

Korrugazioa iragartzeko eredu eraginkor baten garapena eta bere aplikazioa metro-linea erreal batean

(Development of an efficient model for corrugation prediction and its application to a real metro line)

Rakel Robles^{1*}, Nekane Correa¹, Ernesto García Vadillo¹, Javier Santamaría¹, Javier Astarloa²

¹Ingeniaritza Mekanikoa Saila, Bilboko Ingeniaritza Eskola,
Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU)

²Euskal Trenbide Sarea-Red Ferroviaria Vasca (ETS-RFV)

LABURPENA: Artikulu honetan denboraren/espazioaren eremuan eredu bat garatzen da, konputazionalki oso eraginkorra, trenbidearen eta ardatz-muntatuaren dinamika bertikala eta laterala konbinatzen dituen, trenbidearen eta ibilgailuaren parametroen arabera higadura ondulatorioa aurreikusteko. Eredu hau maiztasunaren eremuko eredu batetik abiatuz eta denboraren eremura eraldatuz lortzen da, zatiki arrazional polinomikoen metodoaren bidez. Metodo honen bidez, errezeptantzia bati lotutako transferentzia-funtzio baten doikuntza lortzen da. Algoritmo genetiko multiobjektiboak erabiliz, trenbidearen eta ardatz-muntatuaren dinamika bertikal eta laterala deskribatzen duten errezeptantzien doikuntzen errorea minimizatzen da, sistemaren egonkortasuna ziurtatzeaz gain. Eredu honetan, kontaktu tangenziala FASTSIM algoritmoaren bidez lortzen da. Azkenik, garatutako eredu metro-linea batean egindako korrugazio eta errezeptantzien neurraketa esperimentalen bidez balioztatzen da. Balioztatze honetarako hautatutako kontrol-puntua, neurraketa esperimentalak egin diren 5 urteetan, korrugazioaren hazkunde handienetarikoa izan duenetako bat da. Ereduaren bidez lortutako higadurak emaitza esperimentalekin antzekotasun handia erakusten dute.

HITZ GAKOAK: Korrugazioa, Errezeptantzia, Gurpil-errail kontaktua, Higadura

ABSTRACT: *This paper develops a computationally efficient time/space domain model that combines vertical and lateral dynamics of the track and the wheelset to predict rail corrugation as a function of track and vehicle parameters. The model is obtained by transforming a frequency domain model to the time domain using the Rational Fraction Polynomials method. With this method, the fit of a transfer function associated with a receptance is obtained. Using multi-objective genetic algorithms, the error in the fitting of the receptances describing the vertical and lateral dynamics of both the track and the mounted axle is minimised, in addition to ensuring the stability of the system. In this model, the tangential stresses are obtained using the FASTSIM algorithm. The model is validated by means of experimental measurements of receptances and corrugation carried out on a metro line. The control point selected for this validation is one of those that has experienced the greatest corrugation growth over the 5 years of the study. The wear results obtained using the model show a great similarity with the experimental results.*

KEYWORDS: Corrugation, Receptance, Wheel-rail contact, Wear

1

***Harremanetan jartzeko/ Corresponding author:** Rakel Robles Ampudia, Ingeniaritza Mekanikoa Saila, Bilboko Ingeniaritza Eskola, Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU). Plaza Ingeniero Torres Quevedo 1, 48013, Bilbo. rakel.robles@ehu.eus

Nola aipatu / How to cite: Robles, Rakel; Correa, Nekane; García Vadillo, Ernesto; Santamaría, Javier; Astarloa, Javier.(2024). <<Korrugazioa iragartzeko eredu eraginkor baten garapena eta bere aplikazioa metro-linea erreal batean>>, Ekaia, 46, xx-xx. (https://doi.org/10.1387/ekaia.25887)

Jasoa: urtarrilak 9, 2024; Onartua: martxoak 6, 2024

ISSN 0214-9001-eISSN 2444-3225 / © 2024 UPV/EHU



1. SARRERA

Korrugazioa errailaren errodadura-gainazalean luzetarako norabidean agertzen den eta uhin itxura duen irregulartasun mota bat da. Korrugazioak mundu osoko trenbide-sektoreari eragiten dio, zarata eta bibrazio arazoak sortuz, baita trenbidearen eta trenen mantentze-lanetarako gastuak handituz. Korrugazioa ezabatzeko aukera bakarra, behin agertu denean, harriztatze bat egitea da [1]. Prozesu horren gastuak oso handiak direnez, denboran zehar korrugazioaren hazkuntza murrizteko edo ekiditzeko hainbat aukera aztertu dira, hala nola trenbidearen parametroen optimizazio dinamikoa [2], marruskadura-aldagailuen erabilera [3] edo trenen abiaduraren fluktuazioa [4].

Ereduak trenbide-linea jakin batean gertatuko den higadura aurreikusteko aukera ematen dute, eta, beraz, oso erabilgarriak dira mantentze-lanak planifikatzeko, baita korrugazioa murrizteko edo ezabatzeko beharrezko neurriak hartzeko ere. Higadura mota hau aztertze garatu diren ereduak maiztasunaren eremuko eta denboraren eremuko eredueta sailkatzen dira.

