

## **Perfil cognitivo asociado al aprendizaje matemático con el método algoritmo abierto basado en números (ABN)**

---

Estíbaliz Aragón, M. Carmen Canto, Esperanza Marchena, José I. Navarro, y Manuel Aguilar  
Universidad de Cádiz

### Resumen

En los últimos años un procedimiento metodológico innovador ha permitido plantear el aprendizaje de las matemáticas a partir de algoritmos abiertos basados en números (ABN) en una amplia población escolar. El objetivo de este trabajo ha sido estudiar los perfiles cognitivos asociados al método ABN, comparándolo con el alumnado que siguen un procedimiento de algoritmos cerrados basado en cifras (CBC). Se han evaluado componentes cognitivos y matemáticos a un total de 128 estudiantes de primer curso de Educación Primaria. Se distribuyen en dos grupos, experimental ( $n = 74$ ) y otro control ( $n = 54$ ), que siguen un aprendizaje matemático con metodología ABN y CBC, respectivamente. El perfil cognitivo del grupo experimental enfatiza la importancia de la memoria de trabajo visoespacial en el desempeño matemático. El alumnado instruido con el método ABN parece operar mejor con la memoria de trabajo, aplicando mentalmente las representaciones visoespaciales en las que han sido entrenados.

*Palabras clave:* cognición matemática, memoria de trabajo, método ABN, método CBC.

### Abstract

The open calculation based on numbers (ABN) is an innovative mathematics teaching-learning methodology used with a huge number of school children. The aim of this work was to study the cognitive profiles associated to ABN method, compared to those following a closed procedure traditional methods based on ciphers (CBC). A total of 128 first-year students of Primary Education were evaluated on cognitive and mathematical performance. An experimental group ( $n = 74$ ) and a control group ( $n = 54$ ) were formed. The experimental group learned mathematic using the ABN methodology; the control group used a CBC methodology. The cognitive profile of the experimental group emphasized the significance of visuospatial working memory in mathematical performance. Students trained with ABN method seem to operate better with working memory, applying mentally visuospatial representations.

*Keywords:* ABN method, CBC method, mathematical cognition, working memory.

*Agradecimientos:* El trabajo pudo realizarse con la financiación parcial del proyecto I+D+i PSI2015-63856-P (MINECO/FEDER).

## Introducción

La situación actual con respecto al desempeño matemático ha centrado el interés de los investigadores por el estudio de las dificultades de aprendizaje en matemáticas (Butterworth, Varma, y Laurillard, 2011) y se han propuesto nuevos métodos de intervención para su mejora (Aragón, Aguilar, Navarro, y Araujo, 2015; Martínez-Montero y Sánchez, 2013). Cuando hablamos de alumnado que manifiesta dificultades de aprendizaje de las matemáticas nos encontramos con estudiantes que no son capaces de desenvolverse adecuadamente a la hora de resolver problemas o cálculos y que sus habilidades matemáticas no se corresponden con las que muestran otros estudiantes de su misma edad (Fletcher, Lyon, Fuchs, y Barnes, 2007; Fuchs et al., 2008). En un reciente estudio se confirma que las dificultades de aprendizaje surgen antes de la educación de tipo formal (Aunio, Heiskari, Van Luit, y Vuorio, 2015). El informe sobre Educación Científica realizado por la Comisión Europea (European Commission, 2015) advierte de la disminución del interés por el estudio de materias científicas en los escolares de Educación Primaria (EP) y Secundaria y la necesidad de incrementar la demanda de estos estudios a nivel superior, dados los avances de la sociedad del conocimiento.

Durante mucho tiempo en el contexto escolar, el aprendizaje y práctica del cálculo se ha realizado de forma mecánica y apoyado en los algoritmos tradicionales basado en cifras (CBC en adelante), una práctica que incide, a su vez, en el desarrollo de habilidades cognitivas de orden inferior.

En la revisión de la literatura encontramos argumentos críticos con la enseñanza de los algoritmos CBC de las operaciones básicas, ya que podría socavar el aprendizaje significativo del estudiante (Kamii y Rummelsburg, 2008). Este argumento se basa en el rechazo del aprendizaje memorístico y pasivo al que da lugar el aprendizaje de algoritmos CBC sin que el alumnado logre entender los principios subyacentes a las operaciones. Existe evidencia empírica de que la enseñanza de los algoritmos con la metodología CBC puede ser perjudicial para el aprendizaje de las matemáticas: Martínez-Montero (2011) señala, entre los efectos de la metodología CBC, el empobrecimiento de las estrategias y métodos espontáneos del alumnado para enfrentarse a tareas de cálculo no rutinarias; el anidamiento de errores conceptuales graves en los fundamentos del cálculo que la estructura de los algoritmos clásicos ocultan; por último, la carencia de significación de las cantidades expresadas en cifras en un intervalo de edad más amplio de lo esperado.

En esta misma dirección, Torbeyns, Verschaffel y Ghesquiere (2005) plantean que el aprendizaje de las matemáticas debe ir “más allá de una rutina experta, esto es la capacidad para resolver tareas matemáticas rápidamente y con precisión por medio de estrategias estandarizadas” (p. 1). Estos autores afirman que los estudiantes deben desarrollar pericia en el cálculo de forma flexible, creando y empleando estrategias significativas como, por ejemplo, las estrategias de compensación, esenciales para los hechos numéricos básicos, así como el desarrollo de la autoconfianza en las propias estrategias.

