Ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematiko-fisikoen irakurbideaz

Martxel Ensunza
Fisika Teorikoa eta Zientziaren Historia Saila, EHU
Jose Ramon Etxebarria
Fisika Saila, UEU
Jazinto Iturbe
Kimika Fisikoa Saila, EHU

Laburpena: Artikulu honetan egileetako batek (M. E.) berriki aurkeztutako doktorego-tesirako lanaren berri laburtua azaldu da, irakaskuntzan diharduten fisikarientzat eta matematikarientzat guztiz interesgarria eta erabilgarria delakoan. Ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematikoen irakurbidea gai hartuta, lehenengo atalean adierazpen fisiko-matematikoen hizkera lantzeko euskaraz egindako saioen azterketa historiko-kritiko laburra egin da. Bigarren atalean, gaur egungo ikuspegia erabiliz, Fisikan eta Matematikan erabiltzen den hizkuntza berezi eta berezituari buruzko zenbait gogoeta egin dira, inguruko hizkuntzetan (ingelesa, fransesa eta gaztelania) harturiko bideak kontuan hartuz. Hirugarren atalean ikur eta zeinu bidezko adierazpen irakurbiderako proposamen zehatzak egin dira, horretarako hiru arau nagusi zehaztuz, eta horien erabilerarako baldintzak adieraziz. Amaitzeko, zenbait adibide aipatu dira, arau horiek praktikan nola erabiltzen diren erakutsiz.

SARRERA

Gauza jakina denez, euskararen erabilerari dagokionez, berandu samar iritsi gara euskaldunok irakaskuntzaren eta ikerkuntzaren arloetara —gure inguruko hizkuntza ofizialetako hiztunak baino beranduago, behintzat—, eta, horren ondorioz, pauso hori ematen hasi garenean, inguruko hizkuntzetan gaindituta eta ebatzita zeuzkaten zenbait arazo praktikorekin egin dugu topo. Horrelako arazo baten konponbiderako proposamenak aztertuko ditugu artikulu honetan: *ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematiko-fisikoen irakurbidea*. Hain zuzen, ikur eta zeinu bidezko laburtzapenek eragozpenak sortzen dizkigute praktikan, eta horiek gainditzeko saioan, hainbat mailatako gogoetak egin eta proposamen-sorta bat eskainiko dugu.

Gaia lantzeko orduan, lehenengo kezka, abiapuntua bera izan genuen. Batetik, inguruko hizkuntzetan iraganeko garaietan ibilitako bidea euskaldunok azken urteotan egin beharra izan dugu, askoz ere denbora laburragoan, gainera. Esperientzia hori izan dugu abiapuntua. Nolanahi den, bestetik, ez gara gu izan bide hori jorratzen ibilitako lehenak. Euskara bera irakaskuntzarako hizkuntza modura erabiltzen hasi zenetik —nola edo hala esateko, XX. mendearen hasieratik—, hainbat ahalegin egin dira bai hiztegi tekniko-zientifikoaren eta bai arlo horretako esamoldeen normalizaziorako bidean. Zer esanik ez, guztiz komenigarria zen gure aurrekoek eginiko ahaleginetatik abiatzea, bidean izan zituzten oztopoak zein izan ziren jakiteko, eta horien konponbiderako erabili zituzten ebazpideak kontuan hartzeko. Eta horixe egiten saiatu gara.

Dena den, gure helburua mugatua izan da: matematikan —eta fisikan— erabiltzen den nazioarteko ikur eta zeinu bidezko adierazpenek euskararen baitan izan dezaketen txertaketa finkatzea eta normalizatzea.

1. ADIERAZPEN FISIKO-MATEMATIKOEN HIZKERA LANTZEKO, EUSKARAZ EGINDAKO SAIOEN AZTERKETA HISTORIKO-KRITIKO LABURRA

Euskara bera eguneratzeko eta euskararen erabilpena irakaskuntzara zabaltzeko lehen asmoak XX. mendearen hasieran abiatu ziren, gure ikerketan bilatu ditugun artikulu eta argitalpenak kontuan hartuz behintzat. Hain zuzen ere, 1901. urtean Sabino Aranak argitaraturiko artikulu batean [1] bi motatako ekarpen berritzaile ageri dira. Lehena terminologiari buruzkoa da: hor ditugu *anei* («mila»), *bostanei* («bost mila»), *anbei* («hamar mila»)... hitz berriak. Bestetik, euskararen zenbaki-sistema berezia —ehun zenbakira arte hogeikakoa dena— sistema hamartar huts bihurtzeko ahalegina: *berramar* («hogei»), *iruramar* («hogeita hamar»), *laramar* («berrogei»)... Egia esanda, gero harturiko bideei dagokienez, Aranaren proposamenak ez zuen arrakastarik izan, baina gutxienez aipatu beharra dagoela uste dugu, problema plazaratzean eta irtenbide bat proposatzean lehena izan baitzen.

Nolanahi den, Aranaren bultzadak beste idazle batzuk jarri zituen lanean. Adierazpen matematikoei dagokienez, aurkitu dugun lehenengo erreferentzia 1913koa dugu, hain zuzen ere Ixaka Lopez Mendizabalen liburu batena [2]. Liburu horretan oinarrizko eragiketak landu ziren, 1. koadroan ageri den eran:

1. koadroa. Oinarrizko eragiketen osagaiak

batuketa / batuketa	*kenduketa* /kenketa	*tolesketa* / biderketa	*zatiketa* /zatiketa
batukia / batugaia	*gutxitzen dana* / kenkizuna	*tolesten dana* / biderkakizuna	*zatituba* / zatikizuna
batukia / batugaia	*kentzen dana* / kentzailea	*toleslea* / biderkatzailea (edo biak biderkagaiak)	*zatilea* / zatitzailea
guziya / batura	*bitartekua* / kendura	*ateria* / biderkadura	*zatiya* / zatidura

Oharra: Letra etzanaz López Mendizabalek erabilitako formak adirazi dira eta letrakera arruntaz idatzitakoak gaur egun erabiltzen direnak.

Horrez gain, eragiketen zeinuen izenak (+ zeinua: *ta* / geroago «gehi», «eta»; – zeinua: *gutxi* / gaur egun «ken»; zeinua: *bider* / gaur egun «bider»; : zeinua: [López Mendizabalek izenik ez] / gaur egun «zati») eta horien irakurbideak ere azaldu zituen.

