Zibak: betiko jostailuak Fisikaren ikuspegitik

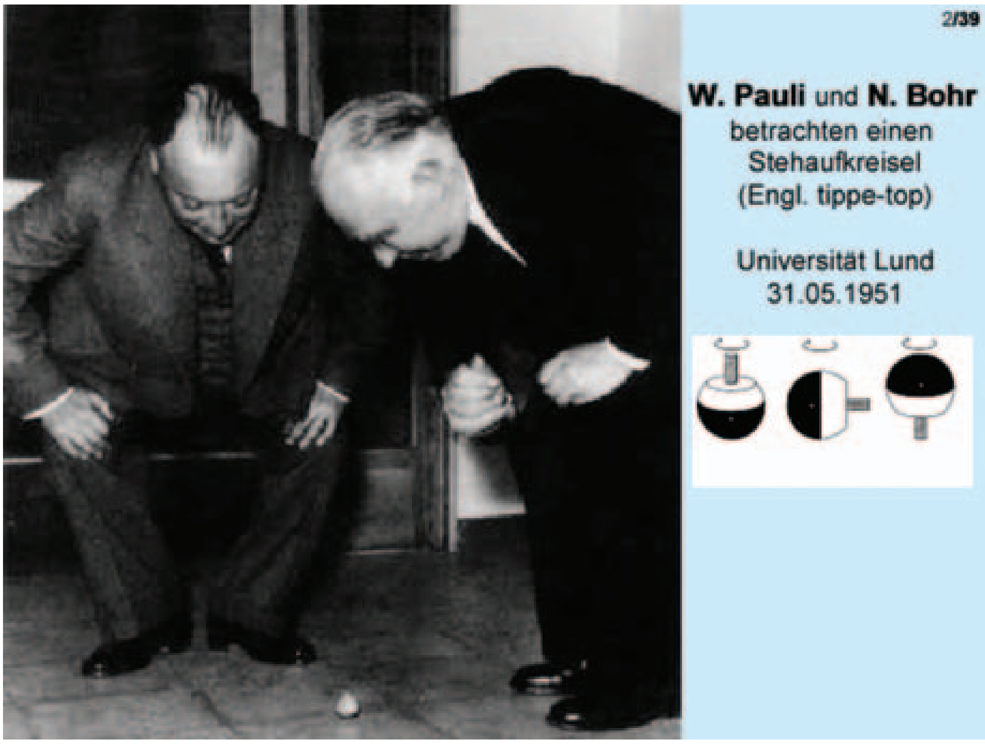
N. Zabala

Elektrika eta Elektronika Saila
Euskal Herriko Unibertsitatea / Zientzi Fakultatea
P.K. 644, 48080 BILBO
eta
Centro Mixto CSIC-UPV/EHU
Donostia International Physics Center,
P.K. 1072, 20080 DONOSTIA

Laburpena: Zibak jostailu fisikoen modura aztertuko dira lan honetan. Mundu zabalean mota desberdinetako/askotako zibak erabili dira historian zehar. Hala ere, Fisikaren ikuspegitik XIX. mendean egin ziren lehenengo azterketa kuantitatiboak zibaren higiduraren inguruan. Egun, haurren jostailuen artean, oraindik ere, leku garrantzitsua hartzen dute zibek eta literaturari begiratu azkar bat ematea nahikoa da konturatzeko fisikariak liluratura segitzen dutela zibaren alderdi askorekin. Lan honetan ziba arruntaren higiduraren oinarriak aurkeztuko ditugu eta hainbat ziba bitxiren portaeraz arituko gara ondoren.

1. SARRERA

Zibak antzinako jostailuak dira baina beraien portaera eragiten duten oinarri fisikoak ez ziren aztertu XIX. mendera arte. Objektu misteriotsuak dira bai umeentzat, bai fisikarientzat ere. Izan ere, zibak, yo-yoa bezala, «jostailu fisikoak» direla esan daiteke. Jostailu bat jostailu fisiko bihurtzen dela esan dezakegu, fisikarientzako buruhaustea bilakatu eta haren portaera ekuazioen bidez deskribatzen saiatzen denean [1]. Hauxe da ziben kasua. Gai honi buruzko literaturan aipatzen denez, William Thomson, Lord Kelvin ezizenaz ezaguna zen fisikari ospetsua, bere azterketak prestatu ordez, harri labainduak birarazten galtzen omen zuen denbora hondartzan. Antza denez, Niels Bohr, atomoaren lehenengo eredu modernoaren aita ere, «tippe» izeneko zibaren mekanikan jarri zuen arreta, artxiboko argazkietan ikus daitekeenez (ikus 1. irudia). Mekanika klasikoko trataduetan eta testuliburuetan, zibaren azterketa analitikoa, Mekanika Lagrangearrean oinarriturik agertzen da [2]. D. W. Gould-ek «*The top: universal toy, enduring pastime*»[3] izeneko liburuan, hainbat itxuratako zibak deskribatzen ditu.



1. irudia. W Pauli eta N. Bohr «tippe» zibaren higidura aztertzen.

Egun, internet sareari begiratu bat egitea besterik ez dugu behar, zibekiko zaletasuna egiaztatzeko eta ziben bilduma bitxiak aurkitzeko.

Ziben higidura berezitik at, mundu zabalean, itxura guztiz desberdinetako zibak sortu izana dugu haien ezaugarririk nabariena. Zenbait iturriren arabera [4], hasieran zibak sua egiteko tresnak ziren, egur baten gainean biratzen jartzen zirenak. Grezia eta Erroma klasikoetan ere badaude ziben jolasen aztarnak eta Egiptoko tenpluen hormetan ere ziben irudiak aurki daitezke. Europan, badirudi erromatar inperioa zabaldu aurretik ere zibak existitzen zirela. Latorrizko zibak Txinatik datozela uste da. 2. irudian mundu zabalean aurkituriko ziben irudiak azaltzen dira.

Jostailu-dendetan saltzen diren ziba gehienak madari itxura dute eta gure artean arruntenak ditugu. Hauek erkainetan jar daitezke dantzan edo korda baten bidez higiarazten dira lurrean. Baina badaude dantzan modu desberdinetan jartzen diren askotariko zibak. Bestalde, ziba simetriko horien higidura da testu-liburuetan [2,5] aztertzen dena eta matematikaren ikuspuntutik hobetoen ezagutzen dena. Zibaren definizio fisikoa hauxe dateke: ardatz baten inguruan simetrikoa den gorputza da, punta zorrotzean bukatzen duena. Dena den, ohikoena da kasu ideala irudikatzea, hau da, zibak puntako oinarria duela eta gainazalean marruskadurarik gabe higitzen

2. irudia. Historian zehar mundu zabalean garaturiko zibak.

dela onartzea. Errealitatean, puntaren erradioa finitua da ordea, eta marruskadura kontuan hartu beharrekoa da. Zibaren higidurak, grabitatearen eraginaren pean dagoelarik, oro har, ez dauka ebazpen zehatzik koadraturen funtzioan. Urte askotan integragarritzat hartzen ziren kasu bakarrak ondoko biak ziren: (1) puntu finkoa eta grabitate-zentroa puntu berean dituen ziba eta (2) puntu finkoa eta grabitate-zentroa ardatz berean dituen ziba. Lehenengo problema Euler-ek (1758), Rueb-ek (1834) eta azkenik Jacobi-k (1849), funtzio eliptikoak erabiliz, landu zuten. Bigarren problema Lagrange-k aztertu zuen funtzio eliptikoak, sigma eta zeta funtzioak erabiliz. Ondoren, Sofya Kovalevskaya andreak [6] (ikus 3. irudia) ebazpen analitiko harrigarria lortu zuen beste kasurako, zibaren puntu finkoko bi inertzi momentu nagusiak berdinak eta hirugarrenaren bikoitzak direnean hain zuzen, eta grabitate-zentroa inertzi momentu berberen planoan dagoenean. Lan horregatik, 1888. urtean Kovalevskaya-k Frantziako Zientzi Akademiako Bordin saria eskuratu zuen.

3. irudia. Sofya Korvin-Krukoskaya (Kovalevskaya), Moscow 1850-1891 [6].

Artikulu honetan, matematikaren sakonean sartu gabe, alegia, mekanika lagrangearra erabili gabe, zibaren higidura kualitatiboki aztertzen saiatuko gara. Alde batetik, tratamendu analitikoa fisika-liburuetan aurki baitaiteke eta bestetik, batzuetan matematikaren zailtasunak gaia ezkutatzen baitu. Lehenik, ziba simetrikoaz edo ziba arruntaz arituko gara eta bigarrenik hain ezagunak ez diren bi ziba-mota aztertuko ditugu, alegia, «tippe» eta «rattleback» edo «keltar harriak» esaten zaienak. Ziba horien higidura harrigarri samar gertatzen da, baina ez da inola ere erraza haien higiduraren deskribapen matematikoa egitea. Ziba simetrikoaren tratamendu teorikoa korapilatsu samarra bada ere, ziba asimetrikoarena, hots, ardatz bertikalaren inguruan simetriarik ez daukanarena buru-hausgarria izan daiteke.