Ante esta situación, son diversos los procedimientos alternativos para abordar el aprendizaje matemático y solucionar los problemas derivados del algoritmo CBC. Uno de ellos es el método de enseñanza denominado algoritmo Abierto Basado en Números (ABN), que se sustenta en principios metodológicos desarrollados por Martínez-Montero (2011), creador del método. La denominación ABN describe las principales características de los algoritmos abiertos. Estas son: (a) Abiertos (A), puesto que no hay

una forma única de resolverlos, cada alumno/a puede realizarlo de forma distinta, en función de su ritmo de aprendizaje, dominio y estrategias de cálculo. Permite que cada estudiante realice las operaciones según su propia capacidad, lo que se traduce en una mejora efectiva de la motivación y un cambio favorable en la actitud del alumnado ante las matemáticas (Martínez-Montero, 2010; Martínez-Montero y Sánchez, 2011); (b) Basados en Números (BN), se refiere a que el algoritmo siempre trabaja con números, en todos los casos se combinan los números completos con todo su significado, al contrario que los algoritmos tradicionales (CBC) que están basados en cifras y no trabaja con cantidades globales; (c) El método ABN, es transparente: a la hora de realizar la resolución de las operaciones, no se ocultan cálculos ni procesos intermedios; en todo momento se trata de que el alumnado entienda el proceso de lo que está haciendo; (d) La resolución de operaciones va de izquierda a derecha o, si es necesario, de derecha a izquierda. La dirección que el alumnado adopte en la realización de los cálculos va a depender de su propio estilo y ritmo de aprendizaje y de su propia técnica, pudiendo aplicar estrategias de cálculo mental en el formato de cálculo escrito. Las estrategias que son comúnmente más utilizadas son: descomposición, redondeo y compensación.

El método ABN tendría como precedentes más claros las actuaciones puestas en marcha en Holanda con el fin de renovar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en general y del cálculo en particular, en una línea denominada “matemáticas realistas,” orientada hacia el desarrollo de la competencia matemática y el fomento del razonamiento matemático a través de instrumentos manipulativos y estimulantes para el alumnado con el propósito de aumentar la motivación y la atención (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000). En este ámbito, hasta ahora se han desarrollado tres trayectorias de enseñanza-aprendizaje: una para el cálculo con números enteros en los primeros grados de la escuela primaria (Treffers, Van den Heuvel-Panhuizen, y Buys, 1999), una segunda para los grados superiores (Van den Heuvel-Panhuizen, 2001) y una tercera para la medición y la geometría en los primeros grados de la escuela primaria (Vanden Heuvel-Panhuizen y Buys, 2005). Estas trayectorias han resultado satisfactorias y han supuesto una profunda revisión de nuestra forma de pensar en la enseñanza de las matemáticas (Van den Heuvel-Panhuizen, 2008).

El método ABN comienza su recorrido aplicado en el curso 2008/2009 en un grupo de 1º de Educación Primaria en un centro público de Cádiz. Al curso siguiente, se extiende en cuatro colegios de la misma provincia para un número aproximado de 125 alumnos/as de EP. Durante los cursos 2010/2011 y 2011/2012 distintos colegios de ámbito nacional utilizan el método “ABN”, distribuyéndose por más de diez comunidades autónomas. A lo largo del curso 2012/2013 sigue el auge de centros educativos españoles que utilizan este método, aplicándose también desde el inicio de la Educación Infantil (EI). Además de empezar a expandirse a nivel internacional, en países como México, Argentina o Chile, si bien no existen todavía resultados publicados sobre estas experiencias. Según datos aportados por Cantos (2016) en la actualidad entre 6.000 y 7.000 aulas siguen la metodología ABN, lo que supone una cantidad aproximada de 200.000 estudiantes.

Paralelamente a la implementación del método, se han desarrollado algunos estudios sobre la metodología ABN, para el análisis y la comparación de resultados respecto a la metodología CBC (Martínez-Montero, 2011), resultando en una mejora significativa para el alumnado instruido mediante ABN.

Por otra parte, Bracho, Adamuz, Gallego y Jiménez (2014) estudian el grado de desarrollo del sentido numérico alcanzado al final del primer ciclo de primaria tras la utilización de la metodología ABN, prestando especial atención a los resultados

obtenidos para los diferentes ritmos de aprendizaje. Los datos muestran la existencia de diferencias significativas entre la competencia matemática alcanzada en el grupo que utiliza la metodología ABN respecto al grupo de control.

En el nuevo estudio realizado por Bracho y Adamuz (2014) se indaga en los resultados obtenidos por los casos particulares del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo. El objetivo es analizar el grado de desarrollo del sentido numérico, prestando especial atención a los diferentes ritmos de aprendizaje que se presentan en el aula. Entre los participantes del grupo experimental los resultados pueden ser considerados positivos, teniendo en cuenta que algunos presentaban una capacidad intelectual límite, o bien trastornos del espectro autista.