Bigarren erreferentzia 1920koa dugu [3], Bizkai-Aldundiaren Erri-Irakaskuntza-Batzordeaak argitaratua. Interesgarria da erakunde ofizial baten parte-hartzea azpimarratzea. Dena den, mailari dagokionez, aurreko lanak bezala, «lehen maila» hartu zuela esan behar da, alegia Oinarrizko Heziketa; bestalde, oinarrizko eragiketez gain, ezer gutxi landu zen liburu hartan.

Erakundeen bultzadarekin segituz, hurrengo pausoak Euzko Ikastola Batzak eman zituen, bi lan argitaratuz [4], [5]. Eta horren eraginez Espainiako argitaletxe espezifikoak ere mundu horretan sartzen hasi ziren, Bruño argitaletxeak eginiko lana lekuko [6].

Gerraurreko lanen aipamena biribiltzeko, aurrekoez bereiztasun garrantzitsua duen beste liburu bi ekarriko ditugu gogora, hain zuzen ere adierazpen matematikoa beste zientzietan ere txertatzen saiatu zen lehena izan zelako. Hain zuzen, Gabirel Jauregik 1935 eta 1936. urteetan argitaraturiko *Pisia* eta *Kimia* liburuez ari gara [7], [8]. Liburu horietan formulak etengabe agertzen dira; baina Jauregik ez zuen esan, era zuzenean behintzat, formulak nola irakurri behar ziren, nahiz eta kasu batzuetan zertxobait haien logika azaldu eta nolabaiteko irakurketa ere egin zuen.

Gero, gerra etorri zen, eta prozesu hura moztuta geratu zen. Gerraosteko isilune luzea etorri zen ondoren, harik eta hirurogeita hamarreko hamarkadan irakaskuntzaren arazoarekin loturiko testugintza serioski planteatzen hasi zen arte. Gure bilaketaren araberako lehen liburua Luis Egiaren *Neurriztia* izenekoa da [9]. Bera izan zen lehena formula, berdintza eta ekuazioen alboan horien irakurbideak zuzenean jartzen. Bere testua ikusita, laster kontura gaitezke ezen adierazpen matematiko bakoitzaren ondoren «*onela irakurri:*» esaldia datorrela behin eta berriro, ondoren nola irakurri behar den hitzez hitz azalduz. Seinale garbia, horretan kezka zuela eta irakurbiderako ohiturak sortu nahi zituela. Dena den, hizkuntza arruntean erabili zuen joskera, eta esamoldeen muga estuetan jokatzera behartu zuen bere burua; horrela, behin baino gehiagotan muga horretan sortzen zitzaizkion korapiloak askatu ezinik ibili zela antzeman dezakegu. Labur esanda, liburua irakurbideen azalpen etengabea da. Baina inon ere ez zituen zehaztu irakurbiderako arauak, eta guri horrek ardura digu nagusiki. Gainera, liburu hori ez zegoen euskara batuan idatzita, eta nola edo hala gerraurreko ekoizpenarekiko lotura azpimarratu nahi izan zuen, normalizaziorako kezka alde batera utzita. Baina ordurako, bestelako bideak abiaturik zeudela esan dezakegu.

Izan ere, horren ostean, ia berehala, euskara batu eta «modernoa» zerabilten bestelako lanak azaldu ziren. Lehenengo adibide modura Iker taldeak *Saioka* bilduman argitaraturiko Matematika saileko liburuak ditugu (1976, 1977 eta 1979. urteak) [10], [11], [12]. Adierazpen matematikoei eta sinboloen irakurbideari dagokienez, ordura arte euskarazko liburuetan sekula agertu gabeko ikur berriak agertu ziren, hala nola:

$\in$	-koa da
$\notin$	-koa ez da; ez da ...koa
$\subset$	-(r)en barnean dago
$\not\subset$	-(r)en barnean ez dago
$\cup$	bil
$A \cup B$	*A* bil *B*
$A \sim B$	*A* eta *B* zenbakide dira

Antzeko ikur eta irakurbideak aurkitu ditugu *Larresoro* sinadurarekin garai bertsuan J. L. Alvarez Enparantza *Txillardegi*k prestatu zituen liburuetan ere [13], [14]. Liburu hauek *Saioka* bildumako matematika-liburuen oso antzekoak dira, bai gaiei dagokienez, eta bai erabilitako ikur eta terminologiari dagokienez ere.

Larresorok eginiko liburuetan, adierazpenen irakurbidea finkatzeko ardura ere ageri da, eta hori nabaria da, jarraian aipatuko ditugun adibideetan, adierazpen sinbolikoen ondoren hitz arrunten bidezko esamoldeak baitatoz:

$A \setminus B$	*A* ken *B*
$\mathrm{X} \cap E$	*X* ebak *E*
Δ	multzo hutsa
$D = A \cup B$	*D* berdin *A* bil *B*
$D = A \cap B$	*D* berdin *A* ebak *B*
$D = A \setminus B$	*D* berdin *A* ken *B*
$3 \quad 6 = 18$	hiru bider sei berdin hemezortzi

$M \subset H$	M, H-ren barnean dago (aurrekoetan «barrenean» ageri da)
$16 : 2 = 8$	hamasei, zati bi, berdin zortzi
$A \sim B$	A eta B, zenbakide

Testu horietan irakurbiderako aukeraren azalpena espresuki formulatuta ez badago ere, oro har, gero azalduko dugun «linealtasunerako bidea» hartu zela esan dezakegu, bai *Saioka* bilduman eta bai —are markatuago— Larresorok eginiko testuetan ere.

Azken lan hauen alde etorri zen neurri batean —edo alderantziz izan ote zen?— Euskaltzaindiak plazaraturiko liburuxka bat. Hain zuzen, Euskaltzaindia buru-belarri zebilen batasun-prozesua bultzatzen, eta horrela, *Zortzi urte arteko Ikastola Hiztegia* argitaratu zuen 1975. urtean [15], zenbait oinarrizko arazo eta konponbideri buruz zuen iritzia plazaratuz. Eta zenbait erabaki interesgarri eta baliotsu hartu zituen Euskaltzaindiak, gerorako bidea argitzeko eta errazteko balio izan zutenak. Laburbilduz, erabaki horietako batzuk terminologiarekin zerikusia zuten, zenbait ikur eta zeinu matematikoren (+, –, =...) izenak onartu edo proposatuz, aldi berean matematikaren ikuspuntutik baliagarriak ziren banaketa semantiko batzuk onartuz (alde batetik «gehi» eta «plus» kontzeptuak eta bestetik «ken» eta «minus» kontzeptuak bereiziz, adibidez), zenbait eragiketaren irakurketarako bideak onetsiz, eta abar. Ez ziren erabaki oso handiak izan, baina benetan baliagarri suertatu zirela esan dezakegu, Euskaltzaindiak nolabaiteko oniritzia eman baitzien garai hartan zientzialarien eta testu-idazleen artean ohiko bihurtzen ari ziren esamoldeei.