Maiztasunaren eremuko ereduak konputazio-denbora murriztua duten eredu lineal oso zehatzak lortzeko aukera ematen dute. Horrez gain, korrugazioa hasiko den bao barneko posizioa iragartzea ahalbidetzen dute. Aitzitik, ez dute akats baten ondoren korrugazioaren garapena lortzen uzten, eta ez dute baotik igarotzean dagoen kitzikapen parametrikoa kontuan hartzen. Hainbat autorek garatu dituzte maiztasunaren eremuko ereduak, hala nola, Hempelmann [5], Muller [6] eta Gomez [7].

Denboraren eremuan garatutako ereduak, [8,9] artikuluetan deskribatutakoek bezala, problema ez-linealak ebazteko gaitasuna dute. Denboraren domeinuan hainbat eredu daude kostu konputazionalaren eta zehaztasunaren arteko erlazio ona lortzen dutenak. Horien artean, Wu eta Thompsonen [10,11] eta Correaren [12,13] ereduak nabarmentzen dira. Kasu hauetan, ereduak denboraren eremuan garatzen dira, maiztasunaren eremuko eredu zehatz bat abiapuntutzat hartuta, gurpilaren eta errailaren arteko interakzio dinamikoa aztertze. Artikulu hauetan, maiztasunaren eremutik denboraren eremurako eraldaketa transferentzia-funtzioen bidez egiten da, bao baten errezeptantzia bertikalak doitu. Metodo honek konputazionalki oso eraginkorrak diren ereduak lortzeko aukera ematen du.

Aipatutako ereduak dinamika bertikalean oinarritzen dira. Artikulu honetan aurkezten den eredu berriak dinamika laterala gaineratzen du, denbora konputazional laburraren abantailari eutsiz. Dinamika laterala kontuan hartzeak korrugazioaren azterketa hobetzen du, batez ere bihurtze itxietan, frogatu baita, trenen zirkulazio-baldintzen arabera, dinamika lateralak funtsezko garrantzia duela korrugazioaren garapenean [14].

Aurkezten den artikulua 4 atal ditu. Lehenengo atalean, korrugazioaren arazoa eta hura aztertzeke garatutako eredu batzuk deskribatzen dira. Era berean, artikulua honetan garatzen den ereduaren aurkezpen laburra egin da. Hurrengo atalean (2. atala) garatutako ereduak deskribatzen dira. Atal hau hiru azpiataletan banatzen da: trenbidearen dinamika, ardatz-muntatuaren dinamika eta gurpil-errail interakzioa, eta, azkenik, higadura kalkulatzeko metodoa. Amaitzeko, aurkeztutako ereduak metro linea batean hartutako neurketa esperimentalekin balioztatzen dira (3. atala) eta egindako lanaren ondorioak komentatzen dira (4. atala).

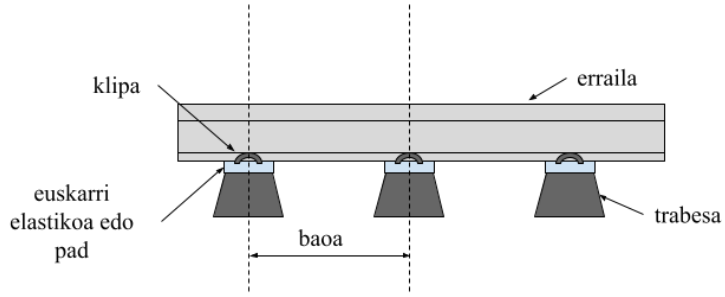
2. GARATUTAKO EREDUAREN DESKRIBAPENA

Atal honetan egileek garatutako ereduak deskribatzen dira. Eredu hau korrugazioaren hazkuntza iragartzeko tresna eraginkorra da, linea espezifiko batean eta zirkulazio-baldintza zehatzetarako.

Zatikari arrazional polinomikoen edo Rational Fraction Polynomials (RFP) metodoari esker, denboraren eremuko eredu bat lor daiteke, maiztasunaren eremuko sistema baten portaera dinamikoaren arabera. Kasu honetan, metodo honen bidez, trenbide baten errezeptantzia batekin erlazionatutako transferentzia-funtzioaren doikuntza lortzen da (1. ekuazioa). Errezeptantziak indar-unitateko desplazamendua adierazten du, maiztasun desberdinetako kitzikapenentarako. Errezeptantzia hori FEM bidez lor daiteke, esperimentalki edo beste tresna matematiko batzuen bidez. Ekuazio honetan, a_i eta b_i errezeptantzia bakoitzerako doikuntzatik lortzen diren transferentzia-funtzioaren koefizienteak dira, eta n eta m transferentzia-funtzioaren zenbakitzailearen eta izendatzailearen polinomioen ordenak. Oro har, polinomioen ordena handiagoa da dinamika lateralean dinamika bertikalean baino, norabide horretan trenbideak malgutasun handiagoa duelako.

$$R(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_1 s^n + b_2 s^{n-1} + \dots + b_n s + b_{n+1}}{s^m + a_1 s^{m-1} + a_2 s^{m-2} + \dots + a_{m-1} s + a_m} \quad (1)$$

Lan honetan, euskarri diskretua duen trenbide bat aztertzen da (ikus 1. irudia), beraz, trenbidearen dinamika, eta, hortaz, errezeptantziak periodikoki aldatzen dira, periodoa trabesen arteko distantzia izanik. Horrela, transferentzia-funtzioaren koefizienteek balio desberdinak lortuko dituzte bakoaren posizio bakoitzean.