En relación a la adquisición del sentido numérico, hay que considerar qué procesos cognitivos resultan necesarios para activar su desarrollo. El meta-análisis llevado a cabo por Peng, Namkung, Barnes y Sun, (2016), a partir de 110 estudios, concluye que la memoria de trabajo tiene una fuerte relación con la resolución de problemas y el cálculo, especialmente en alumnado con dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Rubinsten y Henik (2009) señalan que las dificultades de aprendizaje de las matemáticas muestran su origen en un déficit en las habilidades cognitivas de dominio general, tales como la memoria de trabajo, el nivel de inteligencia fluida o el procesamiento viso-espacial (Aragón et al., 2015), siendo menos concluyentes las habilidades de *shifting* y de inhibición de información irrelevante (Bull y Lee, 2014). En consecuencia, un método que aportara una considerable ganancia en habilidades matemáticas y el afrontamiento de las dificultades en dicha materia escolar, debería traer consigo un beneficio cognitivo, o un desarrollo de habilidades que contribuyan a un desempeño general más eficiente.

Si bien el método ABN comienza a implantarse en nuestro entorno escolar en 2008, necesitamos estudios contrastados que vinculen su desempeño con los parámetros cognitivos implicados en el aprendizaje matemático a temprana edad. La confluencia de dos métodos diferenciados de enseñanza de las matemáticas en nuestro contexto, nos permite comparar las diferencias en los perfiles cognitivos del alumnado de cada uno de ellos. En este sentido, el objetivo general del trabajo ha sido comparar cómo los procesos cognitivos operan en cada uno de los métodos. Específicamente, en primer lugar, interesa conocer los parámetros de memoria de trabajo, memoria a corto plazo verbal y viso-espacial e inteligencia fluida, asociados al método de enseñanza de las matemáticas ABN. En segundo lugar, se estudia la capacidad que dichos procesos tienen para clasificar a los estudiantes en función del tipo de instrucción.

## Método

### Participantes

En esta investigación participan un total de 128 estudiantes de primer curso de Educación Primaria, cuyas edades oscilan entre los 71 y los 84 meses de edad ( $M = 77.87$ ;  $DT = 3.24$ ). De ellos, 63 son niños ( $M = 77.73$ ;  $DT = 3.16$ ) y 65 niñas ( $M = 78.0$ ;  $DT = 3.34$ ). Del total de estudiantes, 74 son instruidos mediante el método ABN constituyendo el grupo experimental y 54 el grupo de control cuyo aprendizaje matemático transcurre con el método tradicional CBC desde el inicio de la etapa de Educación Infantil. De los 74 estudiantes instruidos mediante ABN, 36 son niños ( $M = 76.75$ ;  $DT = 3.15$ ) y 38 niñas ( $M = 76.82$ ;  $DT = 3.5$ ). Asimismo, de los 54 estudiantes que trabajan con el método CBC, 27 son niños ( $M = 79.04$ ;  $DT = 2.7$ ) y 27 niñas ( $M = 79.67$ ;  $DT = 2.27$ ). El alumnado pertenece a 9 aulas, de las cuales 5 trabajan

con el método ABN y 4 mediante CBC. Dichas aulas pertenecen a 4 colegios distintos, dos son concertados y dos públicos. El alumnado de estos centros escolares tiene un estatus socioeconómico medio y medio bajo, y ha sido seleccionado mediante muestreo no probabilístico, dado que existía una homogeneidad de la población disponible para realizar este tipo de estudio. No participan en el estudio aquellos/as estudiantes que presentan necesidades educativas especiales avaladas con el informe del equipo de orientación educativa. No se excluye ningún participante en función de sus resultados en la evaluación matemática.

## Instrumentos

*Test de Evaluación Matemática Temprana-informatizado (TEMT-i)* (Van Luit et al., 2015). La batería de evaluación del conocimiento matemático temprano TEMT-*i* informatizada y adaptada al castellano, se utiliza para evaluar las destrezas matemáticas del alumnado de la muestra. El TEMT-*i* está formado por dos subtests constituidos por una serie de tareas que evalúan la competencia matemática. El primer subtest se denomina relacional y está constituido a partir de una serie de tareas sobre comparación, clasificación, correspondencia uno a uno y seriación. El segundo subtest, denominado numérico consta de tareas de conteo verbal, conteo estructurado, conteo (sin señalar), conocimiento general de los números y estimación. El test consta de un total de 45 ítems, que se puntúan con un punto siendo la máxima puntuación 45. Existen tres versiones del TEMT-*i* (A, B y C) psicométricamente equivalentes. Su alfa de Cronbach es de .92, la Fiabilidad Compuesta (FC) de .67 y la Varianza Media Extractada (VME) = .47.

*Automated Working Memory Assessment (AWMA)* (Alloway, 2007). Evalúa la memoria de trabajo verbal y viso-espacial utilizando tareas de almacenamiento y procesamiento de información simultánea, mientras que las tareas que implican sólo el almacenamiento de la información se utilizan para medir la memoria verbal y viso-espacial a corto plazo. Proporciona tres medidas para la memoria a corto plazo verbal, tres medidas para la memoria a corto plazo viso-espacial, tres medidas para la memoria de trabajo verbal y tres para la memoria de trabajo viso-espacial. La batería se encuentra formada por un total de 12 tareas y está destinada a personas entre los 4 y los 22 años. Se emplea la versión adaptada al castellano de la batería AWMA (Injoque-Ricle, Calero, Alloway, y Burin (2011). De las 12 tareas que componen la batería de evaluación AWMA se seleccionan 4 de ellas que se describen a continuación:

