hartu duen energia zuloaren eremutik hartu baitu, eta energia eta masa azken finean gauza bera direnez, zuloaren masa berarekin eraman du. Horrela, poliki-poliki, zulo beltza bere masa galtzen joango da eta zerumugaren azalera murriztu egingo da, **azkenik zulo beltza desagertu arte!** Gure zulo beltza lurrindu egin da erradiazio pila bat utziz.

Hala ere, prozesu hori zeharo motela da. Zulo beltz arrunt batek, bi eguzki-masakoa adibidez,  $1,2 \times 10^{67}$  urte behar ditu lurrintzeko! Urte kantitate hori handiagoa bilakatzen da zuloaren masa handiagoa den neurrian.

Aurreko puntuaren amaieran zulo beltzen irradiatzeko ezintasuna jarri dugu Bekensteinen ideia alde batera uzteko aitzakiatzat. Baina noski, Hawkingen kalkuluen ondoren egoera aldatu egin da. Lasai esan dezakegu aipaturiko irradiatzeko gaitasunak Bekensteinek proposaturiko analogiak dakartzala ondorio gisa. Hala da, zulo beltzek entropia eta tenperatura jakin

bat dituzte, eta horiek, hurrenez hurren, beren zerumugaren azalera eta gainazal-grabitatearekin estuki lotuak daude.

$$S = Akc^3 / 4\hbar G \text{ non } k \text{ Boltzmanen konstantea den,}$$

$$T = \hbar c^3 / 8\pi kGM \text{ M zulo beltzaren masa izanik}$$

## 5. SINGULARITATEAK ETA GRABITATE KUANTIKOAREN TEORIA

Singularitateen historia nahiko xelebrea izan dela esan beharko genuke. Oppenheimerren kalkuluan agertu ziren lehenengo aldiz, zulo beltzen jaiotzarekin batera, baina inori ez zitzaizkion gustatzen. Singularitateen historia, berauek ekiditeko ahalegin handien historia izan da, Penrose iritsi zen arte.

Espaziodenboraren topologia aztertuz, Penrosek singularitatearen teorema deritzona plazaratu zuen. Horren arabera, edozein izarrek nahiko grabitate-indar badi zerumuga bat sortzeko, ezinbestez singularitate bat sortuko du bere barnean. Zulo beltz guztiek zerumugak dituztenez, zulo beltz guztiek singularitateak dituzte. Hain ideia sinplea, kalkulu matematiko oso korapilotsuen ondorioa izan zen, eta ez zen 1964. urtera arte jakin. Zer dute singularitateek fisikari guztien atzerakada sortzeko?

Has gaitezen ezagutu zen lehen singularitatea aztertzen, lehena eta sinpleena. Oppenheimerren ekuazioek argi adierazten zuten, singularitatea dentsitate infinitu eta bolumen nuluko puntu bat zela, hots, izarraren materia guztia dimentsiorik gabeko puntu batean bildurik. Puntu horretan, espaziodenboraren kurbadura infinitua bilakatzen da eta gainera, espaziodenbora bera, bukatu egiten da. Ez dago ezer singularitatearen beste aldean. Egoera hori paper puska baten antzekoa da: paper puska batean bizi den bi dimentsioko izaki batentzat, ezer ez dago paperaren ertzaz harantzago; ez dago paperik paperaren ertzaren beste aldean. Horixe da singularitatea guretzat, muga absolutu bat.