Oso eskura daukagun beste ziba bitxia arrautza da. Arrautzaren biraketaren inguruan oso artikulu berria argitaratu da duela gutxi *Nature* [7] aldizkari ospetsuan.

Sistema konplexuagoak erabiliz, efektu bitxiagoak lor daitezke ziben bidez. Haietako bat amaierarik gabeko ziba dugu. Kasu honetan, plastikozko ziba txiki bat etengabe manten daiteke biratzen oinarri baten gainean. Bukatzeko oso jostailu berria eta azkeneko hamarkadan interes handia piztu duena aipatuko dugu: lebitroia. Lebitroia aske lebitatzen duen ziba dugu. Haren sekretua artikuluaren azkeneko atalean azalduko dugu.

Artikulu honen abiapuntu izan diren Jearl Walker-en bi artikuluak [8,9] oso gomendagarriak dira ziben higiduraren interesa suspertzeko.

2. ZIBA SIMETRIKOAK

a) Ziba arrunta

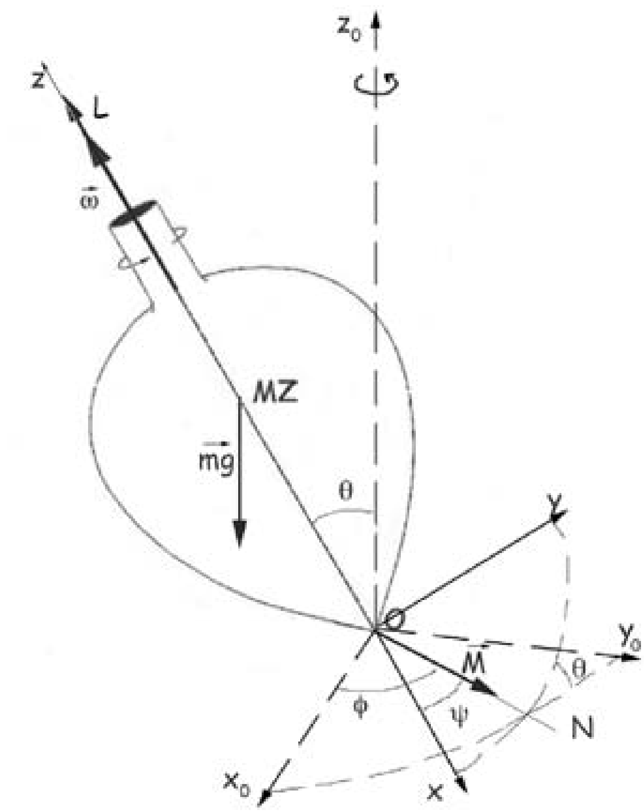
Zibaren dantza ikusgarria bi ezaugarritan datza. Lehenengoa grabitatearen eragina da. Nabaria denez, ordea, grabitateak soilik ezin du sortu ziben higidura berezia, pisuaren eraginez ziba jausiko bailitzateke bertikalarekiko makurtu bezain laister. Kontuan hartu behar den bigarren ezaugarriada ziba bere ardatzarekiko biratzen ari dela. Bi ezaugarri hauek batera sortzen dute ziben bereizgarria den biraketa bertikalaren inguruan. Normalean, objektuei indar bat ezartzen zaienean, indar horrek azelerazio bat sortzen du indarraren norabide berean. Objektua biratzen denean, ordea, indarraren perpendikularra den norabidean sor daiteke higidura. Hau da, hain zuzen ere, zibaren higiduraren xarma.

Higitzeko era berezi hori aztertzeko, lehenik, zibaren punta, lurra jotzen duenpuntua finko dagoela suposatuko dugu. Ezer baino lehen, bi erreferentzi sistema definituko ditugu:

1. Zibarekin loturik dagoen sistema, S_0. Sistema honen ardatzak x_0, y_0, z_0 hizkiez adieraziko ditugu.
2. Espazioan finko dagoen sistema edo sistema propioa, S. Sistema honen ardatzak x, y, z hizkiez adieraziko ditugu.

Sistema biek O puntuan dute jatorria, hots, zibaren puntan. Dakigunez, S sistemaren orientazioa S-rekiko Euler-en hiru angeluen bidez –ϕ: prezesio-angelua, θ: nutazio-angelua, Ψ: biraketa propioaren angelua- adierazten da, 4. irudian ikus daitekeen bezala. Zibak momentu angeluarra du O puntu finkoarekiko, alde batetik, bere simetri ardatzarekiko biratzen delako, eta bestetik, ardatz horreninguruan masa bananduta duelako. Hori honela adierazten da:

$$\begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \tag{1}$$



4. irudia. Ziba simetriko arrunta dantzan. Bi erreferentzia-sistemak, S eta S_0 eta Euler-en angeluak.

Matrize horrek, inertzi tentsorea deritzonak, gorputzaren masa-banaketaren ideia ematen digu. Ardatz nagusiekiko era errazagoan adieraz daiteke:

$$\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \tag{2}$$

, non I_1, I_2 eta I_3 hiru inertzi momentu nagusiak diren eta ω_1, ω_2, ω_3 abiadura angeluarraren osagaiak ardatz nagusietan. Gorputz zurrunek ba badituzte hiru inertzi ardatz nagusi, elkarrekiko perpendikularrak direnak. Gorputz homogenoetan simetri ardatzak izaten dira. Ziba simetrikoek —ziba arruntek— $I_1 = I_2 \neq I_3$ dute, hortaz

$$\vec{L} = I_1\,(\omega_1\hat{e}_1 + \omega_2\hat{e}_2) + I_3\omega_3\hat{e}_3 \tag{3}$$

, $\hat{e}_{1,2,3}$ bektoreak bektore unitarioak izanik. Momentu angeluarrak abiadura angeluarraren norabidea izango du 3 ardatzean eta horren perpendikularra den edozein norabidetan soilik, baina normalean norabide desberdinak izango dituzte bektore biek.

Gure kasuan zibak 3 ardatzaren inguruan biratzen du eta norabide horretan daude abiadura angeluarra eta momentu angeluarra, zibaren simetri ardatzean hain zuzen,

$$\vec{\omega} = \omega_3\hat{e}_3, \qquad \vec{L} = I_3\omega_3\hat{e}_3.$$

Solidoaren puntu finko batekiko dinamikaren arabera, ondoko oinarrizko ekuazioa betetzen da momentu angeluarraren eta indar-momentuaren artean:

$$\vec{\boldsymbol{M}} = \frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt}\,. \tag{4}$$

Kanpo-indarren erresultantea puntu finkoarekiko nulua denean, $\vec{M} = 0$, $\vec{L}$ konstante mantentzen da, eta beraz, biraketa askea dugu.

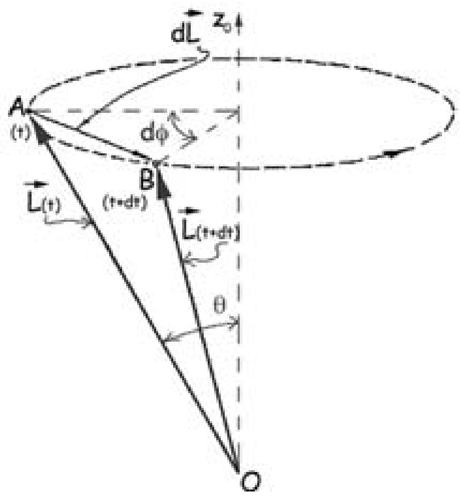
Gure kasuan, aldiz, indar-momentua grabitateak sortzen du

$$\vec{M} = \vec{O}Z \times m\vec{g}$$

eta $\boldsymbol{L}$ aldatu egingo da (ikus 5. irudia). *O* puntua puntu finkoa da eta grabitatearen erresultanteak masa-zentroan eragiten du. Beraz,

$$d\vec{L} = \vec{O}Z \times m\vec{g}\quad dt.$$

$\vec{M}$ momentua plano horizontalean dago, irudian ageri den bezala. *dt* denbora-tartean, $\vec{L}$ -ren muturra *A* puntutik *B* puntura pasatuko da, z_o ardatzaren



5. irudia. Momentu angeluarrak eta zibaren ardatzak kono bat eratzen dute espazioan.

inguruan biraketa eginez, eta $\vec{L}$ -k z_o-rekiko osatzen duen angelua, itxuraz, konstantea da —nutazioa dagoenean ez da konstante—. Gainera, $\vec{L}$ -k zibaren simetri ardatzaren norabidea duenez gero, ziba ere, ardatz bertikalaren inguruan biratuko da, kono bat eratuz eta $\vec{\Omega}$ abiaduraz. Higidura honi prezesioa deritzo. Prezesio-abiadurari lotuta beste momentu angeluar bat egongo da,

$$\vec{L} = I\,(\vec{\Omega} + \vec{\omega})$$

, izanik eta nutazioa kontuan harturik ere,

$$\vec{L} = I\,(\vec{\Omega} + \vec{\omega} + \vec{\omega}_N).$$

Dena den, ziba arinaz ari bagara, hots prezesio- eta nutazio- abiadurak biraketa propioaren abiadura baino askoz txikiagoak badira, $L \approx I\omega$. Hurbilketa honekin momentu angeluarrak, edozein aldiunetan, zibaren simetri ardatzaren norabidea du, alegia, $\vec{M}$ –ren perpendikularra da. Hortaz,

1. $\vec{M} \cdot \vec{L} = 0$ eta (4) kontuan harturik, L = kte eta ω = kte. Momentu angeluarraren eta abiadura angeluarraren moduluak konstante mantentzen dira, nahiz eta norabidea aldatu.
2. $M_z = 0$, beraz $L_z = L \cos\,\theta$ eta θ = kte. Hurbilketa honetan ez dago nutaziorik, $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t = 0$.