- *Nonword recall (repetición de pseudopalabras)*. En esta tarea el sujeto tiene que pronunciar una secuencia de pseudopalabras en el mismo orden en el que han sido escuchadas. Está constituida por 6 bloques con 6 ítems, cuyas amplitudes son las mismas que el número de bloques de los que constan. Su objetivo es la evaluación de la memoria a corto plazo verbal y su alfa de Cronbach es .81.
- *Dot matrix (matriz de puntos)*. Se presenta una matriz 4x4 y aparece progresivamente una secuencia de puntos rojos. El evaluado debe señalar los cuadrados de la matriz en los que apareció el punto rojo en el mismo orden en el que se presentaron. Consta de 9 bloques de matrices con 6 ítems cada uno. Su objetivo es la evaluación de la memoria a corto plazo viso-espacial y su alfa de Cronbach es .91.
- *Backward digit recall (repetición de dígitos en orden inverso)*. Se presentan de manera verbal secuencias de números que van aumentando en cada ensayo. El evaluado debe recordarlas y pronunciarlas invirtiendo el orden. Dicha tarea está

compuesta por 6 bloques de 6 ítems cada uno. Su objetivo es la evaluación de la memoria de trabajo verbal y su alfa de Cronbach es .89.

- *Odd-One-Out (figura diferente)*. Se muestran conjuntos de tres figuras en la pantalla, de las cuales una de ellas es diferente a las otras dos. El evaluado debe indicar cuál es la diferente y tras la presentación de varios conjuntos debe recordar y señalar el lugar exacto en el que apareció y en el orden correcto. Consta de 7 bloques de figuras con 6 ítems cada uno. Su objetivo es la evaluación de la memoria de trabajo viso-espacial y su alfa de Cronbach es .91.

*Test de Matrices Progresivas de Raven* (Raven, 2005). Con el fin de evaluar el factor *g* (inteligencia fluida) se emplea el test clásico de matrices progresivas de Raven en su versión color debido a las edades de los estudiantes. Con dicha aplicación se obtiene una medida de la inteligencia sin influencia cultural en la que el usuario/a fuese capaz de dar sentido a un material desestructurado, estableciendo relaciones de tipo lógico entre una figura presentada que carece de alguna parte o característica y que puede ser completada con una opción de entre varias alternativas presentadas. De este modo, el alumnado debe emplear constructos no verbales con el fin de resolver la cuestión planteada y asimilar el patrón o estructura presentada. Su alfa de Cronbach es de .82 (FC = .74; VME = .50).

## Procedimiento

Antes de iniciar la experiencia, se obtiene el consentimiento informado de los responsables legales del alumnado y del centro para llevar a cabo el desarrollo de la investigación. Asimismo, se llevan a cabo reuniones de motivación con el profesorado donde se explicaban los procedimientos de investigación y, al final, se les expone un informe sobre los resultados obtenidos. La administración de las pruebas de evaluación se realiza al inicio del curso 2013-2014, en aulas con condiciones apropiadas de aplicación, libres de ruidos y distracciones, por profesionales entrenados para ello. Cada una de las pruebas se administra de manera individual, durante el horario escolar, respetando el período de recreo del alumnado. Para cada prueba se empleó una sesión de evaluación de entre 15 y 30 minutos de duración, en función de la prueba a administrar. Este modo de organizar la evaluación permite reducir su fatiga.

Tanto los alumnos/as del grupo experimental como del control están aprendiendo los contenidos matemáticos con el método ABN o CBC, respectivamente, desde el inicio de su escolarización (3 años). La metodología ABN supone la enseñanza de las matemáticas a lo largo de toda la escolarización en educación Infantil y Primaria, resultado de una decisión realizada por el claustro. Esta decisión implica la formación especializada en el método por parte del profesorado participante y el asesoramiento por parte de especialistas, enseñando los contenidos propios de cada curso con esta metodología, pero respetando los objetivos, contenidos y competencias exigidos por la administración educativa para cada ciclo escolar. En consecuencia, el método ABN no es un programa experimental impartido puntualmente en un curso determinado, sino la inmersión en este tipo de metodológica de enseñanza-aprendizaje como decisión estratégica del centro escolar para todos los ciclos de EI y EP. Los contenidos impartidos en Educación Infantil por parte de los participantes del grupo experimental están basados en tres fuentes documentales: las actividades del blog “Algoritmos ABN. Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas” (Martínez-Montero, 2008), las actividades de la web de distribución abierta “Actiludis” (VV.AA., 2012) y el texto de Martínez-Montero y Sánchez (2011).

Por otro lado, la metodología CBC se refiere al procedimiento habitual y tradicional de enseñanza de las matemáticas que desarrollan los contenidos propios de la Educación Infantil y Primaria. El alumnado que sigue el método CBC es mayoritario en el sistema educativo español y el grupo de control ha seguido una enseñanza matemática basada en libros de texto de las editoriales españolas (VV.AA., 2010, 2011, 2014a); todas ellas enseñan matemáticas con sistemas CBC ajustados a los contenidos exigidos por la administración educativa para el ciclo de Educación Infantil.

En ambos casos, se imparte el currículo escolar preceptivo para cada curso, en los mismos tiempos docentes planificados por la Consejería de Educación, siendo iguales en número de horas semanales y sesiones de entrenamiento para los grupos control y experimental, teniendo en cuenta que lo preceptivo para el nivel de Educación Infantil es que no haya un tiempo específico para cada contenido, dado el carácter integrador de este nivel educativo.