Hortik aurrera, praktikara eraman ziren asmoak. UEUren —Udako Euskal Unibertsitatea— eta *Elhuyar* taldearen sorrerarekin abiada berria hartu zuen gaiak, beste maila batera igo baitzen arazoaren planteamendua. Jadanik ez zen nahikoa testuak egitea. Formulazio fisiko-matematikoa behin eta berriz agertzen zen testuetan, eta euskararen batasunaren espirituaz kutsaturik, erabaki bateratuak hartzeko premia azaldu zen, testuen idazkerari zegokionez ez ezik, formula eta ekuazioen irakurketari zegokionez ere. Hain zuzen, Udako Euskal Unibertsitateko hitzaldi eta mintegietan, esamolde egokiak aukeratzeko premia azaldu zen behin eta berriro. Horrela, *Elhuyar* eta UEU erakundeak hizkuntza teknikoari buruz —aztertzen ari garen arazoa barne— eztabaidatzeko gune bihurtu ziren.

Elhuyar aldizkariaren lehen zenbakian bertan, gerraurreko arazo berberak planteatzen zituen lan bat argitaratu zen, nahiz eta irtenbideak oso bestelako bidetik proposatu. J. M. Goñi matematikariak idatzitako «Zenbaki arruntak; eragiketak» izenburuko artikuluaz ari gara [16]. Horren ostean, Goñik beste artikulu batzuk argitaratu zituen hurrengo urteetan [17], [18], [19], eskuartean dugun gaia lehen aldiz bere osotasunean planteatuz. Bide beretik, Mikel Zalbidek problema berbera plazaratu zuen «Zientzi eta teknikarako hizkuntzaz» izenburuaz idatzitako artikuluan [20], eta horren kariaz, Elhuyar taldekoek Karlos Santamariarengana jo zuten iritzi edo aholku eske, eta honek erantzun pentsatu eta landua eman zien, 1976an aldizkarian izenburu berberaz argitaraturiko bi artikuluren bidez: «Ahoz eta euskaraz irakurtzekotan, nola irakurri behar dira algebrazko formulak? (I) eta (II)» [21], [22]. Artikulu horietan zuzen-zuzenean egin zen arazoaren planteamendua eta baita nolabaiteko irtenbideak proposatu ere.

Gure ustez, Santamariak argitaratu zuen arazo honi buruzko lehenengo «teorizazioa» dei dezakeguna. Santamariak ahalegin handia egin zuen irakurbidea lantzen, hain zuzen ere, irakurketarako orduan formulen «linealtasuna» —hots, idatzizko ikur eta zeinuen hurrenkera gordetzea— gidari hartuz. Neurri batean —aljebrari dagokionez, bederen— arazoa nahiko ondo bideratuta utzi zuela esan dezakegu. Funtsean, hark adierazitako parametroak kontuan hartuz abiatu ziren beste guztiak ere, nahiz eta bestelako eremuak landu behar izan zituzten.

Santamariaren erantzun teorikoaren ondoren, lan praktikoen premia azaleratu zen, eta ordutik aurrera erantzun praktikoak ematera bideratu ziren indarrak. Horretan garrantzi berezia izan zuen UZEIren lanak (Unibertsitate Zerbitzuetarako Euskal Ikastetxea). Horren adierazle modura, Mikel Zalbidek UZEIren ekimenen barnean *Matematika. Hiztegia, hizkera, irakurbideak* izenburuko liburua dugu [23]. Liburua bere osotasunean hartuta, Zalbideren lana bere aurreko lan teorikoen osteko lehenengo sistematizazio praktikoa izan zela esan dezakegu, beti ere formulen irakurbiderako ikurren idazkeraren araberako hurrenkeraren bidetik jorik.

Hurrengo pauso kualitatiboak, Zalbideren beraren koordinaziopean prestaturiko UZEIren *Matematika Hiztegia* argitaratzean eman ziren [24]. Hiztegiari dagokionez, lexikoaz gain, aipamen berezia merezi du kalkulu eta analisiaren arloko zerrendak. Bertan batukariak, biderkariak, deribatuak, integralak eta abar ageri dira, alboan irakurbide zehatza dutela. Adibide modura ondoko kasuak aukeratu ditugu:

$\sum_{1}^{n}$ edo $\sum_{i=1}^{n}$	batukari, 1etik *n*-ra; batukari, i berdin 1etik *n*-ra
$\prod_{1}^{n}$ edo $\prod_{i=1}^{n}$	biderkari, 1etik *n*-ra; biderkari, *i* berdin 1etik *n*-ra
$\lim_{x \to a} y = b$	limite, *x* *a*-rantz doanean, *i* grekoa, berdin *b*
$\dfrac{\partial^n y}{\partial x^n}$	deribatu *n*-garren *y*, *x*-ekin (-ekiko) *n* aldiz
$\int_a^b f(x)\,dx$	integral, *a*-tik *b*-ra, *f*(*x*) diferentzial *x*

Bukatzeko, gutariko batek eginiko lana aipatuko dugu, hots, *Alfabetatze zientifikoa. Zenbakiak / unitateak / irakurketa / eragiketak / esamoldeak* izenburupean Martxel Ensunzak plazaraturikoa [25]. Lehenago UZEIren hiztegian azaldutako formula eta adierazpen matematiko-fisikoak bildu ondoren, horien gehigarri modura, ikur eta adierazpen fisiko-matematikoen irakurbidea proposatu zen lan horretan.

Honelatan, bada, erabilitako iturri eta oinarri nagusiak aipatu ondoren, horiei buruzko iritzia gehitu nahi genuke, beti ere horien guztien zordun garela aitortuz.