Kalkula dezagun orain prezesio-abiadura. Horretarako, $\vec{L}$ eta $\vec{M}$ espazioaren sisteman proiektatuko ditugu:

$$\vec{M} = M \cos\,\phi\hat{\imath} + M \sin\,\phi\hat{\jmath}$$
$$\vec{L} = L \sin\,\theta \sin\,\phi\hat{\imath} - L \sin\,\theta \cos\,\phi\hat{\jmath} + L \cos\,\theta\hat{k}\,.$$

Beraz, denborarekiko deribatuz,

$$\mathbf{\Omega} = \frac{M}{I\omega \sin\theta} \tag{5}$$

lortzen da, hau da, zenbat eta biraketa propioa arinagoa izan, hainbat eta arbuiagarria da prezesioa.

$\vec{L}$ -ren perpendikularra den momentuak ez du aldatzen bere modulua, haren norabidea aldatzen du soilik, eta beraz, biraketa propioaren abiadura konstante mantentzen da. $M = \Omega L \sin\theta$ eta bektorialki honela idatz daiteke:

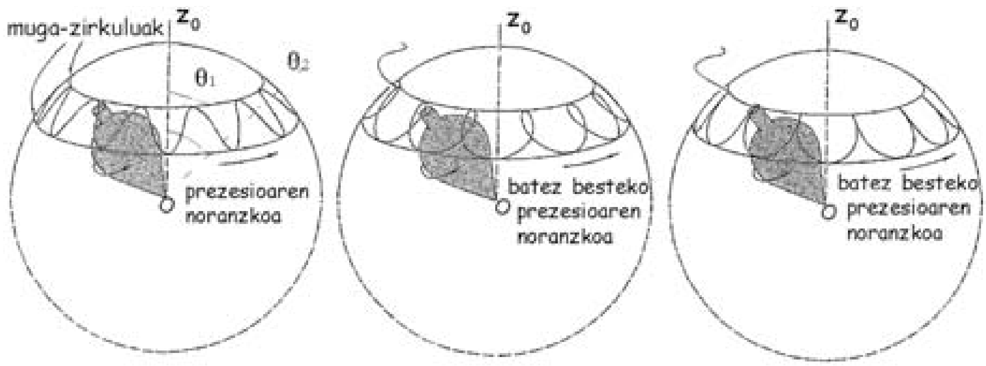
$$\vec{\boldsymbol{M}} = \vec{\Omega} \times \vec{\boldsymbol{L}}.$$

$\vec{\Omega}$ abiadurak z_o ardatzaren norabidea dauka, hau da, prezesioak biraketa propioaren noranzko berbera du.

Esana dugunez, ziba biratuko ez balitz, lurrera jausiko litzateke grabitatearen eraginez, dantzaren amaieran gertatzen den bezala. Erorketaren kausa da biratzen denean eragiten duen marruskadura biratzen den puntuarekiko. Kasu honetan, ziba hiltzen dela esaten da, eta dantzan ari denean aldiz, bizirik dagoela esaten da. Zibak dantzan hasitakoan, makurtu egiten dira apur bat normalean. Era horretan, jaurtiketan prezesiorako behar duten energia zinetikoa lortu ez badute, energia potentzialaren gutxipenetik hartuko dute.

Edonola, ziba biziaren higidurari behatzen badiogu, biraketa propiotik eta prezesiotik aparte beste higidura bat nabarituko dugu, zibaren simetri ardatzaren kulunka, hain zuzen ere. Ardatz horrek bertikalarekin osotzen duen angelua, θ, ez da konstantea, θ_1 eta θ_2 balioen artean aldatzen baita. θ_1 eta θ_2 balioak hiru faktoreren araberakoak dira: zibaren masa-banaketa, zibaren hasierako energia zinetikoa eta hasierako aldiunean zibak bertikalarekin osotzen duen angelua. Hiru nutazio mota ager daitezke, 6. irudian adierazi direnak. Hauek bereizteko, aztertuko dugu zibaren ardatzaren goiko muturraren ebakidura O puntuan zentraturiko esferarekin. Ikus daitekeenez, zibaren ardatzaren muturra bi zirkulu horizontalen artean higitzen da eta muga horien artean makur daiteke ziba.

1. motako nutazioan, zibaren ardatzak sigi-saga egiten du harmonikoki bi zirkuluen artean, tangentzialki ukituz. Prezesioaren noranzkoa ez da aldatzen kasu honetan. 2. motako nutazioan zibaren ardatzak kiribilak egiten ditu bi zirkuluen artean, hauen tangenteak ere izanik. Kasu honetan, ordea, prezesioaren noranzkoa aldatzen da periodikotasunaren arabera, nahiz eta batez besteko prezesioa noranzko bati dagokion, erloju-orratzenari ala kontrakoari. 3, motako nutazioan, zibaren ibilbideak beheko zirkulua ukitzen du tangentzialki, prezesio-abiadura maximoa izanik eta goiko zirkulua per-



6. irudia. Zibaren nutazio motak.

pendikularki jotzen du, prezesio-abiadura nulua delarik. Agertzen den nutazio mota hasierako baldintzen arabera gertatzen da, baina ez da erraza baldintza hauek ezagutzea, ziba botatzerakoan, perturbazio asko sortzen baitira. Jaurtiketan, grabitateak sortutako prezesioaren noranzkoan prezesio-abiadura ematen bazaio, 1. motako nutazioa izango dugu eta prezesioak beti noranzko berbera izango du. Hasierako prezesioa gertatzen da soilik eta ziba jaitsi arte eta berriz grabitateak bultzatu arte, kontrako noranzkoan prezesionatuko du. Zibari hasieran eusten bazaio, bertikalarekin angelu eznulua osotuz, eta ondoren askatu egiten bada, 3. motako nutazioa sortzen da. Hasierako prezesioa nulua denez gero, ziba berehala jausten da beheko zirkulura. Erorketa hau beharrezkoa da zeren, horrela, energia potentziala galtzen baita, eta grabitateak sortutako prezesiorako behar den energia zinetikoa lortzen baita honela. Nutazioaren ondoren, hasierako θ_1 angelura itzultzen denean, zibak hasierako energia potentziala lortzen du berriro ere, eta prezesioa berehala gelditzen da, energia zinetikorik gelditzen ez baitzaio. Ondoren, beheko zirkulura jausten da berriro, $\theta = \theta_2$ izanik, eta prezesioak irauten du nutazioak ziba altxatzen duen arte. Muga-zirkuluen sorrera higiduraren hiru murriztapenetan datza:

1. Zibaren energia osoa, zinetikoa gehi potentziala, konstante mantentzen da —marruskadurarik ez dagoen kasu idealean—.
2. Momentu angeluarra zibaren ardatzean konstante mantentzen da, nahiz eta haren norabidea aldatu.
3. Momentu angeluarra bertikalaren norabidean konstante mantentzen da, $M_z = 0$ baita. Zibaren ardatzak bi muga-zirkulu horien artean dauka bere ibilbidea.

Batzuetan, zibak goiko zirkuluan gora igotzen dira, marruskaduraren eraginez.

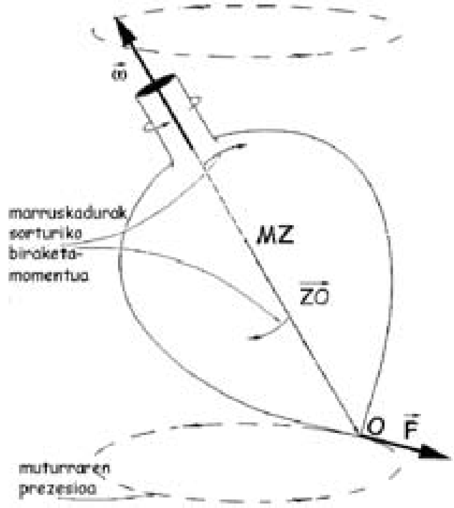
Arestian esan dugunez, eredu matematiko gehienetan suposatzen da biraketaren energia zinetikoa nutazioaren energia potentzialaren aldaketa baino askoz handiagoa dela. Hau da ziba arineko hurbilketa. Biraketa propioaren abiadura zenbat eta txikiagoa izan, hainbat eta txikiagoa da nutazio-abiadura, eta nabariagoa egiten da kulunka. Prezesio-abiadura, ostera, handiagoa egiten da. Hau zibari dantzan behatuz nabarituko dugu. Marruskadurak zibari bizitza kentzen dionean, hots, biraketa propioa murrizten denean, prezesio-abiadura handitu egiten da, eta nutazioa geldoago eta nabariago bihurtzen da. Azkenean, hil baino lehen, zibak kulunka egiten du gora eta behera, bertikalarekiko inoiz baino arinago prezesionatzen duen bitartean. Prezesioaren abiadura eta nutazioaren anplitudea eta maiztasuna ere zibaren masaren eta itxuraren araberakoak dira.