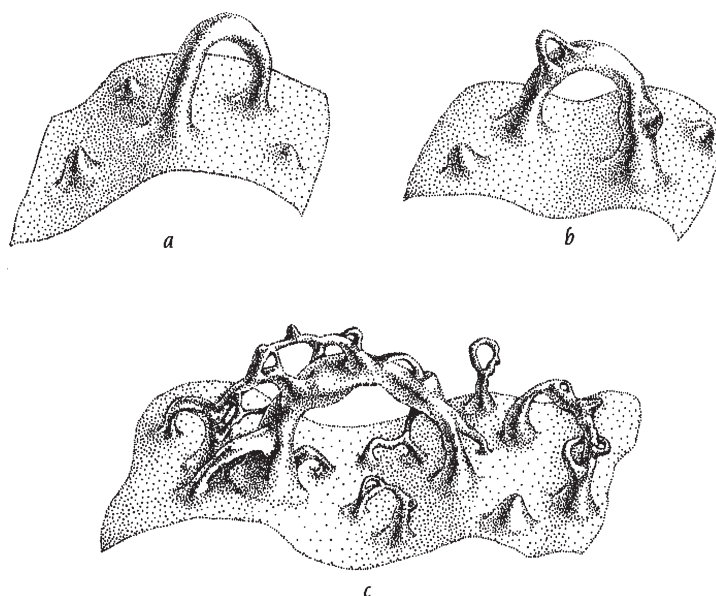
Bestalde, espaziodenboraren kurbadura infinitua izateak, marea-indarrak infinituak izatea dakar. Zer esan nahi du horrek? Demagun astronauta bat zerumuga zeharkatu eta singularitaterantz amiltzen dela. Singularitatearen marea-indar infinituek, bere gorputza erradialki luzatuko dute txikle bat bailitza. Aldi berean, lateralki uzkurto litzateke. Astronautaren burua eta oinen arteko distantzia infinitu bilakatuko litzateke, baina bere burua ez litzateke zerumugatik irtengo. Era berean, gure astronautak ez luke zabalera-rik izango, uzkurdura-indarrak direla medio.

Infinitu horiek guztiak ez dira oso seinale erakargarriak fisikarientzat. Horregatik, askok uste dute singularitatea egokiro deskribatzeko erlatibitate orokorra ez dela nahikoa. Fisikariak, grabitate kuantikoaren teoriaren



bila dabilta jo eta ke, teoria horrek singularitatea behar bezala azal dezakeen ikustearren. Beraien arabera, mekanika kuantikoa erlatibitatearekin behar bezala elkartuz, singularitatean ezingo litzateke grabitatea infinitu bilakatu, kuantikak ez luke horrelakorik baimenduko. Gaur egun ordea, ez daukagu horrelako teoriarik. Elkarketa partzial batzuk lortu dira, zulo beltzen lurrinketan ikusi bezala, baina urrun gaude grabitate kuantikoaren teoria oso bat gauzatzetik. Badirudi oraingoz supersoken teoria dela helmuga horretara heltzeko hautagairik onena, baina guk ez dugu hemen horren inguruan gehiegi hitz egingo (2 eranskina). Horren ordez, dakigunarekin singularitateen ulermen traza batzuk hartuko ditugu.

Singularitate mota guztien artean, errealitatera gehien hurbiltzen dena, BKL (Belinsky, Khalatnikov eta Lifshitz) singularitatea izan daiteke. Azken hurbilketen arabera, singularitate horretan espaziodenbora hautsi egiten da. Espazioa eta denbora independente bilakatzen dira berriro, are gehiago, denbora desagertu egiten da. Une horretan, gertakari bat bestea baino lehenago gertatu denik ezin dugu esan, *noiz* bezalako kontzeptuek ez dute balio. Espazioa ere ez da guk ezagutzen duguna. Apar ausazko eta ezin definitua bihurtzen da, olatu bat lehertzen denean ikusten dugun apararren antzera. Probabilitateen mende egonik, inork ezin du esan nolako itxura duen, itxura konkretu batzuk izateko duen probabilitatea bakarrik ezagutzen baitugu (9 irudia). Espazioa, *apar-kuantiko* bilakatzen da.