Labur esanda, hasteko, XX. mendearen hasiera aldean emaniko pausoak laburrak eta geldoak izan ziren, dudarik gabe, baina sortu berriaren meritua izan zuten, arazoak planteatzea ebazten hasteko bidea baita. Zenbait gorabehera eta zalantza izan ondoren, gerraren ondorengo isilaldiaren ostean berpiztu beharra egon zen, eta, espero izatekoa zenez, lehenengo ekimenetan aurretik utzitako arrastoen bila abiatu ziren. Baina irteera edo jarraipenik gabeko bidetik abiatu ziren.

Bestelako bidetatik abiatuz, hirurogeita hamarreko hamarkada funtsezkoa gertatu zen etorkizunerako oinarriak finkatzeko. Horretan funtsezko lana bete zuten Udako Euskal Unibertsitateak eta *Elhuyar* taldeak, gogoeta teorikoak egiteko, proposamenen eztabaidarako toki eta zientzialari euskaldunen biltoki modura jokatuz. Geroago, laurogeiko hamarkadan, behin euskarazko irakaskuntza Euskal Herriko Unibertsitatean ofizialki sartu ondoren, praktikara eraman ziren aurretik eginiko lanak, eta gainera, irakurbideen erabilera-eremua erabat zabaldurik geratu zen, zientziaren premia guztietara egokitzeko bidean jarriz.

Gu geu Mikel Zalbideren eta UZEIko talde desberdinen proposamenetatik abiatu ginen, gehienak onartuz, baina horien justifikazio zabalagoa eta hedakorragoa egiten saiatuz, eta, esparru teoriko egokian kokatzen ahaleginduz, proposamen berriak egiteko asmoz. Horien proposamenen garapena eta jarraipena da hemen aurkezten dugun lana, eta horretarako hurrengo atalean arazoa bere osotasunean planteatzen eta proposamen zehatzak egiten saiatuko gara, beti ere gure aurrekoek eginiko ekarpenak eta haiek irekitako lan-ildoak kontuan hartuz.

2. FISIKAN ETA MATEMATIKAN ERABILTZEN DEN HIZKUNTZA BEREZIARI BURUZKO ZENBAIT GOGOETA

Historiari begirada laburra egin ondoren, Fisikan eta Matematikan erabiltzen den hizkuntza bereziari buruzko zenbait gogoeta egingo ditugu, hurrengo atalean egingo ditugun proposamenen euskarri modura.

Lehenengo eta behin, interesgarri iritzi diogu inguruko hizkuntza nagusiek nola jokatzen duten aztertzeari, hain zuzen, beharrezkoa baita horiek nola jokatzen duten ondo ulertzea, guk geure hizkuntzarako egokiak diren irtenbideak aukeratzean nolabaiteko erreferentzia izateko. Egindako ikerketaren nondik norakoak iradokitzeko asmoz, 1. taulan ingeles, frantses eta gaztelaniari buruzko zenbait esamolde laburbildu ditugu.

Taulako adibideak kontuan izanez, gure iritziz, zenbait ondorio nagusi atera daitezke ia zuzenean. Hona hemen:

- —Adierazpen sinbolikoen irakurbidean erabilitako hizkuntza edo berbaldi-motari erreparatuz, ez dirudi hizkuntza naturala denik, nahiz eta barnean hizkuntza naturaleko osagaiak dauzkan.
- —Hizkuntza bakoitzean era propio eta berezian erabiltzen dira zenbait osagai karakteristiko, hala nola preposizioak, juntagailuak eta aditzak.
- —Dena den, zehatzago aztertuz, guztiek joera bera dutela suma daiteke, ondoko kontzeptuaren inguruan laburbil dezakeguna: «idazkerarekiko linealtasuna», edo zehatzago esateko, «sinboloen idazketa-sekuentziaren araberako irakurketa» edo «sinboloen idatz-ordenaren araberako hurrenkera». Alegia, hizkuntza guztietan ahalegin berezia egiten da, sinboloen izenak sinboloak idazteko erabili den ordena edo hurrenkera berean ahoskatzeko.

Hain ingurukoak ez diren beste hizkuntza batzuk ere aztertu ditugu, hala nola hebreera, errusiera, arabiera, japoniera, txinera eta suomiera, eta ondorio modura, honako bi puntu hauek azpimarra ditzakegu:

- —Mundu zabalean garaturik dauden hizkuntzetan, zientzia-arloko testuetan integraturik dauden adierazpen sinboliko fisiko-matematikoak nazioarteko era normalizatu eta arautuan idazten dira, guztietan sinbolo berberak erabiliz eta ezkerretik eskuinerako noranzkoan idatziz. Azken puntu hau azpimarratzekoa da, zenbait hizkuntzatan eskuinetik ezkerrerako noranzkoa erabiltzen baita idazkeran, hala nola hebreeran eta arabieran.
- —Bestalde, horrekin era koherentean jokatuz, adierazpen sinbolikoen irakurketa adierazpena idazteko erabilitako hurrenkera eta ordena berean gauzatzen da, oro har, ezkerretik eskuinerako noranzkoan preseski. Azken puntu honi dagokionez, hizkuntza guztietan horrela egiten denik ziurtatu ezin dezakegun arren, gehienetan —zientzia-maila altuko guztietan— horrelaxe egiten dutela baiezta dezakegu.

Nolanahi dela, ohar txiki bat egitea komeni da noranzkoen kontuari dagokionez. Aurreko kasuetan agerian utzi duguna, noranzko *grafikoa* izan

1. taula. Adierazpen sinbolikoak hitzez irakurtzean gure inguruko hizkuntzetan erabilitako esamoldeak