Ziba oso arin biratzen bada, ager daitekeen nutazioa zibaren puntan agertzen den marruskadurak motel dezake.

Aipatu ditugun bi muga-zirkuluak gainezartzen direnean ere, prezesio uniformea izango dugu. Honela gerta dadin, ziba botatzerakoan bertikalarekiko osatzen duen angeluak θ_1 edo θ_2 izan behar du, muga-zirkuluei dagokiena hain zuzen. Kasu honetan, zibak ezin du zirkuluan ez gora ez behera joan —$\theta_1 = \theta_2$—. Behera ez doanez gero, ezin du energia potentzialaren parte bat prezesiorako energia zinetiko bihurtu. Tentu handiaz, zibaren ardatza bertikalean egonik jar daiteke dantzan. Biraketa-abiadurak balio kritikoa —zibaren araberakoa— gainditzen badu, ziba zuzen mantenduko da, eta balio hori baino txikiagoa bada, nutazioa agertuko da bertikalaren eta muga-zirkulu baten artean. Portaera hau egiazko ziban ikus daiteke. Biraketak, orduan, bi etapa jasaten ditu: 1. biraketa bertikal geldoa eta 2. nutazio aponderatua. Aldaketa honen arrazoia, zibak lurra jotzen duen puntuko marruskaduran datza: nahiz eta hasierako biraketa-abiadura aski handia izan, biraketa bertikala izan dadin, marruskadurak abiadura hori murrizten du, abiadura kritikoa baino txikiagoa bihurtu arte. Hori dela eta, ziba makurtu egiten da, eta hil arte nutatu egiten da. Goiko muga-zirkulua oso txikia bada, hau da, bertikaletik oso hurbil badago, ziba gorantz nuta daiteke bertikaletik oso hurbil pasatuz. Ziba batzuk igo egiten dira bertikalki biratu arte —lokarturiko ziba— nahiz eta energiaren aldetik debekatua izan. Hala ere, ez dira altxatzen nutazioaren eraginez, zibaren puntaren eta lurraren arteko elkarrekintzaren eraginez baino.

Errealitatean, zibaren muturra ez da puntu infinitesimala, teorian normalean hartzen den bezala: gutxi gorabehera esfera-erdikotzat har dezakegu. Horrela hartzen badugu, zibaren punta ez dago finko, biratzeko joera izango du ziba biratzen denean (ikus 7. irudia).

Hori dela eta, orduan, zibaren higidura zibaren masa-zentroaren inguruko higidura bailitzen aztertu behar dugu: masa-zentroa finko mantenduko da higiduran zehar. Kasu honetan, lurra jotzen duen puntua zirkuluak deskribatuz higituko da, masa-zentroan behera eta zibak ere zirkuluak eratuko ditu, baina, masa-zentroan gora. Azkenean, ziba bi modutan arrodatuko da:



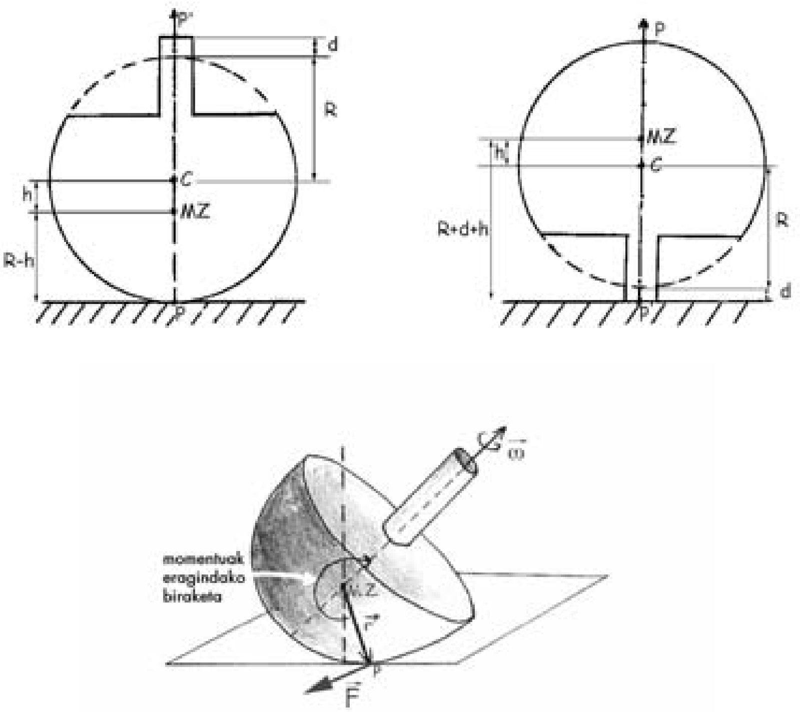
7. irudia. Zibaren higidura masa-zentroaren inguruan.

1. beraren biraketak eraginda eta 2. prezesioak eraginda. Honek lurraren gainean bultzatuko du. Biraketa, prezesioa baino arinagoa denez gero, zibaren muturra labaindu egiten da. Labainketa horretan zibaren puntaren eta lurraren arteko marruskadura sortzen da, labainketaren noranzkoaren kontrakoa, irudian ikus daitekeen bezala. Marruskadura horrek hain zuzen, zibaren ardatzaren biraketa eragiten du, eta ondorioz, bertikalera eramaten du.

Masa-zentroa higiduraren biraketa-zentroa bada, ziba artezten duen momentua $\vec{M} = \vec{ZO} \times \vec{R}$, non $\vec{O}Z$ den lurra jotzen duen puntutik masa-zentrora doan bektorea, eta $\vec{R}$ marruskadura-indarren erresultantea. Marruskadura hori dela eta, energia galdu egiten da. Ziba energia asko galdu baino lehen artez dadin, puntaren erradioak oso txikia izan behar du. Kurbadura-erradio handiko muturra duten zibek, denbora luzeagoa behar dute artezteko, eta agian, ez dira bertikalera helduko, biraketa-abiadura posizio bertikala mantentzeko balio kritikoan behera joan baino lehen.

b) **«Tippe» edo txanpinoi itxurako ziba**

Ingelesez «tippe» deritzon ziba bereziak bi atal ditu: esfera-erdia eta haren zati lauan erantsitako kimua edo makilatxo laburra. Txanpinoi itxurako ziba ere esaten zaio. Gainazal lau baten gainean, ziba arruntaren modura dantzarazten dugunean, segundo batzuetan soilik biratzen da bere gainazal esferikoaren gainean, eta berehala 180º-ko biraketa pairatzen du; azkenean kimuaren gainean biratzen da. Iraulketa honetan zibaren masa-zentroa altxatu egiten da, 8. irudian ageri den legez.



8. irudia. Tippe zibaren iraulketaren aurreko (ezkerra) eta ondoko (eskubia) egoerak eta iraulketaren momentua (azpian).

«Tippe» zibaren jokabideak fisikariak liluratu ditu mende batean zehar. 1. irudi horretan Pauli eta Bohr fisikari ospetsuak ikus daitezke «tippe» zibari liluratuta begira. Artxiboko argazki famatua da, baina dena den ez zuten horren inguruko inolako artikulurik idatzi. Dena den, ziba hauek fisikako testuetan ez dira normalean aztertzen. Ez dago argi non sortu ziren. Badago 1892.eko patente bat eta Danimarkan oso famatua egin zen merkaturaturiko «tippe» ziba duela mende erdia. Hasierako modelo horiek egurrezkoak ziren baina egun merkatuan bai egurrezkoak eta bai plastikozkoak ere aurki daitezke eta plastikozkoak esfera erdia hutsik dutenak ere badaude.

Zibaren iraulketa, masa-zentroa eszentrikoa duten gorputz esferikoen ezaugarria dela esperimentalki egiazta daiteke, Cohen-ek [10] bere artikuluan aipatzen duenez. Fenomeno honi askotariko azalpenak eman zaizkio literaturan; ondoko biak dira azalpen horietako ezagunenak. Synger-en [11] ustetan, marruskadura ez da garrantzitsua prozesua azaltzeko, biraketa-ardatzaren inguruko masa-banaketa asimetrikoa da kontuan hartu behar dena.

Pliskin, Braams, Hugenhotz, Del Campo eta R.J. Cohen [12-15,10] aldiz, ez dira arrazonamendu horren aldekoak. Hauen iritziz, zibaren alde biribilaren eta gainazal lauaren arteko marruskaduran datza iraulketaren gakoa. Egun nahiko argi dago «tippe» zibaren masa-zentroaren igoera azaltzeko labainketako marruskadura hartu behar dela kontuan nahitaez [16].

Beste fenomeno fisikoekin gertatzen den bezala, honetan ere, azterketa fisiko erraza eginez funtsezko hatsarreak ager daitezke, baina higiduraren azterketa zehatza, ostera, neketsu samar gerta daiteke, eta askotan, konputagailuen laguntza behar da.