1. irudia. Euskarri diskretua duen trenbidea.

2.1. Trenbidearen dinamika

RFP metodoaren bidez trenbidearen doikuntza bertikal eta lateralak lortu ondoren, baoaren posizio bakoitzerako Laplace-en transformatua erabiltzen da m ordeneko ekuazio bat lortzeko. Ekuazio hori, aldi berean, 1 ordeneko m ekuaziotara transformatzen da (2. eta 3. ekuazioak). Ekuazio horietan, f_z eta f_y gurpilaren eta errailaren arteko kontaktu indarra adierazten dute, eta z_i eta y_i errailak kontaktu-aztarnaren erdiko puntuan duen desplazamendua deskribatzen dute, norabide bertikal eta lateralean, hurrenez hurren. \mathbf{M} eta \mathbf{c} matrizeak 4. eta 5. ekuazioen bidez kalkulatzen dira; horietan, bai transferentzia-funtzioen polinomioen ordenak (n eta m), bai koefizienteak (a_i eta b_i) desberdinak dira doitutako errezeptantzia bakoitzerako.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{M} * \mathbf{z}(t) + \mathbf{c} * f_z(t), \quad \text{non } \mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \dots \\ z_m(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{M} * \mathbf{y}(t) + \mathbf{c} * f_y(t), \quad \text{non } \mathbf{y}(t) = \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_m(t) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_m & -a_{(m-1)} & -a_{(m-2)} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{c} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 - a_1 * b_1 \\ \dots \\ b_m - \sum_{k=1}^{m-1} a_{(m-k)} * c_k \end{Bmatrix} \quad (5)$$

2.2. Ardatz-muntatuaren dinamika eta gurpil-errail arteko interakzioa

Lan batzuetan, ardatz-muntatuaren dinamika bertikala (z ardatza) deskribatzeko masa kontzentratu bat erabiltzen da, ardatz-muntatuaren masaren erdiarekin bat datorrena, zeinari gurgil batek eusten duen ibilgailuaren pisua aplikatzen zaion. Kasu honetan, ardatz-muntatuaren dinamika bertikala lortzeko, espermentalki neurtutako gurgilaren errezeptantzia bertikala doitu behar da, deskribatutako metodoa erabiliz.

Gurgilaren eta errailaren arteko kontaktu-indar bertikala 6. ekuazioan erakusten den bezala kalkulatu da. Ekuazio honetan, C_H konstante hertziarra da, z_w gurgilaren desplazamendu bertikala, z_r errailaren desplazamendu bertikala eta r errailaren luzetarako profilaren irregulartasuna da. Ardatz bertikala positibotzat hartuko da errailaren gainazalean hondoratzea bada, eta negatibotzat, irtengunea bada.

$$f_z(t) = \begin{cases} C_H^* (z_w(t) - z_r(t) - r(t))^{\frac{3}{2}} & , \text{non } (z_w(t) - z_r(t) - r(t)) > 0 \\ 0 & , \text{non } (z_w(t) - z_r(t) - r(t)) \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Ardatz-muntatuaren dinamika laterala ere (y ardatza) espermentalki neurtutako errezeptantzia doituaz lortzen da, eta hau ekuazio-sisteman txertatzen da. Dinamika lateralaren ekuazioak 7. ekuazioarekin osatzen dira. Ekuazio horretan, pseudo-irristadura lateralaren (γ_y) fluktuazioa hartzen da kontuan bere balio nominalarekiko (γ_{y0}). Ekuazio honetan, \dot{y}_w gurgilaren alboko abiadura adierazten du, \dot{y}_l errailaren alboko abiadura eta V ibilgailuak zirkulatzen duen abiadura adierazten du.

$$\gamma_y = \gamma_{y0} + \frac{\dot{y}_w(t) - \dot{y}_l(t)}{V} \quad (7)$$

2.3. Higaduraren kalkulua

Higadura marruskadura-potentziarekiko proportzionaltzat hartzen da, [15-17] artikuluetan bezala, eta 8. ekuazioaren bidez kalkulatu da. Ekuazio horretan, z errailaren luzetarako profila adierazten duen funtzioa da, norabide bertikalean, k_0 higaduraren konstantea, q kontaktu-aztarnaren puntu bakoitzean agertzen den tentsio tangenziala, s irristadura abiaduraren modulua, eta ρ altzairuaren dentsitatea eta V ibilgailuaren abiadura. Δz gurgilaren eta errailaren arteko kontaktuan tentsio tangenzialak kalkulatzeko erabili den luzetarako ardatzean (x ardatza) kotaktu-aztarnaren diskretizazioaren tamaina adierazten du.

$$\Delta z = \frac{k_0 q s \Delta x}{\rho V} \quad (8)$$

Hainbat metodo daude gurgil eta errail arteko kontaktuan tentsio tangenzialak kalkulatzeko [18,19]. Artikulu honetan FASTSIM algoritmoa erabiltzen da.