Adierazpen sinbolikoa	Ingelesa	Frantsesa	Gaztelania
$x \in A$	x is a member of A x belongs to A	x appartient à A	x pertenece a A
$a + b = c$	a plus b equals c	a plus b égal à c	a más b igual a c
$a > b$	a greater than b	a plus grand que b	a mayor que b
$a < b$	a less than b	a plus petit que b	a menor que b
$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$	a to the (power) one n^{th} (*edo* one over n) equals the n^{th} root of a	a à la puissance un sur n égal à la racine n-ième de a	a elevado a uno partido por n igual a raíz n de a
$z = f(x, y)$	z equals f (of) x (and) y	z égal à f (de) x, y (grec)	z igual a f (de) x, y
$y = ax^2 + bx + c$	y equals a x squared plus b x plus c	y grec égal à a x carré plus b x plus c	y igual a x cuadrado más b x más c
$\dfrac{dy}{dx}$	(first) derivative of y with respect to x	derivée de y (grec) par rapport à x	derivada de y (griega) con respecto a x
$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	x squared over a squared plus y squared over b squared equals one	x carré sur a carré plus y (grec) carré sur b carré égal à un	x (al) cuadrado entre (o partido por) a cuadrado más y (al) cuadrado entre b cuadrado igual a uno
$x = \sqrt[2]{a}$	x equals the square root of a	x égal à racine carrée de a	x igual a raíz cuadrada de a
${}_a^b f(x)\,dx$	Integral from a to b of f x dx (differential x)	Intégrale de a à b de f de x dx (différentielle x)	Integral de a a b de f de x dx (diferencial de x)
$s^2 = \dfrac{1}{n-1} {}_{r=1}^{n} (x - x_r)^2$	s squared equals one over n minus one sum from r equals one to n of x minus x r all squared	s carré égal à 1 sur n moins un, fois la somme pour r (allant) de un à n de x moins x r (x sous r) au carré	s al cuadrado igual a 1 partido por n menos uno sumatorio/sigma de(sde) r igual a uno a n, x menos x sub r, al cuadrado
x •	x tends to (approaches) infinite	x tends vers l'infini	x tiende a infinito

dela esan dezakegu, alegia, sinboloak eta letrak papereratzerakoan ondoz ondoko idazketan sinboloak jartzeko noranzkoa. *Noranzko esplizitua* izan da, beraz, sinboloen idazketari edo marrazketari dagokiona, noranzko horri jarraituz *marraztu* baititugu sinboloak banan-banan. Irizpide horren arabera esan dugu, hebreeraz eta arabieraz bi noranzko erabiltzen direla, adierazpen sinbolikoaren irakurbideaz kezkatu gabe (ikus 1 eta 2. irudiak). Dena den, hori ez da gero euskararen kasuan agertuko zaigun oztopoa, gure hizkuntzan noranzko bakarra erabiltzen baitugu bai hitzak eta bai adierazpen fisiko-matematikoak idaztean edo marraztean ere, hots, ezkerretik eskuinerako noranzkoa. Euskararen kasuan azalduko zaigun «noranzko» problematikoa hitzen arteko lotura sintaktikoaren ondoriozkoa izango da, *noranzko inplizitua* edo dei dezakeguna, sarri atzetik aurrerako noranzkoan esan ohi baititugu inguruko hizkuntzetan aurretik atzerako noranzkoan esaten dituztenak, «aldapeko sagarraren adarraren puntan» esaldiaren gaztelaniazko edo frantsesezko itzulpena eginez egiazta daitekeenez. Nolanahi dela, horretaz eta irakurbidearen hurrenkeraz hurrengo azpiataletan arduratuko gara.

Gure ikuspuntuaren arabera, zer esanik ez, zientziaren arloko erabilpen-eremu berezi hau euskaraz ere landu beharra dago. Eta horretan saiatu gara. Dena den, horretan abiatzeko, bi esparru landu behar dira: alde batetik, terminologia, eta bestetik berbaldi-mota.

Terminologiari dagokionez, azken urteotan euskaraz ere ahalegin bereziak egin behar izan dira. Guztiok dakigunez, azken hogeita bost urteotan, lexiko-sorkuntza eta terminologia direla eta, ekoizpena itzela izan da gure artean. Hiztegi orokor asko izan dira argitaratuak, eta urte gutxiren buruan berrargitaratuak, hainbat hitz eta terminoz osatuak. Badira, halaber, hiztegi entziklopedikoak, bertan terminologiaren arloko hainbat termino eta hitz bildu dituztenak. Horiez gain hiztegi tekniko ugari prestatu dira, UZEIren eskutik batez ere; *Elhuyar* taldeak azken boladan prestaturikoak ere bide beretik doaz. Paperean inprimaturik dauden hiztegiez gain, gaur egun *Euskalterm* izeneko terminologia-bankua ere badugu [26], horien guztien ekarpenak bilduma bakarrean biltzen dituena. Terminologia-banku honen tamainari buruzko ideia bat izan dezagun, diogun ezen 2001. urtean jakintza-arlo desberdinetako 183.000 termino baino gehiago zeuzkala bildurik. Nolanahi den, artikulu honetan ez gara terminologiaz arituko.

Berbaldi-motari dagokionez, lan honetan egin ditugun gogoetak laburbilduz, gure ustez behar-beharrezkoa den berbaldi-mota hori bete-betean koka daiteke Teresa Cabré irakasleak «lenguajes artificiales» deritzen horien artean [27]. Hain zuzen, autore honek ezaugarri hauek dituzten lengoaia bereziak definitu ditu:

- 38 -

$$V_D = \frac{K(Q_1 - Q_2)}{r_D} = \frac{K(10-8)}{5} = 3.6 \times 10^9 \, [V]$$

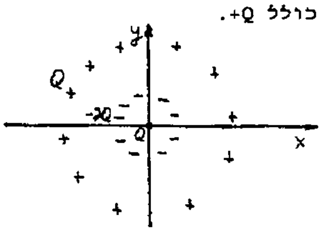
3. הפרש הפוטנציאלים בין שני הכדורים לא תלוי בפוטנציאל שבין הכדור הגדול לאדמה, ולכן נוכל להניח כאילו הכדור הגדול מוארק. ניתן להבין זאת בדרך אחרת: המטען שעל פני הכדור הגדול איננו תורם לשדה החשמלי בתוך הכדור הגדול ולכן גם לא תורם להפרשי פוטנציאלים בתוך הכדור הגדול. מכאן הפרש הפוטנציאלים בתוך הכדור הגדול נובע רק מהמטען שעל הכדור הקטן הגורם לשדה בתוך הכדור הגדול

$$\Delta V = \frac{KQ_1}{R_1} - \frac{KQ_1}{R_2} = \frac{10K}{2} - \frac{10K}{4} = 2.25 \times 10^{10} \, [V]$$

<u>הערה</u> ניתן לחשב את הפוטנציאל בכל מקום מידיעת השדה החשמלי ומשיקולים של רציפות הפוטנציאל על פני הקליפה החיצונית.