Orain, Del Campo eta Cohen-en artikuluei jarraituz, marruskadurak tippe zibaren iraulketan duen garrantzia aztertuko dugu. Horretarako, energiaren eta momentu angeluarraren kontserbazioaren legeetan oinarrituko gara soilik. z ardatza mahaiaren gainazalaren perpendikularra hartuko dugu (ikus 8. irudia). Nabaria denez, iraulketaren aurreko eta ondoko momentu angeluarra ia z ardatzaren norabidea du. Egoera hauek ere 8. irudietan adierazi dira.

z ardatzaren inguruko inertzi momentuari I esaten badiogu, eta ω_1 ardatz horren inguruko abiadura angeluarra bada, hasierako momentu angeluarra eta energia zinetikoa honela adierazten dira:

$$L_1 = I\omega_1$$
$$K_1 = 1/2\ I\ \omega_1^2.$$

Hasierako energia potentzialari zero balioa esleituko diogu nahierara, $H_1 = 0$, hasierako energia osoa $E_1 = K_1 + H_1 = I\omega_1^2/2$ izanik. Azkeneko posizioan, iraulketaren ondorengoan, ordea, masa-zentroa igo den distantzia ondokoa da: $R + d + h - (R - h) = d + 2h$, 8. irudietan ikus daitekeenez. Beraz, zibaren pisua W bada, azkeneko egoeraren energia potentziala $H_2 = W\,(2h + d)$ izango da eta energia osoa $E_2 = 1/2\ I\omega_2^2 + W\,(2h + d)$, ω_2, azkeneko abiadura angeluarra izanik.

Marruskadurari dagokion energi galerarik ez balego, $E_2 = E_1 = I/2\omega_1^2 = I/2\omega_2^2 + W\,(2h + d)$ litzateke. Ondorioz, $\omega_2 < \omega_1$, hau da, $I\omega_2 < I\omega_1$ eta iraulketan energia zinetikoa gutxitu egin da, masa-zentroa igotzeko behar den energia potentziala lortzeko eta honetarako bai abiadura angeluarra eta bai momentu angeluarra ere murriztu dira prozesuan. Hala ere, momentu angeluarraren murrizpenak indarraren momenturen bat eskatzen du halabeharrez, (4) ekuazioaren arabera. Inolako marruskadurarik ez balego, grabitatea eta mahaiak zibaren ukipen-puntuan egindako indar normala, indar bakarrak lirateke. Indar hauek, aldiz, z ardatzaren norabidea dute eta ezin dute momenturik sortu z norabidean; beraz, ez dira z ardatzaren momentu angeluarra aldatzen dutenak. Ondorioz, iraulketaren azterketa zehatza egiteko, marruskadura-indarrak hartu behar dira kontuan. Horrela, $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{R}$ marruskadura indarraren momentua bada, honela idatziko dira energia eta momentu angeluarraren kontserbazio-ekuazioak:

$$I\omega_1^2/2 = 1/2I\omega_2^2 + W\,(2h + d) + Q$$
$$I\omega_1 = I\omega_2 + \textstyle\int_1^2 M\mathrm{d}t > 0$$

, $\omega_1 > \omega_2$, $\int_1^2 M\mathrm{d}t > 0$ izaink eta Q marruskadurari dagokion energi galera. 1 eta 2 indizeak iraulketaren aurreko eta ondorengo egoerei dagozkie. Dudarik gabe, erdiko egoerak (8. irudiko beheko egoerak) korapilatsuagoak dira azterketa hau egiteko, horregatik aukeratu dira bi egoera berezi hauek. Marruskaduraren eragina, zibaren ardatzak eta bertikala θ angelua osotzen dutenean, hau da aurretik onartu ditugun hasierako eta azkeneko egoeren arteko egoera, 8. irudian ageri da baita ere.

Gray eta Nickel-ek [14] problemaren azterketa berria egin dute higiduraren hiru konstanteak aztertuz. Haien azterketan «tippe» ziba eta beste ziba simetrikoak oinarri biribila dutenak hartu dituzte kontuan. Horrez gain, problemari buruzko bibliografia-bilduma arduratsua aurkeztu dute.

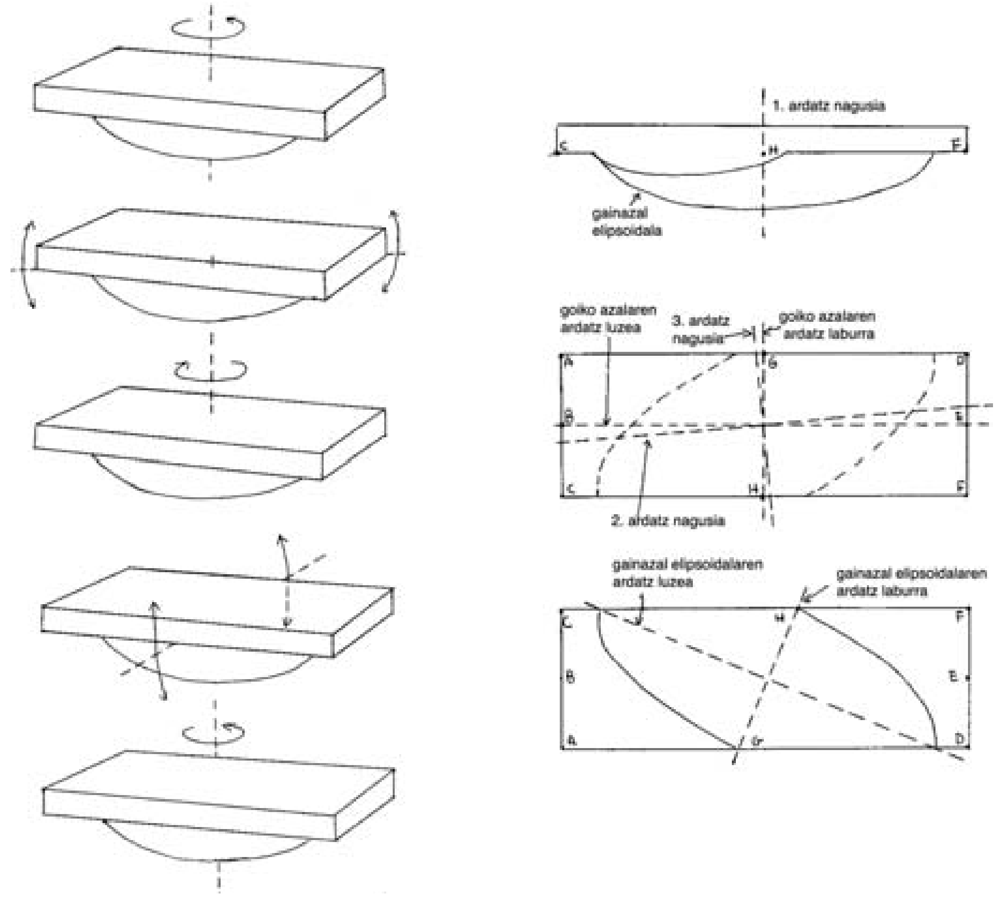
Marruskaduraren eragina ziba arrunta errealen kasuan, hots, oinarria puntualtzat hartu beharrean bukaera biribila, erdiesferikoa, gainazal baten gainean biratzen dagoela onartzen denean, Stefaninik [15] aztertu zuen. Izan ere, masa-zentroaren igoera ziba arruntetan ere gertatzen da; dena den, kasu horretan, iraulketarik gertatzen ez denez, efektua ez da hain ikusgarria.

3. ZIBA ASIMETRIKOAK

a) «Rattleback» edo harri zeltak

Badaude harri «misteriotsu» batzuk jokaera oso bitxia dutenak. Norabide «okerrean» birarazten zaienean gainazal lau baten gainean gelditzen dira, eta buelta ematen dute norabide «zuzenean» biratzen hasi arte. Bestalde, hasieratik norabide zuzenean birarazten zaienean, horrela jarraitzen dute. Harriak nahiago du noranzko jakin batean biratzea! Nola uztartzen da hori momentu angeluarraren kontserbazioarekin? Gainera, harriaren mutur bat zapaltzen bada atzamarrarekin, kulunka hasten da eta ondoren noranzko zuzenean hasten da biraka.

Hasieran harri hauei zelta esaten zieten, haien portaera, lehenengo aldiz aizkorak eta antzerako historiaurreko tresnak aztertzen zituzten arkeologoek nabaritu baitzituzten Ingalaterran XIX. mendean. Harri kulunkatzaileak («wobblestone» ingelesez) deritze baita ere. Oinarria elipsoide leunaren itxurakoa dute, baina goiko atala, laua, hutsa ala elipsoide itxurakoa izan daiteke, 9. irudian ikus daitekeenez. Jearl Walker-ek [9] zabaldu zuen «rattleback» izena erabili ohi da hauetarako. «Rattleback» tipikoenak goiko aldea leuna eta errektangeluarra dute. Gaur egun plastikozko rattleback-ak ere salgai daude, jostailu modura. 9. irudian Walker-ek deskribatzen duen «rattleback»-aren eskema dago. Bertan beraien higiduraren egoera desberdinak eta bai hiru ikuspegiak ere adierazi dira.