### **Análisis de datos**

Tras la realización de los cálculos de homogeneidad de las muestras con el estadístico de Levene que han resultado significativas a nivel de probabilidad del 95% para todas las pruebas cognitivas utilizadas, para llevar a cabo un estudio sobre las diferencias existentes entre los patrones cognitivos del alumnado entrenado en competencia matemática temprana entre el método tradicional CBC y el ABN se realizan diferentes análisis estadísticos de tipo descriptivo e inferencial con el paquete estadístico SPSS versión 22 (contraste U Mann Whitney y tamaño del efecto), verificándolos con un análisis de regresión lineal y un análisis discriminante. No aparecen casos perdidos en el estudio debido a que los datos recogidos en la investigación se realizaron en un único momento.

### **Resultados**

Con respecto a los análisis descriptivos (Tabla 1), no se observan amplias diferencias entre el grupo control y experimental en las diferentes pruebas utilizadas. Sin embargo, con el fin de contrastar si el funcionamiento cognitivo de los estudiantes instruidos con uno u otro método variaba, se lleva a cabo un análisis de regresión por pasos, tomando como predictivas las variables que evalúan la memoria a corto plazo y de trabajo verbal y viso-espacial, así como la medida de la inteligencia fluida.

Tabla 1

*Estadísticos Descriptivos, Resultado de la Prueba U-Mann Whitney y Tamaño del Efecto para los Grupos Experimental y Control en las Pruebas Utilizadas*

|                       | Experimental              | Control                   | <i>p</i> | <i>d</i> |
|-----------------------|---------------------------|---------------------------|----------|----------|
|                       | <i>M</i><br>( <i>DT</i> ) | <i>M</i><br>( <i>DT</i> ) |          |          |
| TEMT-i                | 33<br>(5.74)              | 32.09<br>(4.03)           | .429     | .18      |
| Nonword recall        | 119.98<br>(8.11)          | 113.56<br>(8.93)          | .000     | .75      |
| Dot matrix            | 115.91<br>(15.06)         | 116.16<br>(12.62)         | .703     | -.01     |
| Backward digit recall | 105.66<br>(13.97)         | 111.63<br>(12.36)         | .003     | -.45     |
| Odd-one-out           | 116.26<br>(13.65)         | 113<br>(15.10)            | .160     | .22      |
| Raven                 | 25.38<br>(3.9)            | 23.54<br>(4.3)            | .024     | .44      |

Los resultados del análisis de regresión lineal encontrados muestran perfiles cognitivos claramente diferenciados en función del tipo de instrucción. En primer lugar, se presenta el resultado obtenido en el análisis de regresión por pasos realizado para el grupo control (Tabla 2). Dicho análisis se lleva a cabo con el fin de estudiar el peso que las variables cognitivas evaluadas muestran en la explicación de la variable dependiente: habilidades matemáticas tempranas en el grupo control que recibe instrucción CBC.

Tabla 2

*Resultados del Análisis de Regresión Lineal por Pasos para el Grupo de Control*

| Modelo | R     | $R^2$ | $R^2$<br>corregida | Estadísticos de cambio  |                    |                |                     | Durbin<br>Watson |
|--------|-------|-------|--------------------|-------------------------|--------------------|----------------|---------------------|------------------|
|        |       |       |                    | Error típ<br>estimación | Cambio<br>en $R^2$ | Cambio<br>en F | Sig.<br>Cambio<br>F |                  |
| 1      | .466a | .217  | .202               | 3.50                    | .217               | 14.43          | .000                |                  |
| 2      | .539b | .290  | .262               | 3.36                    | .073               | 5.24           | .026                | 1.637            |

*Nota.* a. Variables predictoras: (Constante), Raven; b. Variables predictoras: (Constante), Raven, Backward Digit Recall; c. Variable dependiente: Habilidades matemáticas tempranas (TEMT-i).

Del análisis de regresión surgen dos modelos, de modo que el último ofrece una mayor capacidad explicativa. Para el grupo control el coeficiente de correlación múltiple es  $R = .539$  y el coeficiente de determinación  $R^2 = .290$  que se ajusta a  $R^2 = .26$ . En relación a la validez del modelo se calcula el estadístico  $D$  de Durbin-Watson que obtiene un valor de  $D = 1.63$  confirmando la ausencia de autocorrelación positiva (valores cercanos a 0) y negativa (valores cercanos a 4). La variable cognitiva que



explica en mayor medida la variación en la variable dependiente (habilidad matemática temprana) es la inteligencia fluida, evaluada con el test de Raven ( $\beta = .410$ ) seguida por la memoria de trabajo verbal, evaluada con la tarea Backward Digit Recall ( $\beta = .276$ ).

Por otro lado, se estudia la importancia que las variables cognitivas evaluadas tienen en la variación de las habilidades matemáticas tempranas de aquellos estudiantes del grupo experimental que son instruidos con el método de enseñanza matemática ABN (Tabla 3).

Tabla 3

*Resultados del Análisis de Regresión Lineal por Pasos para el Grupo Experimental*

| Modelo | R     | R <sup>2</sup> | R <sup>2</sup> corregida | Estadísticos de cambio |              |             |               | Durbin Watson |
|--------|-------|----------------|--------------------------|------------------------|--------------|-------------|---------------|---------------|
|        |       |                |                          | Error típ estimación   | Cambio en R2 | Cambio en F | Sig. Cambio F |               |
| 1      | .581a | .337           | .328                     | 4.70                   | .337         | 36.64       | .000          |               |
| 2      | .645b | .416           | .400                     | 4.44                   | .079         | 9.63        | .003          | 1.87          |
| 3      | .682c | .465           | .442                     | 4.28                   | .049         | 6.40        | .014          |               |

*Nota.* a. Variables predictoras: (Constante), Raven; b. Variables predictoras: (Constante), Raven, Nonword Recall; c. Variables predictoras: (Constante), Raven, Nonword Recall, Odd-One-Out; d. Variable dependiente: Habilidades matemáticas tempranas (ENT-R).