תרגיל מס' 18

מטען נקודתי Q מוצב במרכזה של קליפה כדורית דקה שרדיוסה R הטעונה בצפיפות משטחית אחידה במטען כולל 2Q-. קליפה כדורית שניה בעלת מרכז משותף לראשונה ורדיוס 3R טעונה בצפיפות משטחית אחידה במטען כולל Q+.



1. מצא את השדה החשמלי כפונקציה של המרחק r מהמטען הנקודתי Q בכל תחומי המרחב. שרטט גרף איכותי המתאר את E(r).
2. מצא את הפוטנציאל החשמלי כפונקציה של r בכל המרחב, ושרטט גרף איכותי המתאר את V(r).
3. נתון מטען נקודתי q=Q/10 . מהי העבודה שיש להשקיע על מנת להעביר מטען זה מהנקודה A(5R,0) עד לנקודה C(-2R,0) ?

<u>פתרון</u>

1. השדה החשמלי ימצא בכל מקרה על פי חוק גאוס

$$\left(1/\varepsilon_0\right)\Sigma q = \vec{E}\cdot\vec{A}$$

<u>עבור 0 < r ≤ R</u>

$$4\pi r^2 E = Q/\varepsilon_0$$

מכאן

$$E(0<r<R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{KQ}{r^2} \quad [\text{E>0 מכוון כלפי חוץ}]$$

1. irudia. Hebreerazko testu matematikoetan, bi alfabeto-mota eta bi noranzko desberdin erabiltzen dira batera: hebreerazko alfabetoa eta eskuinetik ezkerrerako noranzkoa testu naturaletan, eta nazioarteko alfabeto latindar-grekoa eta ezkerretik eskuinerako noranzkoa adierazpen sinbolikoetan. Irudi honen goialdean noranzkoak gezien bidez adierazi ditugu, argitasuna lortu nahian. Zenbakiak ere Mendebaldeko hizkuntzen era berean idazten dira; orrialdearen goialdean dagoen —38— hori hogeita hemezortzi da, eta ez laurogeita hiru, eskuinetik ezkerrerako noranzkoa hartuz gero izango litzatekeen modura.

[١٨-١] ١٨ – التدفق المنتظم – وحيد البعد

وبتطبيق القانون الثاني بين مستويين على بعد لا متناهي الصغر ، نحصل في حالة الاجراء الانعكاسي على :

$$dQ = T\,ds$$

ولدينا ايضاً العلاقة العامة بين الخواص ، المعادلة (٦-١٣) التي تنص على :

$$T\,ds = dh - v\,dp$$

وفي حالة اجراء ايزونتروبي :

$$dh = v\,dp \qquad (٣-١٨)$$

ونستطيع الحصول على الصيغة التفاضلية لمعادلة الاستمرارية بالتفاضل اللوغارتيمي ؛ أي :

$$\log A + \log C - \log v = \text{constant}$$

وبالاشتقاق :

$$\frac{dA}{A} + \frac{dC}{C} - \frac{dv}{v} = 0 \qquad (٤-١٨)$$

ونستطيع استعمال المعادلات (١٨-٢ و ٣ و ٤) لايجاد صيغاً للتغير في السرعة والمساحة مع الضغط في اجراء ايزونتروبي . فاذا جمعنا (١٨-٢) و (١٨-٣) نحصل على :

$$v\,dv + d\left(\frac{C^2}{2}\right) = 0 \qquad (٥-١٨)$$

وللتدفق بين أي مستويين 1 و 2 لدينا اذاً :

$$\tfrac{1}{2}\left(C_2^2 - C_1^2\right) = -\int_1^2 v\,dp \qquad (٦-١٨)$$

٩٥

2. irudia. Arabierazko testu matematikoetan, hebreerazko testuetan bezala, bi alfabeto-mota eta bi noranzko desberdin erabiltzen dira batera: arabierazko alfabetoa eta eskuinetik ezkerrerako noranzkoa testu naturaletan, eta nazioarteko alfabeto latindar-grekoa eta ezkerretik eskuinerako noranzkoa adierazpen sinbolikoetan. Bestalde, berez itzulpena den liburu honetan, jatorri-hizkuntzaren nagusitasuna —ingelesarena alegia— ageri-agerikoa da, kasurako, erdialdeko adierazpenean ikus daitekeen «constant» hori lekuko.

Son características relevantes de los lenguajes artificiales, como los sistemas lógicos:

— que se trate de «lenguajes inventados»,
— construidos tomando como punto de referencia el lenguaje natural,
— con una conceptualización previa controlada,
— sin posibilidad de admitir nuevas unidades si no están establecidas y conceptualizadas previamente,
— unívocos, y por lo tanto sin sinónimos ni términos polisémicos,
— con una sintaxis reducida a la mínima expresión,
— con un repertorio de signos también reducidos; originariamente fijados en su forma escrita,
— con validez supranacional, y
— sin posibilidad de desarrollar las funciones emotiva y poética del lenguaje.

Guk mota horretako esamoldeak erabili ditugu ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematikoen irakurbidean. Nolanahi dela, Cabré-k eginiko karakterizazioan ohar edo iruzkin bat egin daitekeela uste dugu. Izan ere, adierazpen fisiko-matematikoei dagokienez, ez dugu uste zeinuen zerrenda hain laburra denik, eta edozein kasutan, sistema hori, finitua izanik ere, irekia da (ez itxia, alegia); hots, etengabe ari da emendatzen eta hazten, zeren, kontzeptu eta erabiltze-eremu berriak sortzen ari diren neurrian ikur eta zeinu berriak behar baititugu.

3. ADIERAZPEN SINBOLIKOEN IRAKURBIDERAKO PROPOSAMENAK

Aurreko gogoeten ondoren, lanaren praktikotasunari begira, proposamen zehatzak egin behar genituen. Horretarako, lehenik eta behin proposamen egokiaren ezaugarriak nolabait definitu beharrean egon ginen, eta horregatik, helburu hori betetzeko aintzatesten ditugun ezaugarrien zerrenda aurkeztuko dugu. Hala ere, artikuluaren mugak behartuta, ez dugu hemen horien azterketa zehatza egingo, eta aipamena egitearekin konformatuko gara. Gure ustez, honako hauek dira ezaugarri horiek: argitasuna, bakuntasuna eta ikasteko erraztasuna, erabilgarritasuna, zehaztasuna, unibertsaltasuna, itzulgarritasuna, irekitasuna, hedagarritasuna eta moldagarritasuna. Zer esanik ez, ezaugarri horiek guztiak betetzen saiatu gara geure proposamenetan. Lortu ote dugun, hori beste kontu bat da.