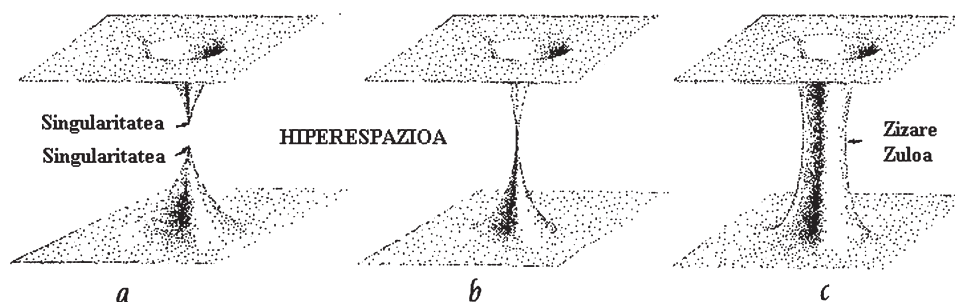
**9. irudia.** Apar-kuantikoaren adibide ezberdinak. Gure probabilitate-ezagutzaren adibide gisara, a motako espazio-geometriak 0,49ko probabilitatea izan dezake, b-k 0,03, c-k 0,21 eta horrela beste forma askorekin.

Baina lehen esan dugun bezala, singularitateen ulermena oraindik ere ez da batere ona. Beraz, oraingoz alde batera utzi eta zulo beltzek ematen dizkiguten beste aukera batzuk aztertuko ditugu.

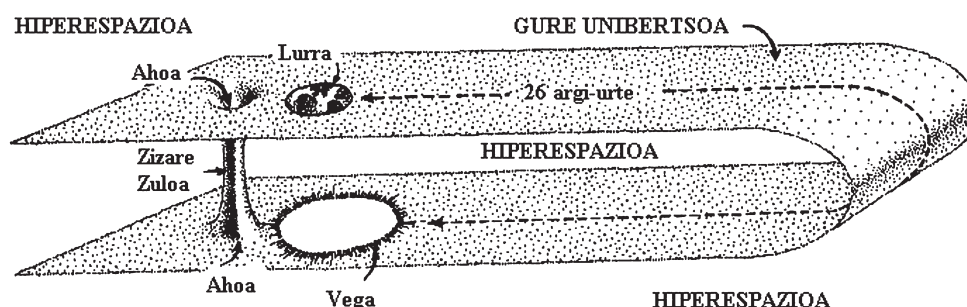
## 6. DENBORA-MAKINAK: FIKZIOA ALA ERREALITATEA?

Edonoren burutik pasa da denboran zehar bidaiatzeko aukera, ezta? Loteriaren zenbaki irabazleak ikusi eta gure papertxoan idatzi diru pilo bat irabazteko. Ametsak azken finean. Edo ez?

Erlatibitate orokorraz baliatuz, denboran zehar bidaiatzeko aukera batzuk badaudela ikusten da. Giltzarria *zizare-zuloetan* daukagu. Zizare-zuloak espazioko bi puntu lotzen dituzten hiperespazioko bidezidorrak dira (10 eta 11 irudiak). Beraien sorrera lotzen dituzten bi puntu horietan singularitate bana egoteagatik gertatzen da, baina egia esan, espazioaren forma egokia izan behar dugu, eta hori kasualitate handiegia da. Hala ere, teoriarik posible da.



**10. irudia.** Intersertzio-diagrama. Bi zulo beltzen singularitateen ondorioz zizare-zulo bat nola sortzen den.



**11. irudia.** Intersertzio-diagrama. Lurra eta Vega izarra lotuko lituzkeen balizko zizare-zulo baten adibidea.

Demagun beraz, zizare-zulo bat sortu dugula. Orain arazoa zuloa irekita mantentzean dago, zulo horiek erradiazioaren ondorioz berehala deusezten baitira. Baina aukera bat dugu berriz ere: zuloa *material exotiko* deritzonaz zeharkatu. Material horren ezaugarri nagusia argi izpi batetik ikusita antzematen zaion energia-dentsitate negatiboa da. Arraroa badirudi ere, dentsitatea kontzeptu erlatiboa da, eta baliteke era horretako materiala existitzea. Zulo beltzen inguruan dauzkagun fluktuazio kuantikoak, hain zuzen ere exotikoak dira. Materia exotikoak, hitz teknikoetan, batezbesteko energia ahularen baldintza hausten duela esaten da. Baldintza hori, matematikoki honela adierazten da:  $T_{ab} v^a v^b \geq 0$ ; bertan  $T_{ab}$  energia-dentsitatea da eta  $v^a$ ,  $v^b$  denbora-motako bektoreak dira. Denbora positiboa izango denez, energia-dentsitatea negatiboa izatea da baldintza hori hausteko era bakarra.