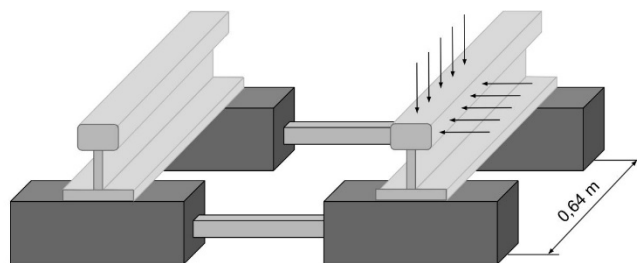
3. GARATUTAKO EREDUAREN BALIOZTATZEA

Atal honetan, Bilbo inguruko metro-linea batean oinarrituz garatutako eredu balioztatzen da, 5 urtetan zehar egindako korrugazio-neurri esperimentalekin. Azaldu den moduan eredu honek trenbidearen eta ardatz-muntatuaren dinamika bertikal eta laterala konbinatzen ditu.

Neurketa esperimentalak plaka metrikoko trenbide batean egin dira, euskarri diskretua duena, eta trabesen arteko distantziak 0,6 eta 1 m artekoak dituena, kurba zirkularren erradioaren arabera. Linea honetan erradiorik txikiena 150 metrokoa da, eta errailak 54E1 dira, SKL-1 euskarriekin. Errailaren gogortasuna aldakorra da linean, bi balio hartuz, eremu beretik zihoan aurreko linea bateko errail zati bat berrerabiltzen baita. Horrela, trenbide berrerabiliaren eremuan, gogortasun-maila R260 da, eta eremu berrian, gogortutako erraila erabiltzen da, R350HT gogortasun-mailarekin. Lineatik ibiltzen diren ibilgailuek 3 edo 4 kotxe dituzte eta 7,5 minuturo pasatzen dira.

Eredua balioztatzeko aukeratutako kontrol-puntua kurba zirkular batean dago, kurbadura-erradioa 150 m ingurukoa duena. Puntu horretan, trabesen arteko distantzia 0,64 m-koa da, eta ibilgailuek batez beste 53,6 km/h-ko abiaduran zirkulatu dute. Era berean, kontrol-puntu horretan erraila gogortua da eta marruskadura-koefizientea 0,3 da.

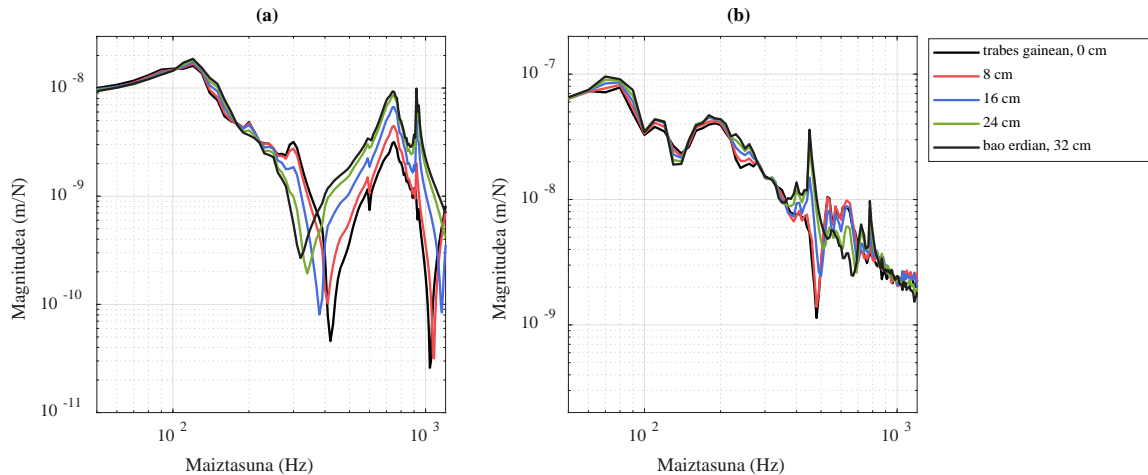
Errezeptantziak esperimentalki neurtu dira *impact testing* bidez 8 cm-tik behin, trabesaren gainean dagoen posiziotik bao erdiraino, kurba barneko errailean. Posizio horiek 2. irudian agertzen dira.



2. irudia. Errezeptantziak neurtu diren posizioak.