Zernahi gisaz, horiek guztiak gauzatzerakoan, batzuetan alde batera uzten diren beste bi ezaugarri formal ere aipatu nahi ditugu, arlo horretan euskaraz lanean dihardugunon arteko kontsentsuarekin zerikusia dutenak. Hona hemen zein diren: proposamen adostua izatea eta erabiltzaileek onartua izatea. Gure ustez, puntu horietan dago etorkizunari begirako giltzarrietako bat. Alegia, euskara tekniko-zientifikoaren arloan lanean dihardugunok, akordioak lortu behar ditugu, behin esamoldeak zehaztu eta finkatu ondoren borondatezko diziplinaz jokatzeko, eta normalizaziorako bidea elkarrekin egiteko. Bestela, nork bere bidetik eginez gero, ez dago normalizaziorik lortzerik.

Aipaturiko ezaugarri horiek guztiak kontuan hartuta, eta azken urteotako praktikan oinarrituta, arau erraz batzuk ematen saiatu gara, gure proposamenak era normatiboan emateko ahalegina bideratzeko [28]. Horrela, hiru arau nagusitan laburbildu ditugu geure ideia eta proposamenak. Hona hemen:

1. **Lehenengo araua:** *Sinboloen izendapenean, ahal dela, erlazio biunibokoa sortuko da sinbolo bakoitzaren eta sinboloaren izenaren artean, eta sinboloaren izen hori adostu eta ezagutzera emango da erabiltzaileen erkidegoan.*
   Adibide modura, ondoko kasuetan proposaturiko izenak ditugu:

	batukari
$\cup$	bildura
	integral
$\sqrt{\ }$	erro

2. **Bigarren araua:** *Egituradun sinboloen kasuan, sinboloekin batera aldagaien, parametroen eta eragiketa-mugen definiziorako esamoldeak euskararen joskera naturalaren arauak erabiliz eratuko dira, beti ere aurreko tradizioan izandako proposamenak kontuan hartuz eta esamolde estandarrak zehazteko asmoz.*
   Hona hemen zenbait adibide:

${}^{n}_{i=1}$	*batukari, i berdin batetik enera*
$\dfrac{dy}{dx}$	*deribatu i grekoa ixarekiko*
${}^{b}_{a}$	*integral, atik bera*
$\lim_{x \quad 0}$	*limite, ixa zerorantz doanean*

3. **Hirugarren araua:** *Sinbolo-kateak irakurtzean hiru oinarri nagusi izango dira kontuan:*

   a) Idatziak izatean erabili den hurrenkera berean irakurriko dira sinboloak (bai sinbolo bakunak, eta bai egituradun sinboloak ere), banan-banan, bata bestearen ostean.

b) Sinbolo bakoitza bere aldetik irakurriko da, sinbolo bakunen kasuan izena bere hutsean aipatuz, eta egituradun sinboloen kasuan bigarren arauan esandako moduko esamoldeak erabiliz.

c) Sinboloak beren artean inolako loturarik egin gabe irakurriko dira, huts-hutsean bata bestearen ondoren, idatzi bezala irakurriz, hurrenez hurren.

Esate baterako:

$\| f(x) \quad f(x_k) \| < 1$	{*balio absolutu* [*efe ixa*] [*ken*] [*efe ixa azpi ka*]} [*txikiago*] [*bat*]
$\overset{+\bullet}{\underset{n=1}{}} (\ \ 1)^n \sqrt[n]{n}\ \sin \frac{1}{n}$	[*batukari, ene berdin batetik plus infinitura*] [*minus bat ber ene*] [*(bider)*] [*ene-erro ene*] [*(bider)*] [*sinu bat zati ene*]
$\mathbf{B} = \frac{\ _0}{4} I \bigcirc \frac{\mathbf{u}_t \quad \mathbf{u}_r}{r^2}\, dl$	[*be bektorea*], [*berdin*], [*mu azpi zero*] [*zati*] [*lau pi*], *(bider)* [*i (larria)*], [*integral itxi*], {[*u azpi te (bektorea) biderkadura bektorial u azpi erre (bektorea)*], [*zati*] [*erre karratu*], *(bider)* [*diferentzial ele*]}

Ikus daitekeenez, multzoka adierazi ditugu sinboloak, bakoitzari dagokion esamoldea mako artean adieraziz. Zer esanik ez, adierazpen osoa irakurtzean, segidan irakurriko ditugu multzo horiek, ordena horretan, ondoko adibideetan ikus dezakegunez.

4. ZENBAIT ADIBIDE

Arauak eman ondoren, gure ahalegina arau horiek adibideetan aplikatzera zuzendu dugu, taula batean emanez, eta lanaren osagarri modura, mota guztietako adierazpen matematiko-fisikoen irakurbideen katalogoa prestatuz eta aurkeztuz. Artikuluaren mugak kontuan izanez, ez dugu uste hemen horien azalpen zehatza egitea merezi duenik; baina, gutxienez, aurkezpen hau nolabait biribiltzeko, zenbait adibide aurkeztuko ditugu, adibide modura, 2.taulan bildurik.

Ez dugu gehiago luzatuko adibideen zerrenda, sinboloen konbinazioak nahi adina heda baitaitezke. Nolanahi den, diogun ezen doktorego-tesiaren txosteneko eranskin batean Fisikan eta Matematikan gehien erabiltzen diren adierazpen sinbolikoen zerrenda edo katalogo moduko bat aurkeztu dela, beti ere, arauen aplikazio zuzena eginez. Katalogo hori prestatzean, matematikarien eta fisikarien eskura ipini nahi izan dugu eguneroko jardunean etengabe azaltzen diren adierazpenen irakurbideak, sailka ordenaturik

2. taula. Adierazpen sinbolikoen irakurbidea.