El análisis de regresión por pasos arroja tres modelos, de los cuales es el tercero el que ofrece un mayor valor explicativo. El coeficiente de correlación múltiple es  $R = .682$  y el coeficiente de determinación  $R^2 = .465$  que se ajusta a  $R^2 = .442$ . Este último modelo muestra que la variable que mayor peso tiene sobre la variable dependiente es la inteligencia fluida evaluada con el test de Raven ( $\beta = .352$ ), seguida por la memoria de trabajo viso-espacial valorada con la tarea Odd-One-Out ( $\beta = .284$ ) y la memoria a corto plazo verbal evaluada mediante el test Nonword Recall ( $\beta = .274$ ). Con el fin de constatar la validez del modelo se calcula el estadístico  $D$  de Durbin-Watson que obtiene un valor de  $D = 1.87$  (un valor cercano a 2.0 sería considerado válido).

Al margen de los análisis de regresión se realiza un análisis discriminante, para estudiar la posible existencia de una función aritmética que clasifique adecuadamente a los participantes en función de los resultados obtenidos en las variables evaluadas. Se obtiene una distribución que se compara con los resultados reales, arrojando una matriz de clasificación donde su diagonal representa los porcentajes de los individuos bien clasificados y donde los elementos extradiagonales representan los falsos positivos y falsos negativos del procedimiento de clasificación (Tabla 4).

Tabla 4

*Resultados del Análisis Discriminante con Todas las Variables Introducidas en el Estudio*

|              |              | Pertenencia a grupos pronosticada* |         |       |
|--------------|--------------|------------------------------------|---------|-------|
|              |              | Experimental                       | Control | Total |
| Recuento     | Experimental | 57                                 | 17      | 74    |
|              | Control      | 15                                 | 39      | 54    |
| Porcentaje % | Experimental | 77                                 | 23.0    | 100   |
|              | Control      | 27.8                               | 72.2    | 100   |

*Nota.* \*75% de casos agrupados originales clasificados correctamente.

De acuerdo con los resultados del análisis discriminante, el 75% de los participantes son clasificados correctamente dentro de su grupo. Por tanto, se puede asumir que surge un patrón que define la ejecución del alumnado en las variables analizadas con base en su tipo de instrucción. De manera complementaria, se lleva a cabo un contraste de igualdad de grupos con el estadístico *Lambda* de Wilks y resuelto por una aproximación *Chi-cuadrado*. El resultado permite asumir la desigualdad entre los grupos experimental y control (*Lambda* de Wilks = .747;  $X^2 = 35.92$ ;  $p = .0001$ ).

### Discusión

En este estudio se analiza el peso que los distintos factores de corte cognitivo presentan en las habilidades matemáticas del alumnado en función del método de enseñanza de la matemática empleado en el aula. Se conoce que el cálculo es un buen indicador de las dificultades de aprendizaje en matemáticas, ya que los estudiantes que presentan problemas en esta habilidad durante la EP, las continúan teniendo durante la escolarización posterior (Geary, 2004). El método ABN se caracteriza por generar un potente aprendizaje del cálculo mental (Martínez-Montero, 2011) y con base en los resultados del presente trabajo, una fuerte implicación de las habilidades cognitivas a la hora de resolver actividades numéricas básicas, tales como las empleadas en el test TEMT-*i*.

El presente trabajo muestra que además de un mayor peso de las variables cognitivas (como la memoria de trabajo, la memoria a corto plazo o la inteligencia fluida), en la explicación de las habilidades matemáticas tempranas del alumnado que trabaja con ABN, despliegan un perfil distinto en comparación con aquellos que aprenden mediante enseñanza tradicional CBC. Dicho perfil comparte rasgos cognitivos comunes, como que la variable más explicativa sea la inteligencia fluida para ambos grupos. Sin embargo, el resto de variables (memoria de trabajo y a corto plazo) cambian tanto cualitativa como cuantitativamente.

En el caso del alumnado instruido con ABN, la memoria de trabajo visoespacial ha mostrado un mayor peso, seguido por la memoria a corto plazo verbal. No obstante, cuando la enseñanza es a través del método CBC, la variable cognitiva con mayor peso tras la inteligencia fluida ha sido la memoria de trabajo verbal (Aragón, Navarro, Aguilar, y Cerda, 2015).

La explicación de estos resultados puede deberse a las exigencias de los métodos de enseñanza, que traen consigo el desarrollo de determinadas habilidades de dominio

general, que se ponen en marcha a la hora de implementar habilidades de dominio específico, propias del desempeño matemático.

El ABN es un método en el que el alumnado es entrenado con variedad de material manipulativo y figurativo (VV.AA., 2014b), mientras que los estudiantes que aprenden de manera tradicional suelen trabajar con un material más abstracto. De modo que tareas como el cálculo mental implican en el grupo CBC que las cifras se retengan en la memoria para después ser recolocadas en el orden adecuado. Por el contrario, el alumnado instruido con el método ABN parece operar de manera más eficiente con la memoria de trabajo, aplicando mentalmente las representaciones visoespaciales con las que han sido entrenados (Martínez-Montero, 2011).