3. irudiaren ezkerrean, norabide bertikalean lortutako emaitzak aurkezten dira. Irudi honetan 3 erresonantzia nabarmentzen dira. Lehenengoa, 120 Hz-tan, trabes eta errailaren kazoletarekiko (trabesaren azpiko zola elastikoa) bibrazio modua adierazten du. Bigarrena, 750 Hz-tan, errailaren pad-arekiko bibrazio moduarekin erlazionatuta dago. Azkenik, *pinned-pinned* bibrazio modua 920 Hz-tan ematen da. Modu hau errailaren bibrazio modu bat da, trabesen arteko distantziarekin erlazionatuta

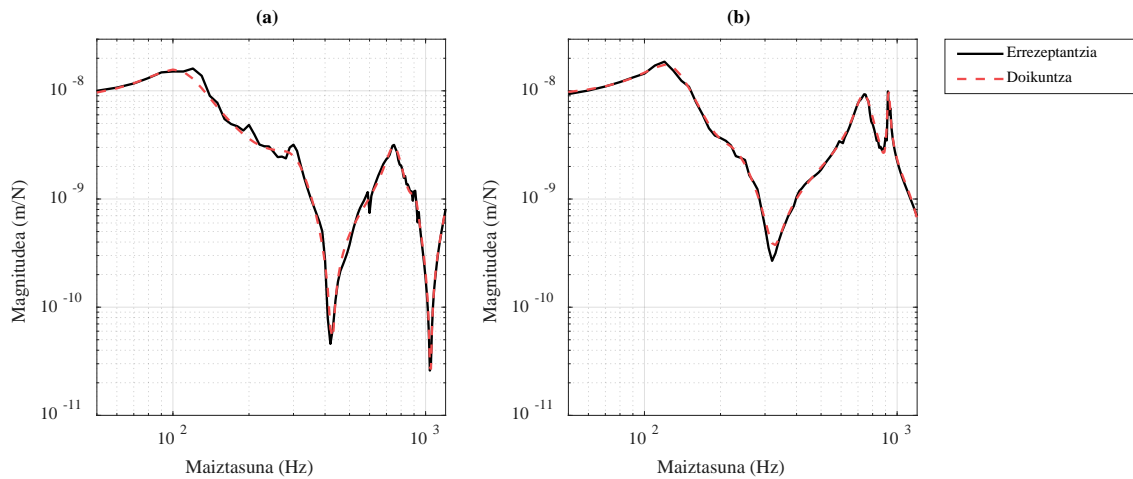
dagoena. Trenbidearen alboko norabidean, (3. irudiaren eskuinaldean) erresonantzia eta antierresonantzia gehiago ikusten dira, norabide horretan trenbidea malguagoa delako.



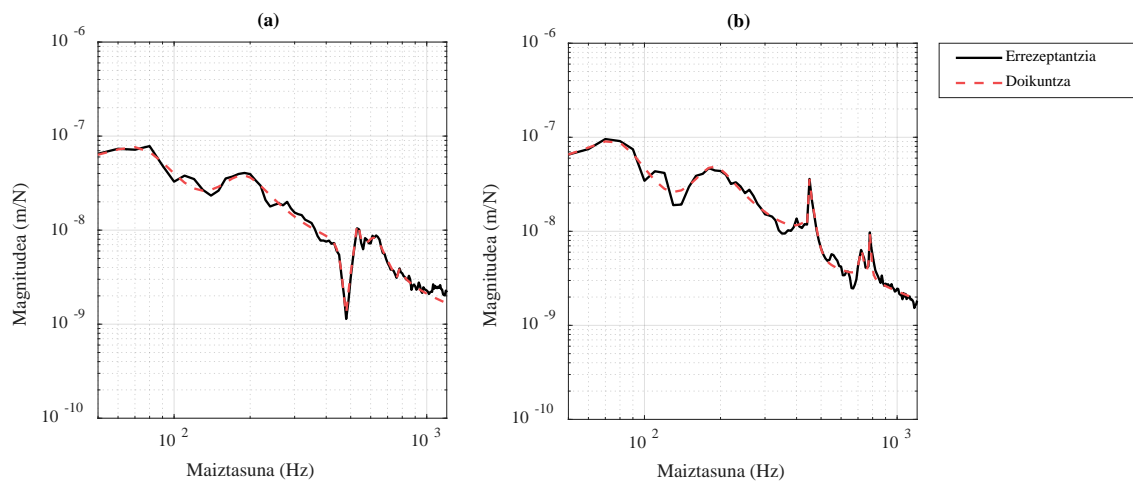
3. irudia. Esperimentalki neurtutako errezeptantziak: (a) bertikalak eta (b) lateralak.