Sinbolo-kateak	Irakurbidea
$a + b = c$	[*a*] [*gehi*] [*be*] [*berdin*] [*ze*]
$f(x, y)\,dx\,dy$	[*integral bikoitz*] [*efe ixa i grekoa*] [*diferentzial ixa diferentzial i grekoa*]
$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$	[*ese azpi ene*] [*berdin*] [*a azpi bat*] [*gehi*] [*a azpi bi*] [*gehi*] [*a azpi hiru*] [*gehi*] [*puntuak*] [*gehi*] [*a azpi ene*]
$\frac{1}{n^x} = 1 + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{4^x} +$	[*batukari*] [*bat zati ene ber ixa*] [*berdin*] [*bat*] [*gehi*] [*bat zati bi ber ixa*] [*gehi*] [*bat zati hiru ber ixa*] [*gehi*] [*bat zati lau ber ixa*] [*gehi*] [*puntuak*]
$\lim_{n \bullet} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} = 0$	[*limite, ene infiniturantz doanean*] { [*ixa ber ene gehi bat*] [*zati*] [*ene gehi bat faktorial*] } [*berdin*] [*zero*]
$f'(x) = \lim_{x \quad 0} \frac{f(x + \quad x) \quad f(x)}{x}$	[*efe lehen ixa*] [*berdin*] [*limite, delta ixa zerorantz doanean*] { [*efe ixa gehi delta ixa*] [*ken*] [*efe ixa*] [*zati*] [*delta ixa*] }
$> \quad 0, \quad k \quad \mathrm{R} \,/\, \left\| \int_p^q f \right\| \quad > p, q \quad k$	*edozein epsilon handiago zero den kasurako, existitzen da (*edo *badago) ka barne erre larria, non balio absolutu integral petik kura efe txikiago epsilon den, edozein pe eta ku handiago ka diren kasurako* edo *epsilon handiago zero den guztietarako ...* edo *edozein dela(rik) epsilon handiago zero ...*

Oharra: sinbolo bakoitzaren irakurbidea mako artean ageri da, hurrenkera ikusarazteko.

eta erraz aurkitzeko moduan. Gure ustez, asmo praktikoaz egindako bilduma hori, oso lagungarri gerta dakiguke irakaskuntzan dihardugun irakasleoi eta zientziaren eta teknologiaren bestelako arloetan lan egiten dutenei.

5. BIBLIOGRAFIA

[1] ARANA-GOIRI, S. (1901): «Análisis y reforma de la numeración euzkérica», in *Obras completas de Arana-Goiri'tar Sabin*, Ed. Sabindiar-Batza, Beyris-Bayona, Luca 2223, Buenos Aires.

[2] LÓPEZ MENDIZABAL'dar Ixaka (1913): *Ume koxkorrentzat euzkaraz egindako Zenbakiztiya edo Aritmetika*, Tolosa, E. López.
[3] BIZKAI-ALDUNDIAREN ERRI-IRAKASKUNTZA-BATZORDEA (1920): *Lenengo ikaste mallarako euskal-zenbakiztia*, Bilbao.
[4] EUZKO-IKASTOLA-BATZA (1932): *Zenbakiztija, I mallea*. Verdes-Atxirika'tar E'ren Irarkolea. Bilbao.
[5] EUZKO-IKASTOLA-BATZA (1932): *Zenbakiztija, II. mallea*. Verdes-Atxirika'tar E'ren Irarkolea. Bilbao.
[6] BRUÑO IDAZTIAK (1933): *Zenbakizti lengaien ikastia*, La Instrucción Popular, Madrid, Barcelona.
[7] JAUREGI'tar, Gabirel, (1935): *Pisia*, Gasteiz, Gaubeka Irarkola, Bermeo.
[8] JAUREGI'tar, Gabirel, (1936): *Kimia*, Gasteiz, Gaubeka Irarkola, Bermeo.
[9] EGUIA, L. (1972): *Neurriztia*, Kardaberaz Bilduma, Kardaberaz-Bazkuna, Seminario Vitoria, Vitoria.
[10] IKER TALDEA (1976): S*aioka 1. Matematika*, Bilbo.
[11] IKER TALDEA (1977): S*aioka 2. Matematika*, Bilbo.
[12] IKER TALDEA (1979): S*aioka 3. Matematika*, Bilbo.
[13] LARRESORO: *Matematika, Bigarren maila*. Iñaki Beobide banatzailea (ez dauka urterik).
[14] LARRESORO: *Matematika, Laugarren maila*. Iñaki Beobide banatzailea (ez dauka urterik).
[15] EUSKALTZAINDIA (1975): *Zortzi urte arteko Ikastola Hiztegia*, (separata), *Euskera* XXX, Donostia.
[16] GOÑI, J. M. (1974): «Zenbaki arruntak; eragiketak», *Elhuyar*, **1**, Donostia, 1974.
[17] GOÑI, J. M. (1975): «Eragiketak (II)», *Elhuyar*, **2**, Donostia.
[18] GOÑI, J. M. (1976): «*Q* multzoa», *Elhuyar*, **7**, Donostia.
[19] GOÑI, J. M. (1979): «Silogismoak eta logika matematikoa», *Elhuyar*, **18**, Donostia.
[20] ZALBIDE, M. (1976): «Zientzi eta teknikarako hizkuntzaz», *Elhuyar*, **2**, 36-48. orr.
[21] SANTAMARIA, K. (1976a): «Ahoz eta euskeraz irakurtzeko, nola irakurri behar dira algebrazko formulak? (I), *Elhuyar*, **6**, Donostia, 38-45. orr.
[22] SANTAMARIA, K. (1976b): «Ahoz eta euskeraz irakurtzeko, nola irakurri behar dira algebrazko formulak? (II), *Elhuyar*, **8**, Donostia, 46-58. orr.
[23] ZALBIDE, M. (1978): *Matematika. Hiztegia, hizkera, irakurbideak*, Jakin-UZEI, Zarautz.
[24] UZEI (1982): *Matematika Hiztegia* (bi liburuki), Elkar, Donostia.
[25] ENSUNZA, M. (1983): *Alfabetatze Zientifikoa. Zenbakiak / unitateak / irakurketa / eragiketak /esamoldeak*, UEU, Iruñea.
[26] Euskalterm: <http://www.euskadi.net/euskalterm>
[27] CABRÉ, M. T. (1993): *La terminología. Teoría, metodología, aplicaciones*. Editorial Antártida / Empúries, Barcelona.
[28] ENSUNZA, M. (2001): *Ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematiko-fisikoen irakurbidea. Bilakaera historikoaren azterketa eta zenbait proposamen berri*, UPV-EHUn aurkezturiko doktorego-tesia (argitaratu gabea).