No es de extrañar que conforme a lo enunciado, el alumnado de enseñanza CBC tradicional requiera de una memoria de trabajo verbal, con el fin de mantener y manipular los números en la memoria para poder llegar al resultado perseguido. Por otro lado, el modo de proceder de los alumnos y alumnas enseñados con ABN ante el cálculo mental indicaría el mayor peso de la memoria de trabajo de tipo visoespacial para manipular los elementos temporalmente almacenados en la memoria a corto plazo verbal, con el fin de resolver las preguntas formuladas. Asimismo, la diferencia en el peso que las habilidades cognitivas tienen en la explicación de las habilidades matemáticas apoya el hecho de que el alumnado del método ABN sea más rápido a la hora de realizar el cálculo, coincidiendo con lo encontrado por Martínez-Montero (2011). Un mayor desarrollo de las habilidades de memoria implicaría una mayor fluidez a la hora de llevar a cabo los cálculos y, por tanto, un ahorro de recursos cognitivos que se traduciría en menor tiempo empleado a la hora de resolver las cuestiones planteadas (Alloway, Gathercole, y Pickering, 2006; Alloway y Passolunghi, 2011; Bugden, Price, McLean, y Ansari, 2012; Passolunghi y Pazzaglia, 2005). Del mismo modo, una sobrecarga cognitiva implicaría una mayor probabilidad de errar en el resultado de la operación, hecho que caracteriza al alumnado de enseñanza tradicional cuando los comparamos con los que se instruyen mediante ABN.

Una de las limitaciones del trabajo es el tamaño de la muestra, característica de los estudios piloto, que dificulta una adecuada generalización de los resultados. Asimismo, desde el punto de vista metodológico entendemos que el estudio se ve limitado por la elección no probabilística, así como el diseño cuasi-experimental muy utilizado en la investigación en el ámbito educativo. No obstante, el trabajo plantea una línea de investigación que permitirá en el futuro realizar un seguimiento del alumnado participante con un diseño longitudinal, con el fin de observar si los perfiles cognitivos permanecen estables a lo largo de la escolarización.

El método ABN, como procedimiento de enseñanza alternativo para el aprendizaje matemático genera ciertas ganancias, al desarrollar aquellos procesos cognitivos de dominio general que son importantes para alcanzar el éxito en matemáticas, como es la memoria de trabajo, confiando en que una actuación pedagógica realizada a partir de un método contrastado mejoraría el aprendizaje del alumnado en riesgo de presentar dificultades de las matemáticas.

#### Referencias

- Alloway, T. P. (2007). *Automated working memory assessment*. London: The Psychological Corporation.
- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., y Pickering, S. J. (2006). Verbal and visuo-spatial short-term and working memory in children: Are they separable?. *Child Development*, 77, 1698-1716. doi:10.1111/j.1467-8624.2006.00968.x

- Alloway, T. P., y Passolunghi, M. C. (2011). The relationship between working memory, IQ, and mathematical skills in children. *Learning and Individual Differences*, 21(1), 133-137. doi: 10.1016/j.lindif.2010.09.013
- Aragón, E., Aguilar, M., Navarro, J. I., y Araujo, A. (2015). Efectos de la aplicación de un programa de entrenamiento específico para el aprendizaje matemático temprano en educación infantil. *Revista Española de Pedagogía*, 260, 99-113.
- Aragón, E., Navarro, J. I., Aguilar, M., y Cerda, G. (2015). Cognitive predictors of 5-year-old students' early number sense. *Revista de Psicodidáctica*, 20(1), 83-97. doi: 10.1387/RevPsicodidact.11088
- Aunio, P., Heiskari, P., Van Luit, J. E., y Vuorio, J. (2015). The development of early numeracy skills in kindergarten in low, average and high performance groups. *Journal of Early Childhood Research*, 13(1), 3-16. doi: 10.1177/1476718X14538722
- Bracho, R., Adamuz, N., Gallego, M. C., y Jiménez, N. (2014). Alternativa metodológica para el desarrollo integral del sentido numérico en niños y niñas de primer ciclo de educación primaria. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en educación matemática XVIII* (pp. 167-176). Salamanca: SEIEM.
- Bracho, R., y Adamuz, N. (2014). Algoritmos flexibles para las operaciones básicas como modo de favorecer la inclusión social. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social*, 3(1), 37-53.
- Bugden, S., Price, G. R., McLean, D. A., y Ansari, D. (2012). The role of the left intraparietal sulcus in the relationship between symbolic number processing and children's arithmetic competence. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 2, 448-457. doi:10.1016/j.dcn.2012.04.001
- Bull, R., y Lee, K. (2014). Executive functioning and mathematics achievement. *Child Development Perspectives*, 8(1), 36-41. doi: 10.1111/cdep.12059
- Butterworth, B., Varma, S., y Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From brain to education. *Science*, 332(6033), 1049-1053. doi:10.1016/j.cub.2011.07.005
- Cantos, S. (2016). Entrevista a Jaime Martínez-Montero. *La Voz de Cádiz*. Recuperado de <http://goo.gl/Tt5821>.
- European Commission (2015). *Science education for responsible citizenship*. Recuperado de <http://goo.gl/Vm3pZ0>
- Fletcher, J. M., Lyon, G. R., Fuchs, L. S., y Barnes, M. A. (2007). *Learning disabilities: From identification to intervention*. NY: Guilford.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., y Fletcher, J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly*, 31, 79-92.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4-15. doi: 10.1177/00222194040370010201
- Injoque-Ricle, I., Calero, A. D., Alloway, T. P., y Burin, D. I. (2011). Assessing working memory in Spanish-speaking children: Automated working memory assessment battery adaptation. *Learning and Individual Differences*, 21, 78-84. doi:10.1016/j.lindif.2010.09.012
- Kamii, C., y Rummelsburg, J. (2008). Arithmetic for first graders lacking number concepts. *Teaching Children Mathematics*, 14(7), 389-394.
- Martínez-Montero, J. (2008). Blog "Algoritmos ABN. Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas". Recuperado de <http://goo.gl/Jlylba>
- Martínez-Montero, J. (2010). *Enseñar matemáticas a estudiantes con necesidades educativas especiales* (2ª Edición). Barcelona: CISS-Praxis.