Esperimentalki neurtutako errezeptantzietatik abiatuta, RFP metodoaren bitartez doitu egiten dira. Euskarri diskretua duen trenbide bat denez, non bao guztiak eta trabesen arteko distantziak berdintzat hartzen diren, transferentzia-funtzioaren koefizienteak periodikoki aldatzen dira, periodoa trabesen arteko distantziaren berdina izanik. Doitutako bi sekzioen arteko sekzioen transferentzia-funtzioen koefizienteak bi transferentzia-funtzio doitu horien koefizienteen interpolazio linealaren bidez lortzen direla jotzen da. Kontrol-puntu honetarako, trenbidearen errezeptantzia bertikal eta lateralen transferentzia-funtzioaren polinomioen ordenak 9 eta 10, eta 11 eta 12 dira, hurrenez hurren.

Trenbidearen errezeptantzia bertikal eta lateralen doikuntzak 4. irudian eta 5. irudian agertzen dira. Doikuntzak baoaren barruko bost posizioetarako egin dira, nahiz eta espazio-arrazoiengatik trabesaren gainean eta bao erdian lortutako doikuntzak baino ez diren aurkezten.

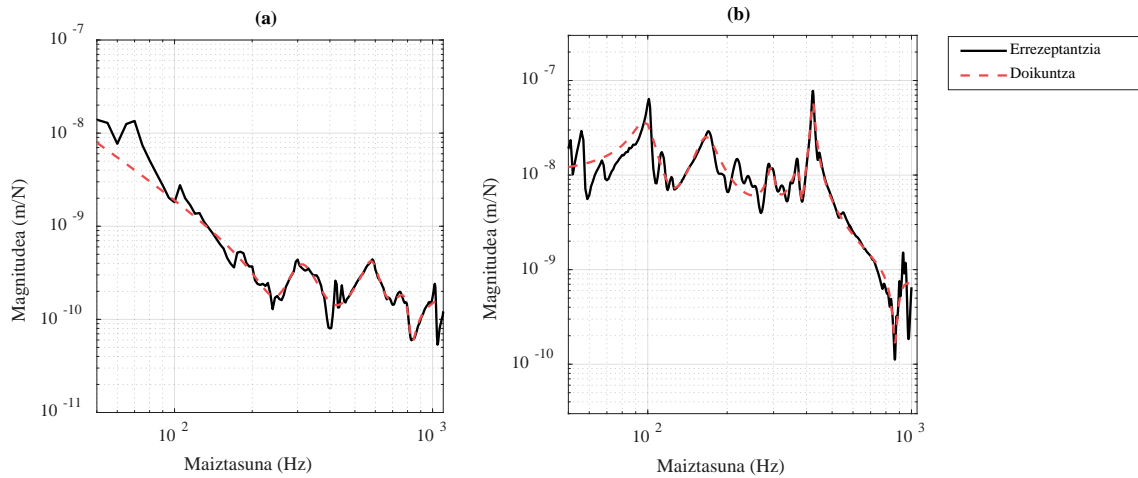


4. irudia. Trenbidearen errezeptantzia bertikalen doikuntzak: (a) trabes gainean (b) bao erdian.



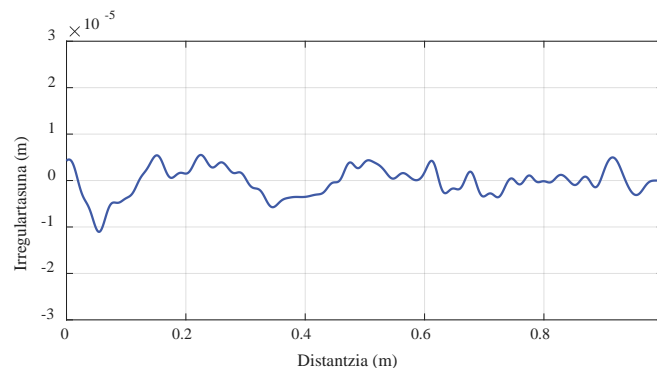
5. irudia. Trenbidearen errezeptantzia lateralaren doikuntzak: (a) trabes gainean (b) bao erdian.

Esperimentalki neurtutako ardatz-muntatuaren errezeptantziak trenbidearen errezeptantziak bezala doitu dira; kasu honetan, n eta m -ren balioak 9 eta 10 dira ardatz bertikalean, eta 11 eta 12 alborako norabidean. 6. irudian gupilaren errezeptantziak eta dagokien doiketak ageri dira norabide bertikalean eta lateralean.



6. irudia. Ardatz muntatuaren errezeptantzien doikuntzak: (a) bertikala eta (b) laterala.