---

## 2 ERANSKINA

### Supersokak eta zulo beltzak

Eranskin hau supersoken inguruan zerbait dakitenei zuzendua dago, beren jakinmina pixka bat asetzeko.

Lehenago aipatu dugu zulo beltzak eta oinarrizko partikulen arteko antzekotasuna. Analogia horrek bere indar handiena supersoken teoriarekin hartzen du. Teoria horri jarraituz, dimentsio kiribilduetan hiru dimentsio soka batek (hiru-brana bat) esfera bat inguratzen duenean, zulo beltz baten grabitate-eremu bera sortzen du. Makroskopikoki zulo beltz bat da. Esfera hori txikitzen doan neurrian, bere joera hori baita, zuloa masa galduz doa eta azkenik, masa gabeko zerbait bihurtzen da. Zerbait hori, espazioren topologia aztertuz, oinarrizko partikula bat dela ikusten da. Interesgarria litzateke jakitea hau ote den zulo beltzen lurrinketaren azken fasea. Baina ez dakigu.

Bestalde, aipatu, supersokek zulo beltzen hainbat propietate azaltzea lortu dutela, hala nola, beren entropia. Baina benetan grabitate kuantikoaren teoria zuzena dela frogatzeko lekuri onenean, hots, singularitateetan, oraindik ez du emaitzik eman. Beraz, guk, singularitateei buruz orain arte ikasi duguna ez da aldatzen. Gaur egun, azalpen onena, gezurra badirudi ere, guk emandakoa da.

---

Zulo horiek espaziodenboraren kurbaduren ondorio direnez, denbora-fluxua ez da berdina beraien barnean eta kanpoan. Ezaugarri hori da denbora-makina mota bat egiteko aukera ematen diguna. Makina hori zizare-zuloen ahoen abiadura ezberdinetan oinarritzen da. Har dezagun aho bat eta joan gaitezen argiaren inguruko abiaduraz 6 orduan eta gero, itzul gaitezen berriro beste ahoa utzitako lekura. Bigarren ahoarekin zegoen gure lagunarentzat, gure 12 orduko bidaia, 10 urtetako bidaia izan da erlatibitate

bereziaren arabera. Beraz, bi ahoak Lurrean daudenean, bidaiatu duen ahotik begiratuz gero, 10 urte atzeragoko gauzak ikus daitezke, eta ahoan sartzen bagara beste aldetik irteteko, **10 urte atzera bidaiatu dugu!** Eta noski, 10 urte atzera eginda gero, bertako lagunen bati etorkizunera bidaiatzeko gonbita luza diezaiokegu, irten berri garen ahoa zeharkatuz. Kontu izan, zizare-zuloa ez dela denbora-makina bihurtzen aipaturiko bidaia bukatu arte.

Orain ordea galdera bat planteatu behar dugu: utziko al digu naturak denbora-makina bat egiten? Galdera honen erantzuna, beste behin, grabitate kuantikoaren teoriak emango du. Hala ere, gaur egun dakigunarekin, badirudi ez dela posible horrelakorik. Zizare-zulo batean dauden fluktuazio kuantikoek, dirudienez, zuloa deuseztatzen dute, hori denbora-makina bihurtu baino zertxobait lehenago. Hawkingek, ustezko ondorio hori zabaldu egin du: bere ustez, fluktuazioek, sortu baino lipar bat lehenago deuseztatuko dute denbora-makina, dela zizare-zuloetan oinarriturikoa, dela beste edozein. Deuseztatze hori nola gerta daitekeen ez dugu azalduko, baina esan beharra dago, gaur egun, fisikari gehienak Hawkingen iritzikoak direla. Egin diren kalkuluek ez dute bestelako interpretaziorik onartzen. Baina oraindik ere grabitate kuantikoaren teoriak du azken hitza. Beraz, ameslariek badute heldulekurik beraien iritzia mantentzeko. Nork jakin?