9. irudia. Harri zelten higiduraren irudia (ezkerra) eta ebakiak (eskuma).

Jokabide bitxi hau objektuaren inertzi momentu desberdinengatik sortzen da. Esan dezakegu ziba asimetrikoak direla, hau da hiru inertzi momentu nagusiak desberdinak $I_1 \neq I_2 \neq I_3$ dituzten zibak direla. Ziba simetrikoen azterketa teorikoa korapilatsua bada ere, ziba asimetrikoena zorabiatzeko modukoa izan daiteke.

Badirudi ezkutaturiko esku batek jokatzen duela Fisikako legeen kontra! Harri hauek ulertzeko lehenengo saiakera duela mende bat egin bazen ere [18], 1980.eko hamarkadara arte ez zen azterketa matematikorik egin eta Hermann Bondi-ren [19] eta Mont Hubbard-en [20] eskutik etorri zen azterketa hori. Beraien ustetan, hiru osagai behar dira jokabide berezi hau gertatzeko:

1. Oinarri kurbatuak bi erradio desberdin behar ditu, bat luzeagoa, norabide luzeagoan eta beste bat txikiagoa norabide laburragoan.
2. Simetri ardatzek angelu bat desplazaturik egon behar dute inertzi ardatza nagusiekiko (ikus 9. irudia). Edozein objektu zurrunak hiru

inertzi ardatz nagusi ditu elkarrekiko perpendikularrak, eta haietariko baten inguruan birarazten zaionean, ez dago besteen inguruan biratzeko joerarik.

3. Azkenik, masa-banaketak desberdina izan behar du bi inertzi ardatz horizontalen inguruan.

Ziba hauen ezaugarriak kontuan hartuta, ekuazio matematikoen bidez aurresan daiteke nola mugituko diren, baina hori egitea zaila da eta ekuazio diferentzialak numerikoki integratu behar dira. Hau Kane eta Leninsonek egin zuten 1978.ean [21]. Web orrialde batean [22] «rattleback» zibaren higiduraren simulazioak ere ikus daitezke. Baina nola uler daiteke intuitiboki? Esan dugunez, hasierako inpresioa da jokabide horrek momentu angeluarraren kontserbazioaren kontra egiten duela.

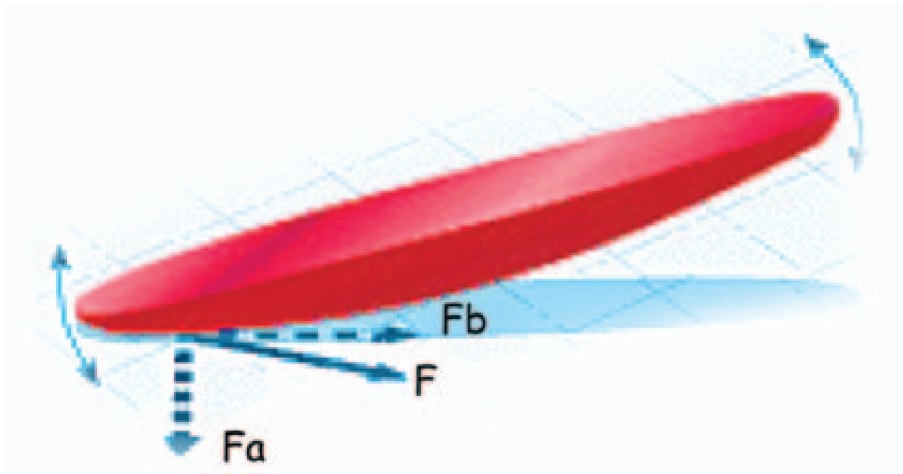
«Rattleback» gehienak, erloju-orratzen noranzkoan biratzen dira goitik ikusita. Noranzko honetan birarazten zaienean, marruskadurak gelditu arte arrodatzen dira. Ostera, kontrako noranzkoaz birarazten zaienean, lehenik, bira batzuk egiten dituzte, baina ondoren gelditzen hasten dira, goitik behera kulunkatzen diren bitartean. Ondoren beste noranzkoan biratzen dira marruskadurak gelditu arte.

Harria geldi dagoenean erpin bat ukitzen badiogu, haren muturrak goitik behera oszilatzen dira segundo batzuetan, eta ondoren erloju-orratzen kontrako noranzkoan biratuko da; azkenik, mahaiarekiko marruskadurak eraginda geldituko da.

Zergatik gertatzen da iraulketa? Galdera honi azalpen matematiko zehatza ematea ez da inola ere erraza. Dena den, arduraz behatuz gero, zenbait ondorio atera daitezke. Hasieran, erloju-orratzen kontrako noranzkoan biratzen denean, luzerako oszilazioak elipsearen ardatz laburraren inguruan gertatzen direla dirudi, baina seguru aski, ia ardatz horren paraleloa den 3 ardatz nagusiaren inguruan gertatzen da. Biraketa hori, nolabait, honelako ezegonkortasuna sortzen du. Bigarren biraketa-iraulketa egiten duenean, ia elipsearen ardatz luzearen inguruan gertatzen da oszilazioa. Teorikoki berriz, oszilazioaren egiazko ardatza ia ardatz horrekin gainezartzen den ardatz nagusia da. Zeharkako oszilazioak, luzerakoak baino geldoagoak badira ere, oso arinak izaten dira biak. Biraketaren iraulketa gerta dadin, beharrezkoa dirudi hasieran aipatu diren hiru ezaugarriak betetzeak.

G.T. Walker-en analisiak oszilazioaren maiztasuna 3 ardatz nagusiaren inguruan, 2 ardatzaren inguruan baino handiagoa dela aurresaten du. Bestalde, haren ekuazioen arabera, biraketaren maiztasuna oszilazioarena baino handiagoa bada, ez da inolako ezegonkortasunik handitzen.

Azter dezagun ziba gora eta behera kulunkatzen denean. Marruskadurak (ikus 10. irudia) ziba eta gainazalaren arteko ukipen-puntuan eragiten



10. irudia. Rattleback-a eta **F** marruskadura indarra, labainketa ekiditen duena. **Fa** osagaiak zelta harria erloju-orratzen aurkako noranzkoan birarazteko joera du. Fb osagaia grabitate-zentrorantz zuzenduta dago.

duelarik, labaintzen ekiditen dio. Marruskadura horren osagai batek momentu bat sortzen du, ziba ardatz bertikalaren inguruan biratzen saiatzen dena. Baina oraindik gauzak zailago egiteko ukipen-puntua mugitzen ari da denbora guztian eta momentua ere aldatzen da. Inertzi ardatza eta simetri ardatzak berdinak badira, batez besteko momentua oszilazio batean zero litzateke, baina harri honetan badago momentu neto bat norabide batean, eta horrek aldatzen du momentu angeluarraren norabidea. Energiari begiratzen badiogu, spin-noranzko bakoitza oszilazio-modu bati lotuta dago: erlojuorratzen norabideko biraketa kulunkako oszilazioarekin elikatzen bada, orduan kontrako spina bestaldeko edo errodadurako oszilazioa bultzatuko du. Dena den, oraindik ez dago azalpen argirik.

«Rattleback» batzuk bigarren iraulketa bat jasaten dute, azken energia gastatu baino lehen. Bigarren iraulketa hori ez da lehenengoa bezain gogorra izaten eta ez da honelako oszilazio bertikalik agertzen. Ba daude oso «rattleback» bereziak —arrautza-erdiko itxura dutenak— gelditu baino lehen hamar iraulketa inguru jasaten dituztenak.

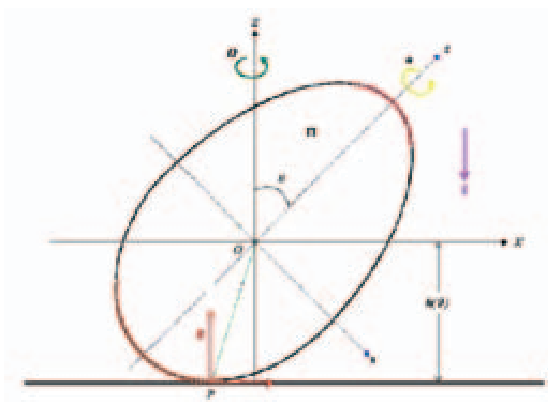
Merkatuan plastikozko «rattleback»-ak eros daitezke eta badago baita Dr. Vladimir Krasnoukhov diseinu oso bitxia ere (ikus 11. irudia) egurrezkoa, Errusiako estilo tradizionalean egina, bi dortoka surfeko taula baten gainean adierazten duena. Honen higidura film batean ikus daiteke interneten [23]. Modelo honetan dortokak biratu daitezke eta beraien posizioaren arabera jokabide desberdina dute.

Okerturiko koilara sinple batek ere, 11. irudian adierazi denez, «rattleback» modura jokatzen du, asimetrikoki okertzen denean [1].