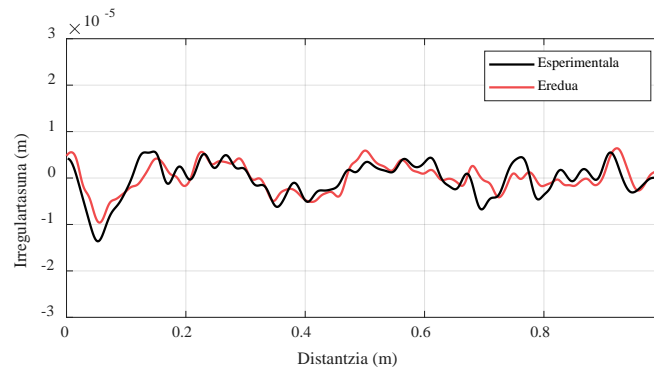
Neurketa esperimentaletatik lortutako korrugazioaren hazkuntza ereduarekin lortutako emaitzekin alderatzeko, 7. irudian erakutsitako irregulartasunetik abiatuta higadura kalkulatu da. Irudi honetan aurkezten den irregulartasuna harriztatze prozesu baten ostean esperimentalki neurtutako irregulartasuna erakusten du. Kontrol-puntu horretako zirkulazio-abiadura aldakorra denez, 53,6 km/h-ko batez besteko balioarekin eta 2,8 km/h-ko desbideratze tipiko batekin, banaketa horri jarraitzen dioten ausazko abiadurak erabili dira.



7. irudia. Esperimentalki neurtutako irregulartasuna.

Higadura-koefizientea datu bibliografikoetatik lortu da [20-22] eta bere balioa $3e-11$ kg/Nm-koa da R350HT gogortasun-maila duten errailetarako, zeinetan High Positive Friction (HPF) motako marruskadura-aldagailua erabiltzen den. Lan honetan, C_H -ren balioa $93,03$ GN/m^{3/2} dela kalkulatu da.

8. irudian, esperimentalki 2 hilabete eta gero garatzen den higadura, ereduaren bidez lortzen denarekin alderatzen da. Antzekotasun nabarmena ikusten da, bai anplitudetan, bai uhin-luzeretan. Beraz, garatutako ereduak modu egoki baten aurreikusten du trenbidean sortuko den higadura.



8. irudia. Esperimentalki eta ereduaren bitartez lortutako higadura.

4. ONDORIOAK

Artikulu honetan, trenbidearen eta ardatz-muntatuaren dinamika bertikal eta lateralak konbinatzen dituen higadura iragartzeko eredu bat deskribatzen da, Correak [12] artikuluan garatutako eredu bertikaletik abiatuta. Deskribatutako ereduak euskarri diskretua duen errezeptantzien doikuntzan oinarritzen da, maiztasunaren domeinuan oso eredu zehatza den eredu bat, denboraren domeinura eraldatuz. Eraldaketa hori zatiki arrazional polinomikoen metodoaren bidez egiten da. Metodo horren bidez, errezeptantzien doikuntza oso onak lortzen dira, sistemaren egonkortasuna denboran bermatuz, algoritmo genetiko multiobjektiboen bidezko optimizazioari esker. Sistemaren ekuazioek trenbidearen eta ardatz-muntatuaren dinamika bertikal eta laterala, gurpilaren eta errailaren arteko interakzioa eta higadura-eredu bat barne hartzen dituzte.

Artikulu honetan aurkeztzen den eredu oso zehatza izateaz gain, errezeptantzien doikuntzari esker, konputazionalki ere oso eraginkorra da. Deskribatutako metodoaren bidez, baiko posizio guztietarako errezeptantzien doikuntzak eta ardatz-muntatuaren iraganaldi kopuru jakin baten ondoren errailaren erroadura-azalera sortutako higadura lor daitezke, denbora laburrean. Ardatz-muntatuaren iraganaldi bakoitzaren ondorengo higadura kalkulatzeko 15 metroko errailean, 2 minutu inguru behar dira, 3,8 GHz-ko PC batean, nukleo bakar batean eta 64 GB-ko RAM batekin.

Eredua balioztatzeko, garatutako ereduarekin ardatz-muntatuak 2 hilabetez igaro ondoren lortutako higadura-emaitzak, metroko linea batean esperimentalki neurtutako emaitzekin alderatu dira. Emaitzek ereduaren eta neurri esperimentalen arteko antzekotasun handia erakusten dute.

Artikulu honetan garatutako eredia korrugazioa iragartzeko erabiltzen da. Hau oso baliagarria da linearen mantentze lanak planifikatu ahal izateko, baita trenbidearen edo zirkulazio parametroen aldaketek korrugazioan duen eragina aztertzeko ere, korrugazioaren garapena murrizteko edo ezabatzeke helburuarekin.

ESKER ONAK

Artikulu hau UPV/EHUK finantzatuta eta Eusko Jaurlaritzako Hezkuntza Sailari esker argitaratu da. Eskerrak eman behar zaizkie, halaber, SHIF2RAIL Joint Technology Initiative-ri, HORIZON2020 programa europarraren barnean IN2TRACK3 (Ref: 101012456) proiektua finantzatzeagatik; Zientzia eta Berrikuntza Ministerioa (MCI), Estatuko Ikerketa Agentzia (AEI) eta Eskualde Garapeneko Europako Funtsa-ri (FEDER-ERDF) erakunde finantzatzaile gisa, PID2019-109483RB-I00 kontratuaren bidez; Eusko Jaurlaritzari, IT1764-22 eta KK-2023/00029 atalen bidez emandako finantza-laguntzagatik eta doktoratu aurreko laguntzagatik (PRE_2021_2_0047). Azkenik, Euskal Trenbide Sarea-ri (ETS-RFV) ere eskerrak eman nahi dizkiogu, eskainitako laguntzagatik.