- Martínez-Montero, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63(4), 95-110.
- Martínez-Montero, J., y Sánchez, C. (2011). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en educación infantil*. Madrid: Wolters Kluwer S.A.
- Martínez-Montero, J., y Sánchez, C. (2013). *Resolución de problemas y método ABN*. Madrid: Wolters Kluwer Educación.
- Passolunghi, M. C., y Pazzaglia, F. (2005). A comparison of updating processes in children good or poor in arithmetic word problem solving. *Learning and Individual Differences*, 15(4), 257-269. doi:10.1016/j.lindif.2005.03.001
- Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., y Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108(4), 455-473. doi: 10.1037/edu0000079
- Raven, J. C. (2005). *Matrices progresivas: escalas CPM (color), SPM (general) y APM (superior)*. Madrid: TEA S.A.
- Rubinsten, O., y Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends Cognition Science*, 13, 92-99. doi:10.1016/j.tics.2008.11.002
- Torbeyns, J., Verschaffel, L., y Ghesquiere, P. (2005). Simple addition strategies in a first grade class with multiple strategy instruction. *Cognition and Instruction*, 23, 1-121. doi: 10.1207/s1532690xci2301\_1
- Treffers, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Buys, K. (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen hele getallen onderbouw basisschool [Young children learn mathematics]*. Groningen, Netherlands: Wolters-Noordhoff.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. *Freudenthal Institute CD-rom for ICME9*, 1-32.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). *Children learn mathematics. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Buys, K. (2005). *Young children learn measurement and geometry. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). Educación matemática en los Países Bajos: un recorrido guiado. *Correo del Maestro*, 149. Recuperado de <http://goo.gl/nXKUAT>
- Van Luit, J. E., Van de Rijjt, B., Araújo, A., Aguilar, M., Aragón, E., Ruiz, G., ... García-Sedeño, M. (2015). *Test de evaluación de la competencia matemática temprana-informatizado (TEMT-i)*. Madrid: EOS.
- VV.AA. (2010). *Espiral mágica*. Madrid: Vicens Vives.

- Estíbaliz L. Aragón Mendizábal es Profesora Sustituta Interina en el área de Psicología Evolutiva y de la Educación en la Universidad de Cádiz. Miembro del grupo de investigación HUM-634 sobre dificultades de aprendizaje. Ha publicado diferentes artículos sobre cognición y aprendizaje matemático temprano, temática sobre la cual ha elaborado su tesis doctoral.
- María del Carmen Canto López. Maestra especializada en Educación Especial, Licenciada en Psicopedagogía y Máster en Intervención Psicológica en contextos de riesgo de la Universidad de Cádiz (UCA). Experta en la metodología Abierta Basada en Números (ABN) para la enseñanza de las matemáticas. Actualmente está realizando el Doctorado en el Departamento de Psicología de la UCA con el grupo de investigación HUM-634 sobre la temática del ABN.
- Esperanza Marchena Consejero es Profesora Titular de Personalidad, Evaluación y Tratamiento Psicológicos y actual directora del Servicio Universitario de Atención Psicológica. Miembro del grupo de investigación HUM-634. Interesada por la intervención psicológica en población infanto-juvenil y el uso de nuevas tecnologías. Participa y colabora con el grupo en artículos sobre habilidades matemáticas tempranas y sus dificultades.
- José I. Navarro Guzmán es Catedrático de Psicología Evolutiva y de la Educación de la Universidad de Cádiz. Ha publicado recientemente en colaboración con otros autores, el libro *Psicología evolutiva en educación infantil y primaria* (Ed. Pirámide) y diferentes artículos sobre los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje matemático temprano. Participa en el grupo de investigación HUM-634 sobre dificultades de aprendizaje.
- Manuel Aguilar Villagrán es Profesor Titular de Psicología Evolutiva y de la Educación y docente de la asignatura *Dificultades de Aprendizaje*. Miembro del grupo de investigación HUM-634. Su línea de investigación principal se centra en el desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas y sus dificultades. Sobre este tema ha publicado artículos sobre resolución de problemas aritméticos, desarrollo del sentido numérico y pruebas de evaluación matemática temprana.

Fecha de recepción: 09-06-2016

Fecha de revisión: 15-09-2016

Fecha de aceptación: 15-09-2016