## 7. BIDE BERRIAK IKERKUNTZARENTZAT

Zulo beltzen inguruan esan dugun guztiak bide berriak irekitzen ditu bai behatzaileentzat, baita teorikoentzat ere, hots, ikerkuntza berrientzat. Unibertsoaren behaketaren ondorioz, hainbat objektu ezezagun aurkitu dira: kuasarrak, pulsarrak, erradiogalaxiak... Guztiak teknologiaren aurrerakadak ekarriak, zulo beltzen teoria mailako ulermena heldu arte ezin ziren ongi azaldu. Gaur egun, esaterako, kuasarrak eta erradiogalaxiak zulo beltzen bitartez azaltzen dira.

Singularitateen behaketarena da fisikarien beste erronka nagusia. Nahiz eta Penrosen *zentsura kosmikoak* singularitate biluzirik ez dagoela esaten duen, bada aukera bat zerumugarik gabeko singularitateak topatzeko. Hawkingen ustez, zulo beltz bat lurrintzean, ez da guztiz desagertzen. Prozesuaren amaieran, *zerbait* gelditzen da. Ez dakigu ziur zerbait hori singularitate biluzia denentz. Hala ere, berau behatu ahal izateko, Big-Bang garaian sorturiko minizulo beltzak dira aukera bakarra. Beraien lurrinketa-denbora kalkulatu, gaur egun amaitu behar lukete prozesu osoa. Beraz, astro berezi horien behaketan jarriak dira hainbat astronomo.

Dena dela, zulo beltzek hainbat misterio argitu dituzte. Aipatu ditugu erradiogalaxiak eta kuasarrak. Gure galaxiaren zentroan dauden izarren traslazio-abiadura ikaragarriak zulo beltz erraldoien bidez azaltzen dira.

Baina irekita utzi dituzten misterio berriak dira zulo beltzen gauzarik interesgarriena. Singularitateak, denbora-makinak, hiperespazioko bidaiak... etorkizunerako erronka handiak utzi dizkigute. Eta hori guztia zuzenean behatu ezin izan diren astroek eskainia, hots, naturaren kume ezkutuak diren zulo beltzek eskainia.

## BIBLIOGRAFIA

- P. DAVIES. 1995. *En busca de las ondas gravitatorias*. Salvat Editores, S.A., 1. edizioa, Bartzelona.
- A. EINSTEIN. 1998. *Sobre la teoría de la relatividad especial y general*. Ediciones Altaya, S.A., 1. edizioa, Madril.
- S.W. HAWKING eta R. PENROSE. 1998. *La naturaleza del espacio y el tiempo*. Editorial Debate, S.A. 2. edizioa, Madril.
- S.W. HAWKING. 2002. *El universo en una cáscara de nuez*. Editorial Planeta, S.A., 4. edizioa, Bartzelona.
- S.W. HAWKING. 1995. *Historia del tiempo. Del Big Bang a los agujeros negros*. Alianza Editorial, S.A., 6. edizioa, Madril.
- J.-P. LUMINET. 1991. *Agujeros negros*. Alianza Editorial, S.A., 1. edizioa, Madril.
- K.S. THORNE. 1995. *Agujeros negros y tiempo curvo. El escandaloso legado de Einstein*. Crítica, 1. edizioa, Bartzelona.
- S. WEINBERG. 1993. *Unibertsoaren hasierako hiru minutuak - Unibertsoari buruzko ikuspegi modernoa*. Gaiak argitaldaria. 1. edizioa, Donostia.