11. irudia. Plastikozko rattleback-a, diseinu errusiarra eta koilararekin egindakoa.

b) **Arrautzaren biraketa**

Egositako arrautza gogorra azkar biratzen jartzen denean gainazal lau baten gainean eta haren simetri ardatza horizontal egonik, zutitu egiten da, simetri ardatza bertikal jarri arte (ikus 12. irudia). Era honetan, haren masa-zentroa altxatu egiten da. Egosi gabeko arrautza berriz, ez da altxatzen. Paradoxa honen azalpena duela gutxi argitaratu da [7]. Esferoide obloide bat (elipsea ardatz txikiaren inguruan birarazten lortzen dena) ere simetri ardatz bertikalaren inguruan biratzen jartzen denean, altxatu egiten da, haren alde biribilaren gainean jarririk, simetri ardatza plano horizontalean biratzen jarri arte. Kasu bietan altxatzen da masa-zentroa. Moffat eta Shimomura-k [7] jokabide paradoxiko honen azalpena eman dute duela gutxi, simetri ardatzaren okerduraren lehen ordenako ekuazio diferentzialaren bidez. Esferoide hauen jokabidea eta lehen aztertu dugun «tippe» zibarena antzekoak dira. Hala ere, badaude desberdintasunak, geometria desberdi-

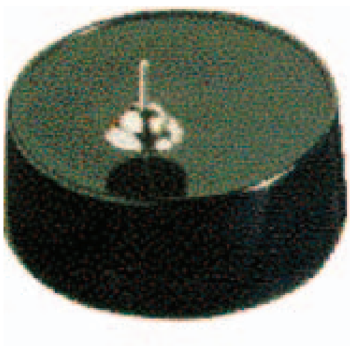


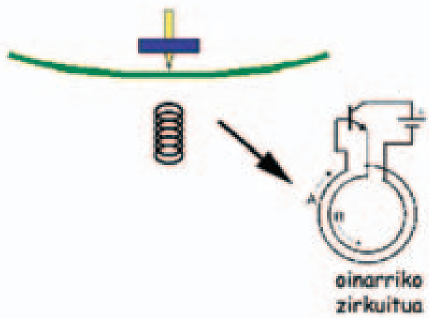
12. irudia. Arrautza biratzailea gainazal lauaren gainean eta indarrak.

nak baitituzte. Jokabidearen oinarria da gorputz biratzailearen eta mahaiaren gainazalaren arteko marruskadura-indarra. Izan ere, marruskadurarik ez badago, edo objektua labaindu gabe biratzen bada, ez da altxatzerik gertatzen. Hemen ez dugu garapen matematikorik egingo. Bakarrik aipatu Moffat eta Shimomura-k nola azaltzen duten arrautza gordinarekin gauza bera ez gertatzea. Arrautza gordinarekin hasierako energia zinetikoa arrautzaren barneko fluidoan zehar sakabanatzen da. Era horretan, hasierako energia zinetiko gehiena galtzen da, eta geratzen dena ez da nahikoa masa-zentroa altxatzeko.

4. AMAIERARIK GABEKO ZIBA

Hauxe da aurki daitekeen beste jostailu bat. Plastikozko ziba txikia da, plastikozko oinari baten gainean (ikus 13. irudia) biraraztcn denean etengabe biratzen mantentzen dena. Honen sekretua zein den azalduko dugu. Zibak badu iman txiki bat bere barnean, haren biraketa-ardatzarekiko perpendikularki kokatuta. Oinarriak ere badu zirkuitu txiki bat barruan, transistore batez eta aurkako bi biribilkapen, A eta B, dituen harilaz osaturikoa. Zirkuitu hori 9 volt-eko pilaz elikaturik dago. Imanaren polo bat, hego-poloa adibidez, harilerantz hurbiltzen denean, korronte bat induzitzen da A biribilkapenean. Korronte hori (NPN) transistorearen oinarria positibo jartzeko adinakoa da. Horrek igorle-kolektorearen korrontearen jarioa sortzen du B harilkapenean. Azkeneko korronte hau A-rena baino handiagoa da, transistorearen anplifikazioa dela eta. Lenz-en legearen arabera, orduan imanaren poloa harilerantz erakarria izango da. A-tik B-rako indukzio hori birsortzailea da, eta ondorioz, B-ko pultsuak luzeagoak dira. Zirkuitu hau Hartley zirkuitu oszilakorra da, hain zuzen ere. Horrela zibari energia ematen zaio eta haren higidura mantentzen da, pilak irauten duen bitartean, gutxienez. Hego-poloa harilerantz erakartzen da hurbiltzen denean, eta hariletik urruntzen denean, ez dago indarrik, orduan transistoreak ez baitu korronte-





13. irudia. Ziba iraunkorra dantzan eta sistemaren eskema.

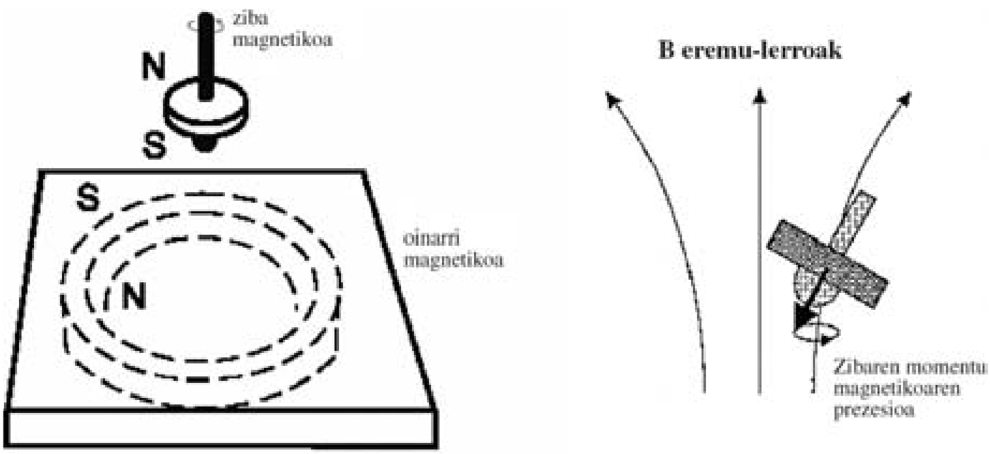
rik ematen. Bestalde, ipar-poloak ez du indarrik jasaten harilera hurbiltzen denean, baina kanporantz bultzatzen da urruntzen denean. Zirkuituak berdin jokatzen du edozein biraketa-noranzkotarako, erloju-orratzen noranzkoan zein aurkako norabidean.

5. **LEBITROIA**

Bukatzeko 14. irudian ikus daitekeen lebitroiari buruz arituko gara. Honen berezitasuna hauxe da: ziba bat oinarri magnetiko bereziaren gainean aske lebitatzen manten daitekeela, 3.2 cm-ra, gutxi gorabehera. Horrela, biratzen duen bitartean, 2 minutu (edo gehiago) airean igerian egon daiteke, airearekiko marruskaduraren eraginez haren abiadura angeluarra 1000 rpm ingurura jaisten den arte. Ziba hau ere magnetikoa da: haren barnean magneto txiki bat dauka; hego-poloa beheko aldean dago eta 22 gramo inguruko pisua du. Oinarriaren barruan ere, badago eraztun itxurako iman iraunkor indartsua, hego-poloa goiko aldean duena (ikus 15. irudia). Iman biek l nahiko indartsuak izan behar dute lebitazioa posible egiteko eta grabitatearen indarra konpentsatzeko. Normalean, edozein dipolo magnetikok buelta ematen du eremu magnetiko ez-homogeneoan jartzen denean; ez da egonkortasunik egoten. Hala ere, biratzen dagoenean ezin du buelta eman, zurruntasun giroskopikoak ekiditen duelako, hau da, ardatzak biratzen du eremu magnetikoaren norabidearen inguruan, 15b irudian bezala, prezesioko higidura eginez. Lebitroiarekin ardatza ea bertikala da eta prezesioa darda-

14. irudia. «Fascinations» enpresak merkaturatiko lebitroia.

a) b)



15. irudia. a) Lebitroia biratzen oinarri magnetikoaren gainean eta b) Lebitroiaren momentu magnetikoaren prezesioa oinarriaren eremu magnetikoaren eremu-lerro baten inguruan.

ra baten modura agertzen da, nahiko azkar biratzen duen bitartean. Izan ere, zibaren biraketa dela eta, lebitroia ez doa Earnsahaw-en teoremaren kontra [24]. Aurreko artikulu batean aztertu genuenez [25], teorema horren arabera ez da posible oreka egonkorra sistema batean karratuaren inbertsoaren legea duten indarren eraginaren pean. Horixe da, hain zuzen, indar elektrostatiko edo magnetostatikoen kasua.