5. BIBLIOGRAFIA

[1] KALOUSEK J., SROBA P. eta HEGELUND C. 1989. «Analysis of Rail Grinding Tests and Implications for Corrective and Preventative Grinding». *4th International Heavy Haul Railway Conference*, 193-204.

[2] OYARZABAL O., GOMEZ J., SANTAMARIA J. eta VADILLO E.G. 2009. «Dynamic optimization of track components to minimize rail corrugation». *Journal of Sound and Vibration*, **319**, 904-917.

[3] EGANA J.I., VINOLAS J. eta GIL-NEGRETE N. 2005. «Effect of liquid high positive friction (HPF) modifier on wheel-rail contact and rail corrugation». *Tribology International*, **38**, 769-774.

[4] BELLETTE P.A., MEEHAN P.A. eta DANIEL W.J.T. 2008. «Effects of variable pass speed on wear-type corrugation growth». *Journal of Sound and Vibration*, **314**, 616-634.

[5] HEMPELMANN K., KNOTHE K. 1996. «An extended linear model for the prediction of short pitch corrugation». *Wear*, **191**, 161-169.

[6] MÜLLER S. 1999. «A linear wheel-track model to predict instability and short pitch corrugation». *Journal of Sound and Vibration*, **227**, 899-913.

[7] GOMEZ I. eta VADILLO E.G. 2003. «A linear model to explain short pitch corrugation on rails». *Wear*, **255**, 1127-1142.

[8] MAGLIO M., PIERINGER A., NIELSEN J.C.O. eta VERNERSSON T. 2021. «Wheel-rail impact loads and axle bending stress simulated for generic distributions and shapes of discrete wheel tread damage». *Journal of Sound and Vibration*, **502**, 116085.

[9] ZHANG S., CHEN G., SHENG X. eta THOMPSON D.J. 2020. «Dynamic wheel-rail interaction at high speed based on time-domain moving Green's functions». *Journal of Sound and Vibration*, **488**, 115632.

[10] WU T.X. eta THOMPSON D.J. 2000. «Theoretical Investigation of Wheel Rail Non-Linear Interaction due to Roughness Excitation». *Vehicle System Dynamics*, **34**, 261-282.

[11] WU T.X. eta THOMPSON D.J. 2004. «On the parametric excitation of wheel/track system». *Journal of Sound and Vibration*, **278**, 725-747.

[12] CORREA N., VADILLO E.G., SANTAMARIA J. eta GOMEZ J. 2012. «A rational fraction polynomials model to study vertical dynamic wheel-rail interaction». *Journal of Sound and Vibration*, **331**, 1844-1858.

[13] CORREA N., VADILLO E.G., SANTAMARIA J. eta HERREROS J. 2016. «A versatile method in the space domain to study short-wave rail undulatory wear caused by rail surface defects». *Wear*, **352-353**, 196-208.

[14] ISHIDA M., MOTO T. eta TAKIKAWA M. 2002. «The effect of lateral creepage force on rail corrugation on low rail at sharp curves». *Wear*, **253**, 172-177.

[15] SHENG X., THOMPSON D.J., JONES C.J.C., XIE G., IWNICKI S.D., ALLEN P. eta HSU S.S. 2006. «Simulations of roughness initiation and growth on railway rails». *Journal of Sound and Vibration*, **293**, 819-829.

[16] XIE G. eta IWNICKI S.D. 2008. «Simulation of wear on a rough rail using a time-domain wheel-track interaction model». *Wear*, **265**, 1572-1583.

[17] WU T.X. 2008. «Parametric excitation of wheel/track system and its effects on rail corrugation». *Wear*, **265**, 1176-1182.

[18] KALKER J.J. 1982. «A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact». *Vehicle System Dynamics*, **11**, 1-13.

[19] VOLLEBREGT E.A.H. eta WILDERS P. 2010. «FASTSIM2: a second-order accurate frictional rolling contact algorithm». *Computational Mechanics*, **47**, 105-116.

[20] RODRÍGUEZ B. 2021. *Nuevos desarrollos para la predicción de grietas en carriles ferroviarios por fatiga de contacto por rodadura*. Tesis Doctoral, Universidad de Navarra, Navarra.

[21] MESARITIS M., SANTA J.F., MOLINA L.F., PALACIO M., TORO A. eta LEWIS R. 2023. «Post-field grinding evaluation of different rail grades in full-scale wheel/rail laboratory tests». *Tribology International*, **177**, 107980.

[22] VUONG T.T., MEEHAN P.A., EADIE D.T., OLDKNOW K., ELVIDGE D., BELLETTE P.A. eta DANIEL W.J. 2011. «Investigation of a transitional wear model for wear and wear-type rail corrugation prediction». *Wear*, **271**, 287-298.