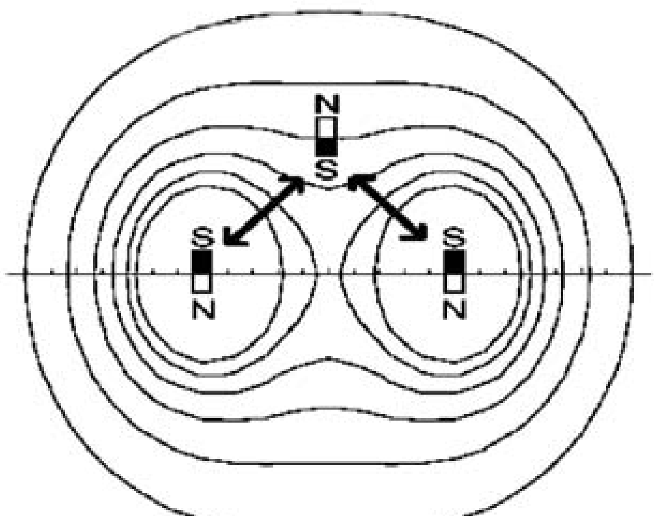
Lebitroiaren fisikaren oinarriak, hala ere, ez dira errazak eta hainbat artikuluren gaia izan dira aurreko hamarkadaren bukaeran [26-30]. Web orrialde interesgarria [31] ere badago tresna honen gaineko informazio asko duena eta haren funtzionamendua pelikula baten bidez ere erakusten duena.

Biratzen duen ziba magnetikoaren lebitazio magnetikoa Roy Harrigan-ek aurkitu eta 1983. urtean patentatu zuen. Hainbat fisikari, hala ere, lebitazio magnetiko iraunkorra ezinezkoa zela esan zioten. Harrigan-ek oinarri berezia diseinatu zuen, eremu magnetikoaren konfigurazio egokia sortzeko eta inertzi momentu, masa eta momentu magnetiko egokia dituen ziba ere eraiki zuen. Horrela, ziba harrapatzeko bolumen txikia lortu zuen eta ziba bolumen horretara eramateko modua ere aurkitu zuen. Izan ere, lebitazioa lortzeko espazio-aldea nahiko txikia da. Baina 1993.ean Bill Hones-ek, «Fascinations» izeneko enpresakoak, Harrigan-en prototipoa ikusi eta patentatu egin zuen 1994.ean, baina oinarrian iman karratua erabiliz. Oreka ez da nahikoa ziba lebitatzen manten dadin, oreka egonkorra behar da, hots, desplazamendu txiki bat bertikalean edo horizontalean gertatzen denean, indarrak ziba berriro bultzatu behar du oreka-posiziorantz. Lebitroiaren kasuan egonkortasuna ez da hain erraza, ziba alboetara mugitzen denean, oinarriko imanaren ardatzetik kanporantz eremu magnetikoa bertikaletik desbideratzen baita. Horregatik oinarriaren zentroan inguruko oso bolumen txikian da egonkorra, 3 cm bider 4 cm ingurukoan (ikus 16. irudia).

Simon eta haren lankideek [28] esperimentuak egin zituzten lebitroiarekin eta higiduraren ekuazio diferentziala integratu zuten numerikoki egonkortasunaren limiteak aztertzeko. Beraien ondorio nagusiak hauexek izan ziren: badago mugako biraketa-abiadura bat, eta horren azpian ziba ezegonkorra da. Hori oinarrizkoa da harrapaketaren mekanismoa ulertzeko.

Zibaren pisuak eta oinarriaren imanaren magnetizazioak mugatzen dute orekako altuera. Tenperatura-aldaketa txikiek alda ditzakete imanen magnetizazioa; hori dela eta, zibaren pisua alda daiteke komertzializaturiko lebitroietan, baldintzen arabera egonkortasuna bilatzeko eraztun desberdinak gehituz. Lebitroiek egonkorki biratzen dute 20 eta 26 rps (bira segundoko) tartean eta erabat ezegonkorrak dira 30 rps-tik gora eta 18 rps-tik behera. Lebitroia hutsean jarriz gero, denbora luzeagoa manten daiteke. Zenbait esperimentutan 30 minutu egon da eta baldintzak areago hobetuz, lortu izan da zenbait egunetan ere biratzen egotea.

Lebitroiaren hatsarrea partikula mikroskopikoen eskalan ere betetzen da. Partikula hauen harrapaketa gerta daiteke eremu magnetiko edo elektrikoen bidez. Askotariko tranpak daude. Adibidez, neutroiak haril-sistema baten bidez sorturiko eremu magnetikoarekin harrapa daitezke [32]. Izan



16. irudia. Eraztun itxurako imanaren gainazal ekipotentzialek putzu bat sortzen dute. Ziba biratzailea (iman txikia) lebitatzen egon daiteke bertan.

ere, neutroiak spin duten partikula magnetikoak dira; beraz, neutroien tranparen eta lebitroiaren arteko lotura handia da.

Ikusi dugunez, zibak askotariko eskaletan aurki daitezke. CERN ikerketa-zentroan [33] 2001.ean, Fisikarekiko interesa suspertzeko, ziba erraldoia eraiki zuten beste gauza batzuen artean. Dena den, hori ez da zibarik handiena. Gure Unibertsoan, baditugu ziba erraldoi naturalak. Lurra bera esan dezakegu ziba erraldoia dela, biraketa propioa, prezesioa eta nutazio higidurak baititu.

BIBLIOGRAFIA

[1] C. UCKE. 1996. Proceedings of the Conference «Teaching the Science of Condensed Matter and New Materials», FORUM, Editrice Universitaria Udinense, Udine, Italy, 437-441.

[2] H. GOLDSTEIN. 1979. *Mecánica Clásica*. 2.ª edición. Aguilar. Madrid.

[3] D.W. GOLD. 1973. *The top: universal toy, enduring pastime,* New York, Clarkson N. Potter, Crown Publishers.

[4] http://www.tubilladellago.com/peonza.html.

[5] ALONSO FINN. *Física*, bol. I, *Mecánica*, 314-319.

[6] http://scienceworld.wolfram.com/biography/Kovalevskaya.html

[7] H.K MOFFATT and Y. SHIMOMURA. 2002. «Spinning eggs-a paradox resolved». *Nature*. **416**, 385-386.

[8] J. WALKER. 1981. «Taller y Laboratorio. Movimiento de las peonzas, con referencia a algunos tipos excepcionalmente originales». *Investigacióny Ciencia*, Maiatza, 138-144.

[9] J. WALKER. 1979. «Taller y Laboratorio. El «rattleback, extraña piedra que primero gira en un sentido y después en el contrario». I *Investigacióny Ciencia*, Abendua, 116-122.

[10] R. J. COHEN. 1977. «The tip top revisited», *American Journal of Physics* **28**, 12-17.

[11] J. L. SYNGE. 1952. *Philosophical Magazine* **43**, 724.

[12] W.A. PLISKIN, 1954. *American Journal of Physics* **22**, 28-32.

[13] C. M. BRAAMS. 1952. *Physica* **18**, 503-514.

[14] N.M. HUGENHOTZ. 1952. *Physica* **18**, 515-527.

[15] A. R. DEL CAMPO. 1955. «Tippe Top (Topsy-Turnee Top) continued», *American Journal of Physics* **23**, 544-545.

[16] C. G. GRAY eta B.G. NICKEL. 2000. «Constants of the motion for nonslipping tippe tops and other tops with round pegs», *American Journal of Physics* **68**, 821-828.

[17] L. STEFANINI. 1979. «Behaviour of a real top». *American Journal of Physics* **47**, 348-350.

[18] G.T. WALKER. 1896. «On a dynamical top». *Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* **29**, 175-184.

[19] S.H. BONDI. 1986. «The rigid body dynamics of unidirectional spin». *Proceedings of the Royal Society* (London) **A405**, 265-274.

[20] A. GARCIA eta M. HUBBARD. 1988. «Spin reversal of the rattleback: theory and experiment». *Proceedings of the Royal Society* (London) **A418**, 165-197.
[21] T.R. KANE eta D.A. LEVINSON. 1978. «A realistic solution of the symmetric top problem». *Journal of Applied Mechanics* **45**, No. 4, 903-909.
[22] http://www.autolev.com/WebSite/SampleProblemRattleback/Rattleback.html
[23] http://www.tam.vivc.edu/toys/celt/
[24] S. EARNSHAW. 1842. «On the nature of molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether». *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 7, 97-112.
[25] N. ZABALA. 1997. «Lebitazioa». *Ekaia* **7**. 31-49.
[26] R. EDGE. 1995. «Levitation using only permanent magnets». *Physics Teacher* **33**. 252-253.
[27] M. V. BERRY. 1996. «The levitron: an adiabatic trap for spins». *Proceedings of the Royal Society of London*. **452**, 1207-1220.
[28] M.D. SIMON, L.O. HEFLINGER eta S.L. RIDGWAY. 1997. «Spin stabilized magnetic levitation». *American Journal of Physics* **65**, 286-292.
[29] T.B. JONES, M. WASHIZU eta R. GANS. 1997. «Simple theory of the levitron». *Jornal of Applied Physics* **82**, 883-888.
[30] R.F. GANS, T.B. JONES eta M. WASHIZU. 1998. «Dynamics of the levitron». *Journal of Physics D* **31**, 671-679.
[31] http://www.levitron.com
[32] W. PAUL. 1990. «Electromagnetic traps for charged and neutral particles». *Review of Modern Physics* **62**, 531-540.
[33] L. HARGREAVES. 2001. «CERN Energetically Probes the Arts.Physics Today on Line. February (http://www.physicstoday.org/pt/vol-54/iss-2/p28b.html.